Equilibrio y Movimiento de los objetos

Fundamentos para programación y robótica

Módulo 3: Fundamentos de mecánica

Capítulo 2: Equilibrio y Movimiento de los objetos.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Objetivos:

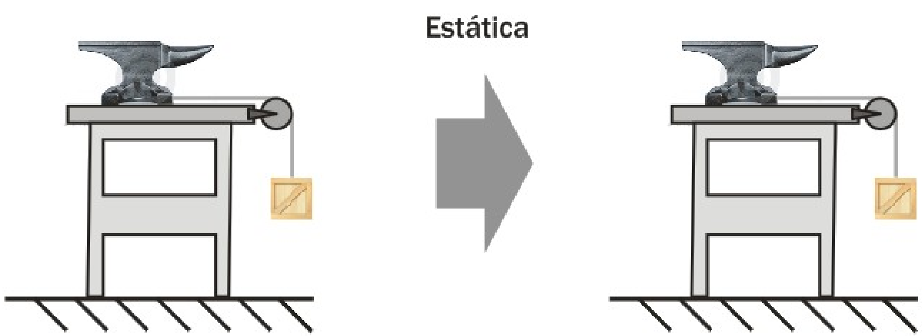
- Conocer del equilibrio de los objetos
- Conocer del movimiento de los objetos

Lo importante será poder tener la capacidad de comunicar que hay detrás de las cosas para que se mantengan quietas.
También comunicar qué hay detrás de las cosas cuando están en movimiento.

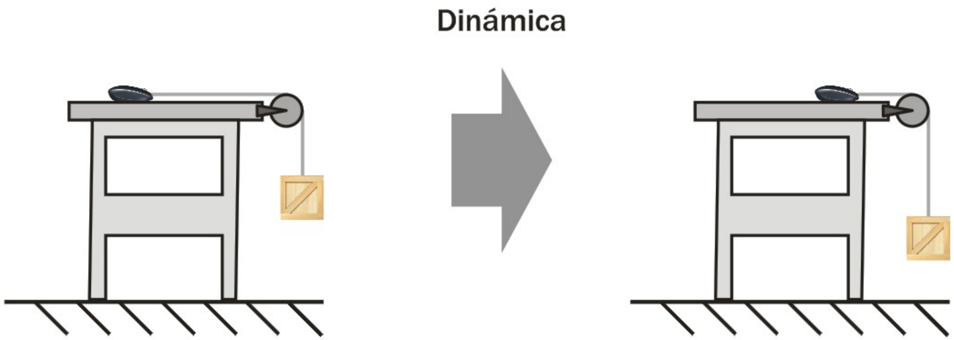
Se aprovechará lo metódico de resolver problemas mecánicos para estimular el tiempo de observación, toma de datos, ordenarlos y predecir lo que va a suceder a partir del análisis.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Estudiaremos cuerpos que se encuentran en en reposo y cuerpos que se mueven con características específicas.



En estática buscamos saber qué fuerzas y momentos están actuando sobre un cuerpo.
Esto nos permitirá determinar, por ejemplo, si un cuerpo puede soportar esa fuerza.



Cuando estudiamos el movimiento de un cuerpo podemos determinar el recorrido del objeto, la velocidad, el tiempo, etc.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Estática

La Estática estudia los cuerpos sobre los que actúan fuerzas y momentos que se anulan formando un sistema en equilibrio mecánico.

Para que un cuerpo esté en equilibrio mecánico se deben cumplir dos condiciones:

Primera condición de equilibrio

Si un cuerpo se encuentra en *equilibrio de traslación* la suma de todas las fuerzas aplicadas a él es cero.

$$\sum F = 0 \qquad \sum F_{Horizontales} = 0 \qquad \sum F_{Verticales} = 0$$

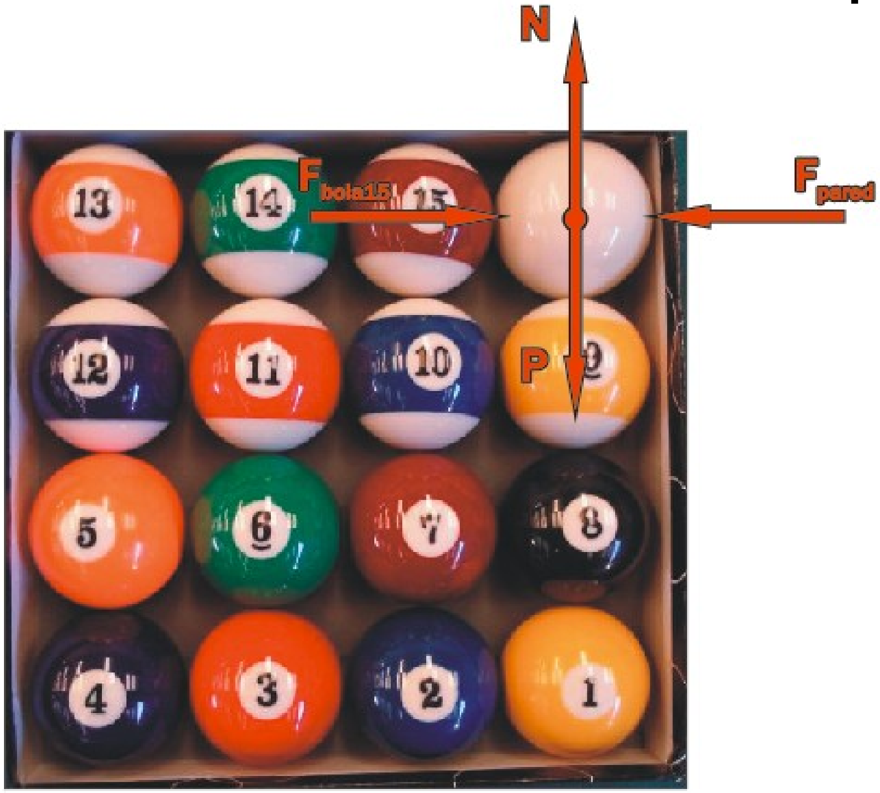
Segunda condición de equilibrio

Un cuerpo se encuentra en *equilibrio de rotación* respecto a un punto, si la suma de momentos respecto a ese punto es cero.

