Cronograma de Matemática Discreta 1
Primer Semestre de 2025

El curso inicia el miércoles 5 de marzo, mientras que el período de (primeros) parciales inicia el viernes 25 de abril. El objetivo de esta primera mitad del curso es introducir al estudiante al lenguaje matemático y a los principios de inducción completa y combinatoria básica. Tendremos un total de 15 clases teóricas antes del período de primeros parciales y 29 clases prácticas. Los contenidos tentativos de dichas clases son los siguientes.

- Clase 1: Bienvenida al curso. Mecanismo de evaluación y sugerencias para el estudio. Introducción al lenguaje matemático. Números enteros y naturales. Conceptos de conjetura, demostración, teorema, etc. Enunciado del principio del buen orden. Principio de inducción completa. Demostrar que el Principio del buen orden implica el Principio de inducción completa.
- Clase 2: Repaso de la clase anterior. Demostración de una proposición empleando el Principio de inducción completa. Principio de inducción fuerte. Demostración de una proposición empleando el Principio de inducción fuerte.
- Clase 3: Repaso de la clase anterior. Función factorial de un número natural. ¿Sabemos contar? Reglas de la suma y del producto en el conteo. Permutaciones (sin repetición) de n objetos. Concepto de Arreglo (sin repetición) de m en n y de Combinaciones (sin repetición) de m en n (siendo m y n números naturales). Fórmula de "Stiefel" y triángulo de "Pascal". Ejemplos.
- Clase 4: Repaso de la clase anterior. Permutaciones con repetición de n objetos con repeticiones $(n_1, n_2, \ldots, n_r)$, siendo n y r enteros positivos y $n_1, n_2, \ldots, n_r$ naturales tales que $\sum_{i=1}^{r} n_i = n$. Ejemplos.
- Clase 5: Repaso de la clase anterior. Demostración de las fórmulas para obtener cada uno de los coeficientes de la potencia de un binomio, o de un multinomio, con exponente natural. Ejemplos.
- Clase 6: Repaso de la clase anterior. Combinaciones con repetición de m en n (siendo m y n números naturales). Soluciones enteras de ecuaciones enteras. Ejemplos.
- Clase 7: Principio de Inclusión y Exclusión (PIE). Enunciados para 2 y 3 conjuntos. Enunciado general. Demostración del PIE.
- Clase 8: Repaso de la clase anterior. Aplicación del PIE para hallar la cantidad de desórdenes de n símbolos diferentes (siendo n un entero positivo). Aplicación del PIE para hallar la cantidad de funciones sobreyectivas de m en n: $\mathrm{Sob}(m, n)$ (siendo m y n enteros positivos).
- Clase 9: Fórmula de "Stiefel" y triángulo de "Pascal" para los números sobreyectivos $\mathrm{Sob}(m, n)$ (siendo m y n enteros positivos). Números de Stirling de segunda espcie $\mathrm{S}(m, n)$. Fórmula de "Stiefel" y triángulo de "Pascal" para los números de Stirling de segunda especie (siendo m y n enteros positivos).
- Clase 10: Aplicación del PIE para hallar la cantidad de soluciones enteras de ecuaciones o inecuaciones, con o sin restricciones de desigualdad sobre sus variables enteras.
- Clase 11: Conteo de cantidad de *distribuciones* de pelotitas idénticas (o no idénticas) dentro de recipientes idéntidos o diferenciados, con o sin restricciones. Conteo de clases de funciones

  $$f : \{1, 2, \ldots, m\} \to \{1, 2, \ldots, n\}$$

  con restricciones, siendo m y n enteros positivos.

- Clase 12: Principio del palomar. Enunciado y ejemplos.
- Clase 13: Sucesiones definidas mediante una recurrencia. Traducción de problemas de conteo a la determinación de una sucesión que verifica una recurrencia lineal. Resolución de recurrencias lineales de orden 1 y 2 homogéneas con coeficientes constantes.
- Clase 14: Repaso de la clase anterior. Resolución de recurrencias lineales de orden 1 y 2 no homogéneas con coeficientes constantes. Ejemplos.
- Clase 15: Clase "colchón" (se usará para cerrar el teórico, si está atrasado, o clase de dudas, consultas, y resumen de lo trabajado).