$$\sum M = 0$$

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Primera condición de equilibrio



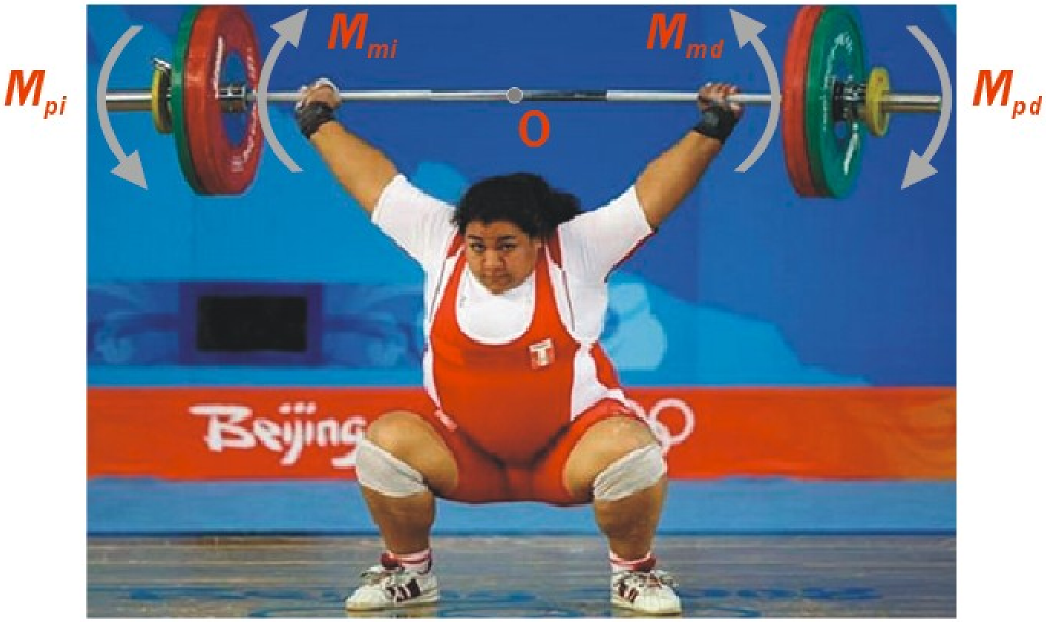
Estudio de la Bola Blanca.
Vertical: el peso de la bola es equilibrado por la normal que le ejerce la bola 9.
Horizontal: la fuerza de la bola 15 y la del borde de la caja mantienen a la bola blanca en equilibrio sobre la bola 9.

Estas condiciones garantizan el equilibrio de traslación.

¿Qué pasa si tratamos de girar la bola blanca?

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Segunda condición de equilibrio



¿Qué pasa con la barra cuando el deportista extiende sus piernas?

Estudio de la Barra.
Las pesas de la derecha generan un momento sobre el punto O igual y opuesto al que generan las pesas de la izquierda sobre el mismo punto.
Lo mismo pasa con la mano derecha e izquierda del deportista sobre la barra.

Estas condiciones garantizan el equilibrio de rotación respecto a O.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Equilibrio mecánico de un cuerpo

Se deben cumplir las dos condiciones de equilibrio **al mismo tiempo.**
La suma de todas las fuerzas aplicadas al cuerpo son cero y la suma de todos los momentos respecto a un punto es cero.

$$\sum F = 0$$

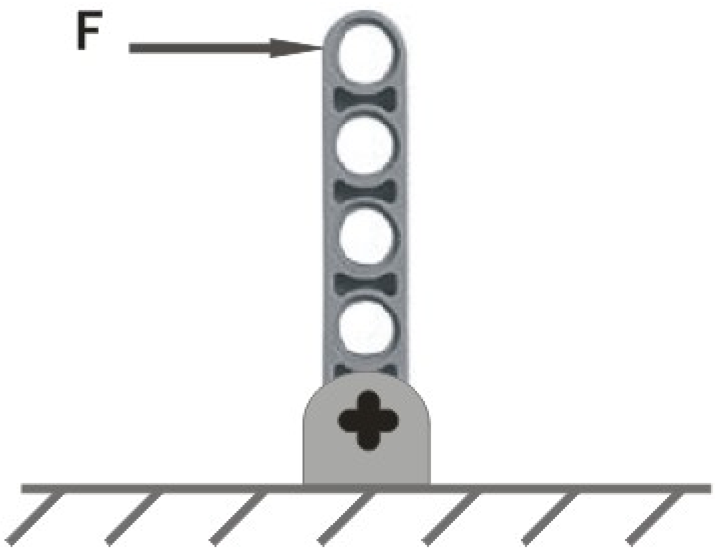
$$\sum M = 0$$

En la práctica, observaremos objetos en equilibrio.
→ Aplicando las condiciones podemos conocer qué fuerzas están detrás de ese equilibrio.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Ejercicio:

Evaluar qué fuerza y momento debe resistir el anclaje de la barra en el punto A para que, a pesar de aplicarse en el extremo B una fuerza de 0,5kgf, la barra se mantenga quieta.



Datos:
Masa de la barra m = 0,1kg
Largo de la barra: 5cm

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Solución:

- Diagrama de Cuerpo Libre a la barra.

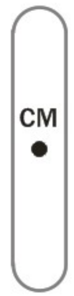
- Identificar Centro de Masa

- Peso y Fuerzas que actúan sobre la barra.

- Estudiar primera y segunda condición de equilibrio.

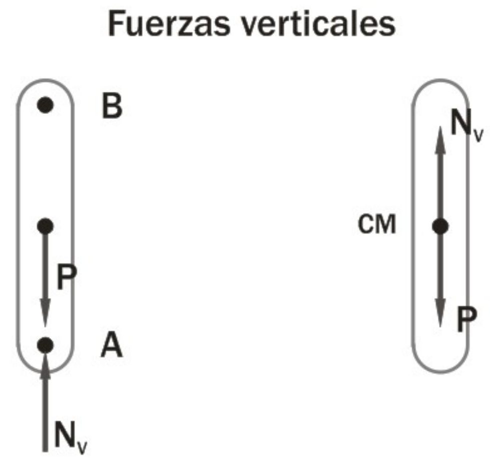
Equilibrio y Movimiento de los objetos

El **Centro de Masa** esta en el centro geométrico de la barra y será ahí donde se aplica el peso de la misma.



Primera condición de equilibrio

$$\sum F = 0$$



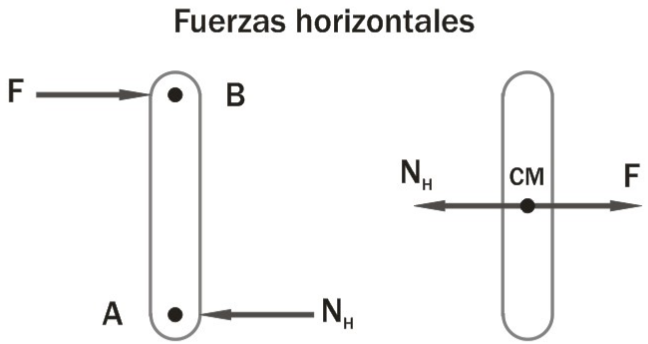
- Fuerzas Verticales

m = 0,1kg $\longrightarrow$ **P = 0,1kgf**

La normal que realiza el anclaje a la barra debe cumplir:

$N_V = P$ $\longrightarrow$ $\mathbf{N_v = 0,1kgf}$

Equilibrio y Movimiento de los objetos



- Fuerzas Horizontales

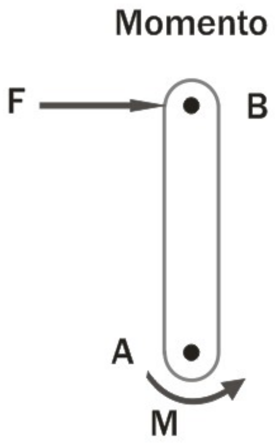
F = 0,5kgf

La normal que realiza el anclaje a la barra debe cumplir:

N_H = F ⟶ **N_H = 0,5kgf**

Segunda condición de equilibrio

$$\sum M = 0$$



- Momento sobre el punto A

F = 0,5kgf

L = 5cm

El momento que genera la fuerza F sobre el punto A es M_F = 0,5kgf·5cm

⟶ **M_F = 2,5kgf·cm en sentido horario.**

El anclaje A debe cumplir también la segunda condición de equilibrio, por lo tanto debe poder soportar un momento igual, de **M_A = 2,5kgf·cm** pero de sentido opuesto (anti horario).

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Conclusión:

El anclaje debe ser capaz de soportar:

1 - ***Fuerza vertical de 0,1kgf***

2 - ***Fuerza horizontal de 0,5kgf***

3 - ***Momento de 2,5kgf·cm anti horario***

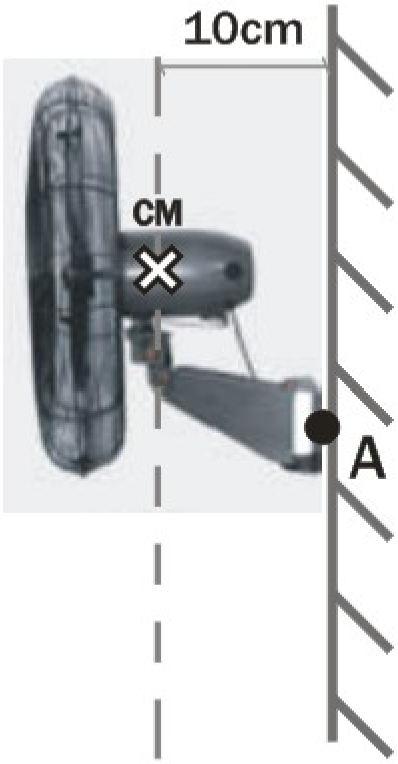
Equilibrio y Movimiento de los objetos

Ejercicio:

El ventilador de la figura pesa 2kgf.

Su centro de masa se encuentra a 10cm de la pared como se muestra en la figura.

Calcular la fuerza y el momento que debe soportar el apoyo amurado a la pared (A) donde será colgado.