El objetivo de la segunda mitad del curso es introducir al estudiante a los conceptos de relaciones (especialmente a las propiedades inherentes a las relaciones de equivalencia y relaciones de orden parcial), y a los fundamentos de la teoría de grafos. Tendremos un total de 14 clases teóricas entre ambos períodos de parciales. Los contenidos tentativos de dichas clases, en orden, son los siguientes.

- Clase 1: Definición de relación de A en B. Representación de una relación de A en B en un sistema de ejes cartesianos o usando matrices de ceros y unos. Relaciones en A. Representación de relaciones en A mediante un digrafo.
- Clase 2: Repaso de la clase anterior. Relaciones inversa y complementaria. Composición de relaciones. Definición de relación en A reflexiva, irreflexiva, simétrica, asimétrica, antisimétrica, transitiva. Hallar la cantidad de relaciones reflexivas, irreflexivas, simétricas, asimétricas, y antisimétricas sobre un conjunto finito A dado usando la matriz de ceros y unos.
- Clase 3: Concepto de relación de equivalencia en A. Clases de equivalencia definidas por una relación de equivalencia en A. Conjunto cociente. Concepto de partición $A_1, A_2, \ldots, A_r$ de un conjunto A. Biyección entre las clases de equivalencia y las particiones en un conjunto A.
- Clase 4: Concepto de relación de orden parcial. Representación de una relación de orden parcial mediante un diagrama de Hasse. Conceptos de elemento minimal, maximal, mínimo y máximo. Demostración de que el máximo de una relación de orden parcial, cuando existe, es único.
- Clase 5: Repaso de la clase anterior. Demostración de que la relación inversa de un orden parcial también es de orden parcial. Orden topológico. Existencia de elemento maximal en relaciones de orden parcial finitas y no vacías.
- Clase 6: Repaso de la clase anterior. Cadenas y anticadenas. Teorema de Dilworth. Ejemplos.
- Clase 7: Fundamentos de Teoría de grafos. Problema de los 7 puentes de Königsberg. Grafos dirigidos y no dirigidos. Concepto de grado de un vértice. Fórmula para la suma de los grados de los vértices.
- Clase 8: Repaso de la clase anterior. Definición de camino entre dos vértices de un grafo. Relación de alcanzabilidad entre dos vértices de un grafo. Cantidad de componentes conexas de un grafo. Grafo conexo. Subgrafos inducidos y recubridores. Ejemplos de grafos simples.
- Clase 9: Concepto de camino euleriano y de circuito euleriano. Enunciado y demostración del teorema de existencia de caminos eulerianos y de circuitos eulerianos. Ejemplos.
- Clase 10: Concepto de árbol. Demostración de que todo grafo simple conexo tiene al menos un árbol recubridor. Caracterización de árboles como grafos conexos minimales, o como grafos acíclicos maximales (bajo la relación de inclusión de aristas).

- Clase 11: Concepto de grafo plano. Enunciado y demostración del Teorema de Euler para grafos planos y conexos. Ejemplos.

- Clase 12: Repaso de la clase anterior. Fórmula de la suma de los grados de las regiones para grafos planos. Condiciones necesarias para que un grafo conexo sea plano. Demostración de que los grafos $K_{3,3}$ y K_5 no son planos. Enunciado del Teorema de Kuratowski sobre la caracterización de grafos no planos. Ejemplos.

- Clase 13: Coloración de vértices. Polinomio cromático. Número cromático. Problema de los 4 colores. Cálculo del polinomio cromático mediante la regla de contracción-sustracción. Cálculo del polinomio cromático de un grafo G que es unión de dos grafos G_1 y G_2 que se intersectan en un grafo completo K_r para algún entero positivo r. Ejemplos.

- Clase 14: Clase "colchón" (se usará para cerrar el teórico, si está atrasado, o clase de dudas, consultas, y resumen de lo trabajado).