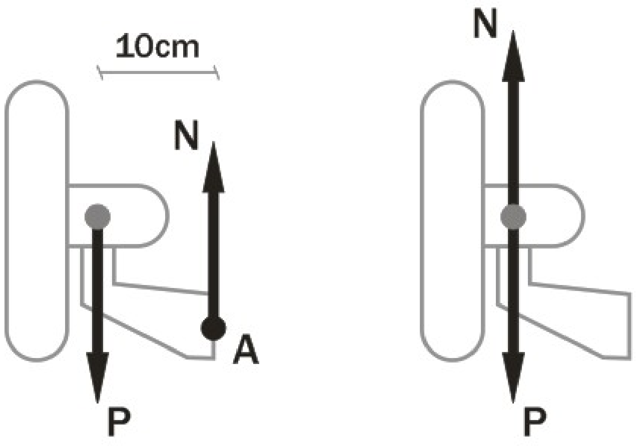
Equilibrio y Movimiento de los objetos

Solución:

- Primero Diagrama de Cuerpo Libre al ventilador.
- Ubicar el Centro de Masa y el peso sobre el mismo.
- Estudiar primera y segunda condición de equilibrio.

Primera condición de equilibrio $\sum F = 0$

Fuerzas verticales



- Fuerzas Verticales

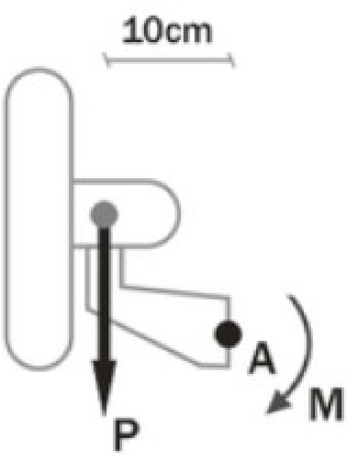
m = 2kg $\longrightarrow$ **P = 2kgf**

La normal que realiza el apoyo en la pared debe cumplir:

N = P $\longrightarrow$ **N = 2kgf**

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Momento



Segunda condición de equilibrio $\sum M = 0$

- Momento sobre el punto A
P = 2kgf
L = 10cm

El momento que genera el peso P sobre el punto A es:
M = 2kgf·10cm **M = 20kgf·cm en sentido anti horario.**

El apoyo A debe cumplir también la segunda condición de equilibrio, por lo tanto debe poder soportar un momento igual, de **M = 20kgf·cm** pero de sentido opuesto (horario).

Conclusión:

El apoyo A debe ser capaz de soportar:

*1 - **Fuerza vertical de 2kgf***

*3 - **Momento de 20kgf·cm horario***

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Esto sucede cuando un cuerpo se mueve en línea recta y cuando su velocidad es constante en el tiempo (uniforme).

Ecuación del Movimiento

$$\boxed{v = \frac{x}{t}}$$

Donde:

v - Es la velocidad del objeto.
x - Es la distancia recorrida por el objeto.
t - Es el tiempo que demora en recorrer determinada distancia.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Conociendo la velocidad de un objeto en movimiento rectilíneo uniforme podemos deducir:

$$t = \frac{x}{v}$$

El tiempo que demora en recorrer determinada distancia.

$$x = v.t \cdot$$

La distancia que recorre el cuerpo en determinado período de tiempo

Podemos modelar muchos movimientos a MRU.
Así poder estimar tiempos, distancias o velocidades.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Ejercicio:

¿Qué velocidad debe llevar un robot si se quiere que recorra en 10 segundos una distancia de 50 cm en línea recta?

t = 10 s
x =50 cm

Solución:

- Para obtener la velocidad usamos la ecuación de movimiento rectilíneo uniforme: $v = \frac{x}{t}$

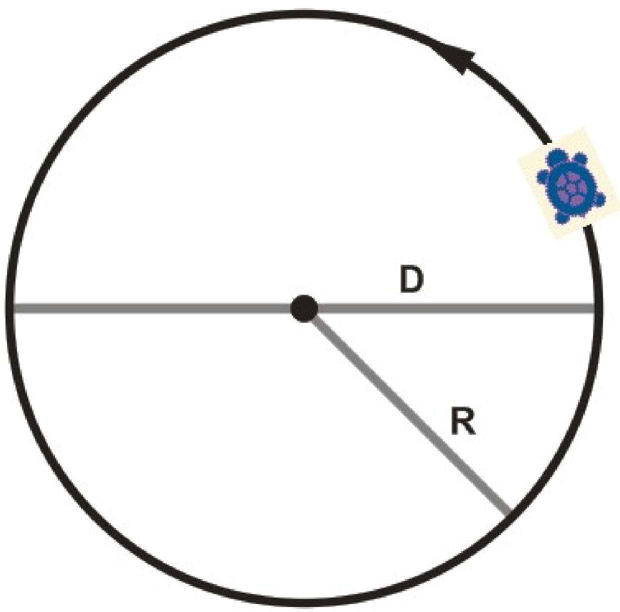
→ v = 50cm / 10s = 5 cm/s
→ v = 5 cm/s

Con una velocidad constante de 5 cm/s el robot recorre 50 centímetros en un tiempo de 10 segundos.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Movimiento Circular Uniforme (MCU)

Un objeto que describe una circunferencia en su trayectoria está realizando un movimiento circular.
Si la velocidad con la que va girando es constante, entonces el movimiento es uniforme.



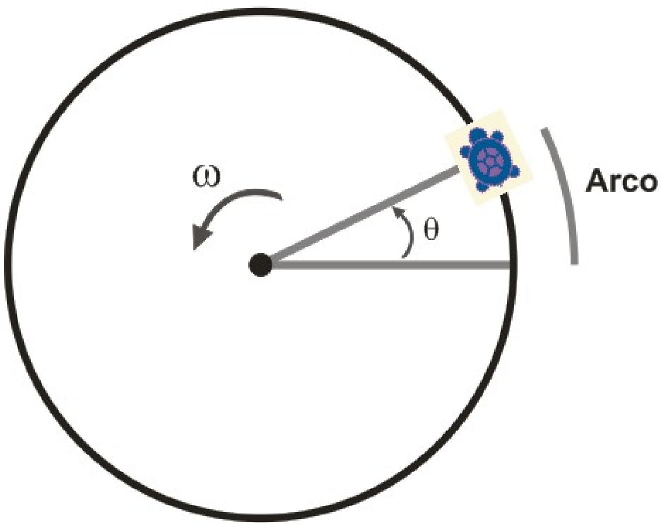
Definiciones:

Radio - Es la distancia desde el centro de la circunferencia a cualquier punto de ella, esta distancia es la misma para todos los puntos de la circunferencia.

Diámetro - Es dos veces el Radio, es la distancia entre dos puntos de la circunferencia que pasa por el centro.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Movimiento Circular Uniforme (MCU)



Definiciones:

Número π pi - Es una constante (3,14) que expresa la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Perímetro - Es la longitud de la circunferencia.

$$P = 2.\pi.R$$

Ángulo de giro - Partiendo del centro de la circunferencia, es el ángulo con el que se mide el desplazamiento angular.

Velocidad angular - Es la velocidad de desplazamiento angular por unidad de tiempo. Vueltas por minuto.

Arco - Es la parte de circunferencia recorrida por el objeto.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Movimiento Circular Uniforme (MCU)

Ecuaciones Importantes:

Cálculo del Arco

$$\boxed{x = 2.\pi.R.\frac{\theta}{360^\circ}}$$

Calculando el arco podemos saber la distancia que se traslada el objeto al girar un ángulo θ determinado.

Obs.: Un caso particular es cuando θ = 360º, una vuelta. El arco es igual al perímetro de la circunferencia. $P = 2.\pi.R$

Velocidad angular

$$\boxed{\omega = \frac{\theta}{t.360^\circ}}$$

La velocidad angular, de esta forma, nos da la cantidad de vueltas por unidad de tiempo a las que está viajando el objeto. (ej.: 4000 RPM)

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Ejercicio:

Si un auto recorre el óvalo de la figura con una velocidad constante de 120 km/hora.

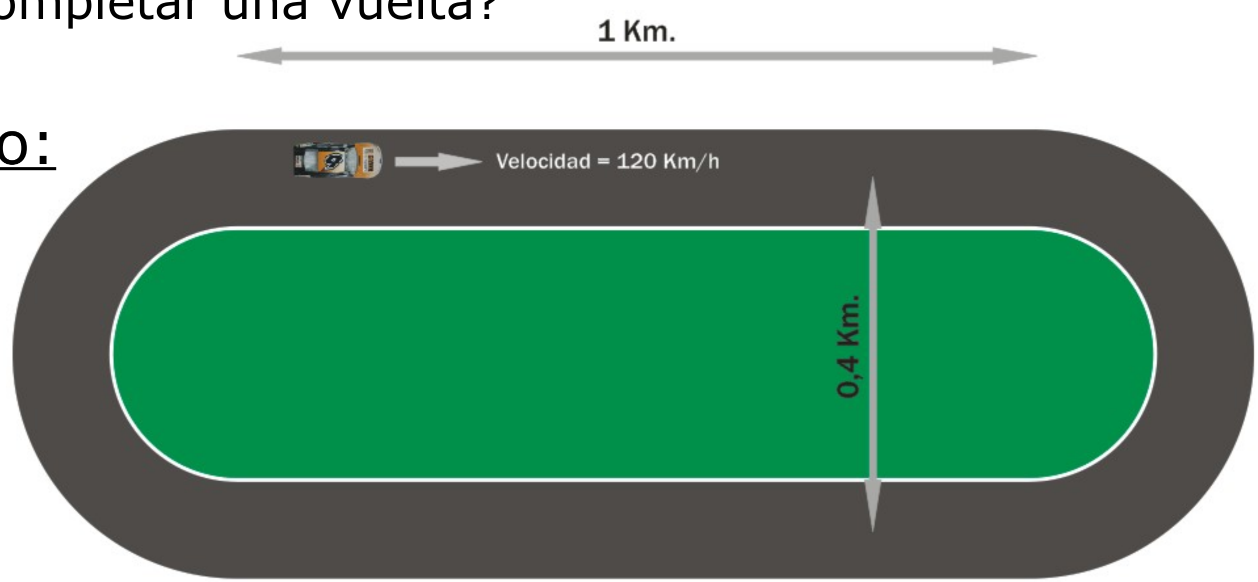
a) ¿Cuánto demora en recorrer una de las rectas del óvalo?

b) ¿Cuál es la distancia que debe recorrer para transitar una de las curvas del óvalo?

c) ¿Cuánto demora en completar una vuelta?

Descripción del óvalo:

Las rectas son de 1km, paralelas entre sí y separadas entre si por 0,4km.



Equilibrio y Movimiento de los objetos

Solución parte a):

La velocidad del auto es 120 km/h
La recta del óvalo tiene 1 km.

Usando de forma conveniente de la ecuación de movimiento rectilíneo uniforme:

$$t = \frac{x}{v}$$

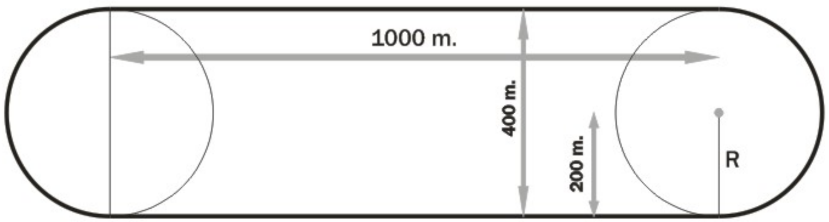
→ t = 1km / 120km/h =0,0083 horas (0,5 minutos)

→ t = 0,5 minutos

Con una velocidad constante de 120 km/h el auto recorre la recta de 1 km en un tiempo de 0,5 minutos (30 segundos).

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Solución parte b):



Diámetro de la curva: D = 0,4km
Radio de la curva: R = D/2 = 0,2km

π = 3,14

Usando la ecuación para el cálculo del arco: $x = 2.\pi.R.\frac{\theta}{360°}$

Lo otro que sabemos es que, como cada curva es una semi circunferencia, el ángulo de giro θ = 180º

→ x = 2·3,14·0,2km·(180º / 360º)

→ x = 628 metros

El arco que debe recorrer un auto al transitar una de las curvas del óvalo es de 628 metros.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Solución parte c):

Recta = 1km
Arco de curva = 0,628km
Distancia óvalo = 2·1km + 2·0,628km = 3,256km

Para completar una vuelta el auto debe recorrer x = 3,256km
Velocidad = 120 km/h

Usando de forma conveniente la ecuación de movimiento rectilíneo uniforme: $t = \frac{x}{v}$

→ t = 3,256km / 120km/h =0,027 horas (1,62 minutos)

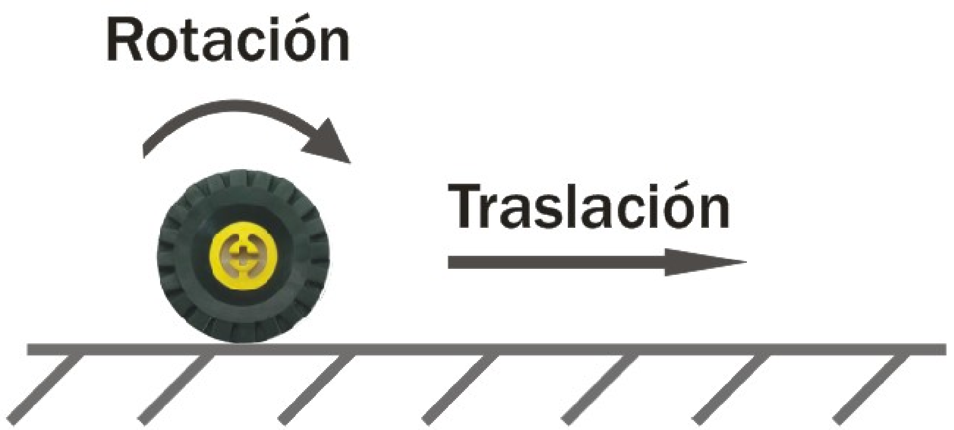
→ t = 1,62 minutos

Con una velocidad constante de 120 km/h el auto completa una vuelta en un tiempo de 1,62 minutos (1 minuto 37 segundos).

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Rodadura Sin Deslizar

Cuando un objeto rueda sobre una superficie sin resbalar. Al mismo tiempo que rota se traslada por la superficie.



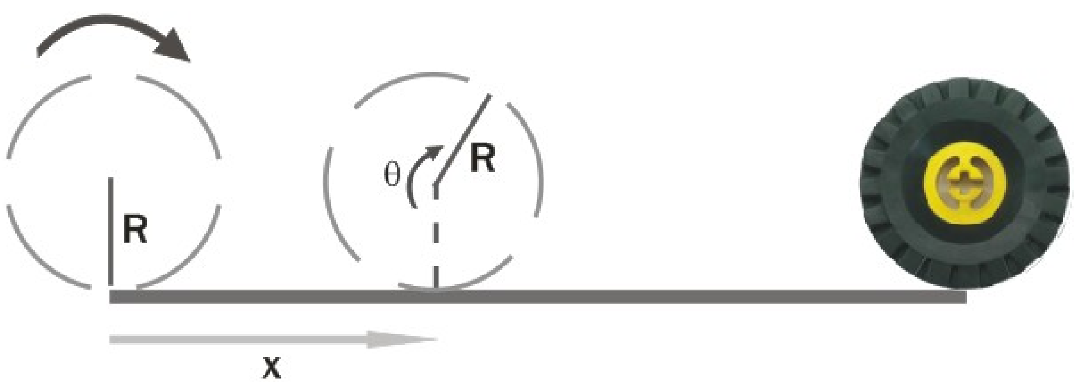
Se pueden determinar relaciones entre el movimiento de traslación y el movimiento de rotación.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Relaciones:

Ángulo de giro vs. Desplazamiento

Cuando una rueda gira cierto ángulo θ, el centro de la misma se traslada una distancia que se puede determinar a partir de la relación:



$$x = 2.\pi.R.\frac{\theta}{360°}$$

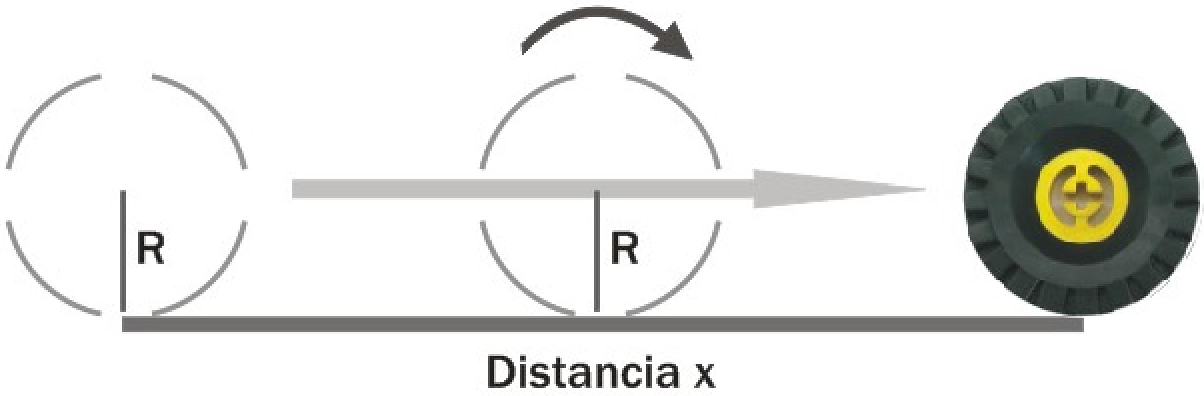
Esta distancia representa la traslación que sufrió la rueda al girar un ángulo θ

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Relaciones:

Desplazamiento vs. Cantidad de vueltas

Generalmente lo que queremos saber es la cantidad de vueltas que debe dar la rueda para trasladarse una determinada distancia.

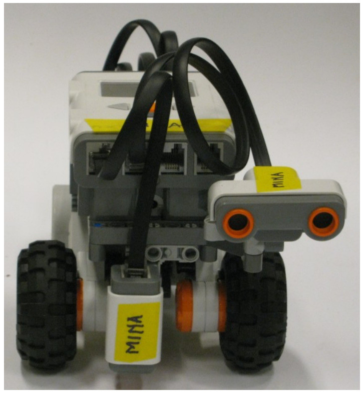


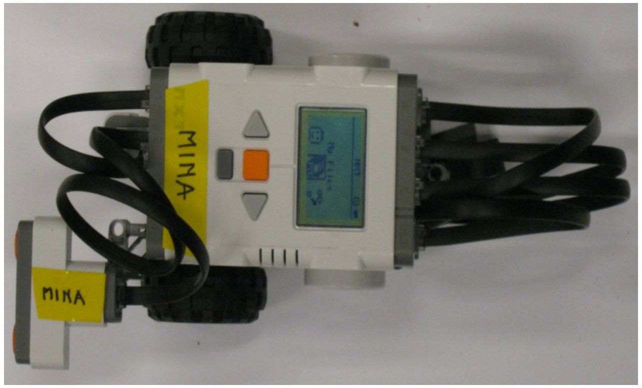
$$\theta = \frac{x}{2.\pi.R}$$

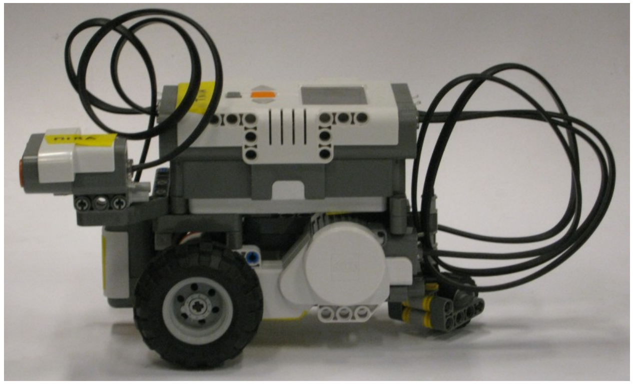
A partir de la distancia x que queremos recorrer y con el radio R del objeto obtenemos la cantidad de vueltas que debe dar para realizar el recorrido.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Aplicaciones con robot Lego!







Datos:

Diámetro de la rueda: D = 0,056m
Radio de la rueda: R = D/2 R = 0,028m

Distancia entre ruedas: d = 0,090m
Medida de la grilla: 0,2 x 0,2m

Equilibrio y Movimiento de los objetos

1 – Movimiento en línea recta 0,2m (1 baldosa)

Para que esto suceda se deben girar los dos motores en el mismo sentido la misma cantidad de vueltas.

Aplicando la relación Desplazamiento vs. Cantidad de vueltas: $\theta = \dfrac{x}{2.\pi.R}$

$$\theta = \frac{x}{2.\pi.R} = \frac{0,20}{2.\pi.0,028} = 1,14$$

$\theta = 1,14$ Vueltas.

Las ruedas deben girar 1,14 vueltas al mismo tiempo para que el robot se traslade 0,20 metros.

Observación:

Si lo que queremos es avanzar dos baldosas de la grilla (0,4m) el número de vueltas se multiplica por dos, por lo tanto 2,28 Vueltas.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

2 – Giro de 90º sobre rueda izquierda

Para que esto suceda se debe girar la rueda derecha determinada cantidad de vueltas con la izquierda quieta.

Calculamos el arco que se va a trasladar la rueda derecha: $x = 2.\pi.R.\dfrac{\theta}{360^\circ}$

$x = 2.\pi.0,09.\dfrac{90}{360} = 0,14$ metros

La rueda se debe trasladar 0,14 metros.

Aplicando la relación Desplazamiento vs. Cantidad de vueltas: $\theta = \dfrac{x}{2.\pi.R}$

$$\theta = \frac{x}{2.\pi.R} = \frac{0,14}{2.\pi.0,028} = 0,81$$

$\theta = 0,81$ Vueltas.

La rueda derecha debe girar 0,81 vueltas con la izquierda quieta para que el robot gire 90º sobre su rueda izquierda.

Equilibrio y Movimiento de los objetos

Ejercicio:

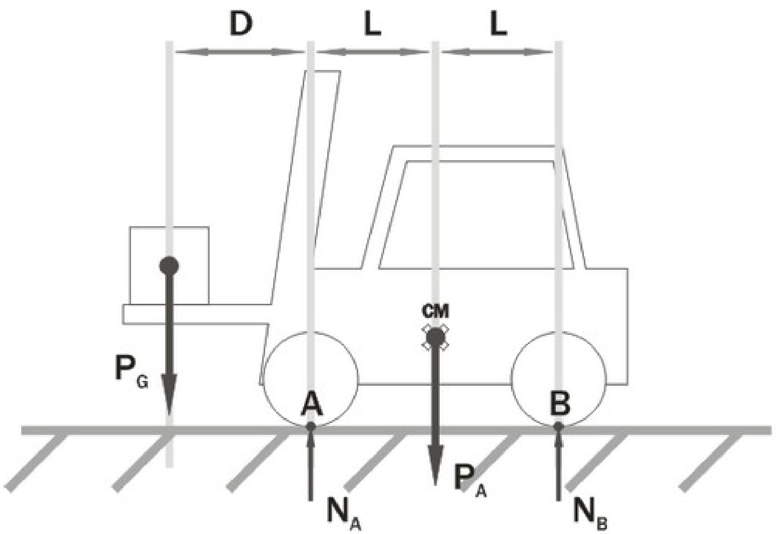
El Autoelevador de la figura se usa para cargar gomas en su brazo.
¿Qué peso máximo puede cargar antes de que pierda la estabilidad?

Datos:

Se asume el Centro de Masa indicado en la figura, en el punto medio entre A y B.

Peso del Autoelevador – P_A = 2 kgf

2·L = 10 cm (Distancia entre ruedas AB)
D = 7 cm (Distancia de rueda A hasta carga de gomas)



Equilibrio y Movimiento de los objetos

Solución:

- Diagrama de Cuerpo Libre al Autoelevador.

- Identificar Centro de Masa y fuerzas que actúan sobre el Autoelevador

- Determinar cuándo se da la condición de pérdida de equilibrio.

- Estudiar primera y segunda condición de equilibrio.

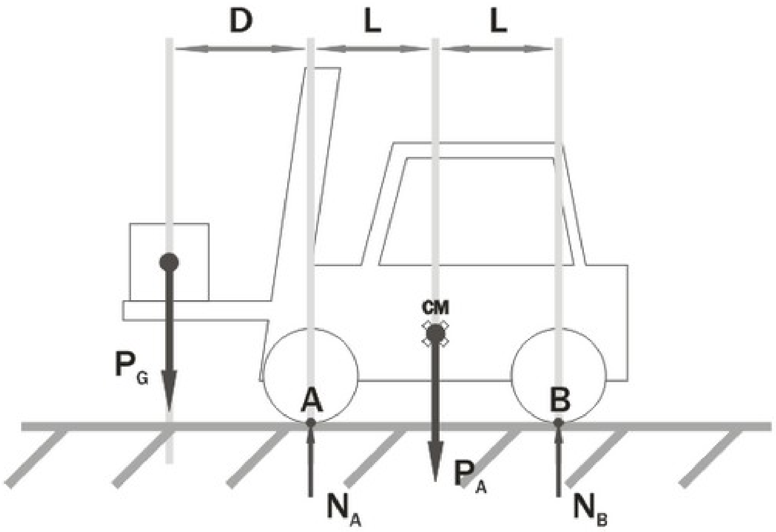
Equilibrio y Movimiento de los objetos

La condición de pérdida de equilibrio que plantea el problema es una rotación del auto elevador sobre su rueda de apoyo A.

Esto comienza a suceder cuando no hay normal sobre el apoyo de la rueda B

→ $N_B = 0$

Ahora evaluamos esta condición y conoceremos el peso máximo que puede levantar el Autoelevador antes de ponerse patas para arriba.



Equilibrio y Movimiento de los objetos

Primera condición de equilibrio $\sum F = 0$

- Fuerzas Verticales

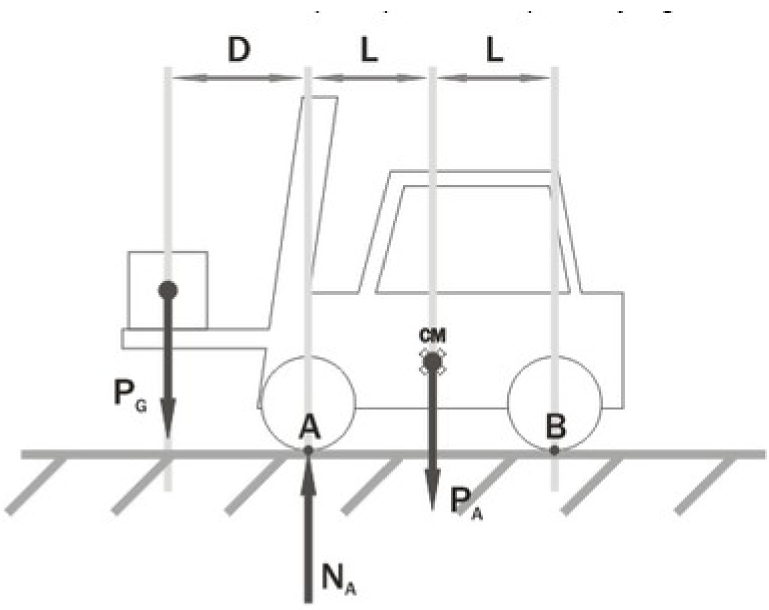
P_A = 2 kgf

P_G = ? (es lo que queremos averiguar)

La normal que realiza todo el apoyo sobre la rueda A debe cumplir la primera condición:

$P_A + P_G = N_A$

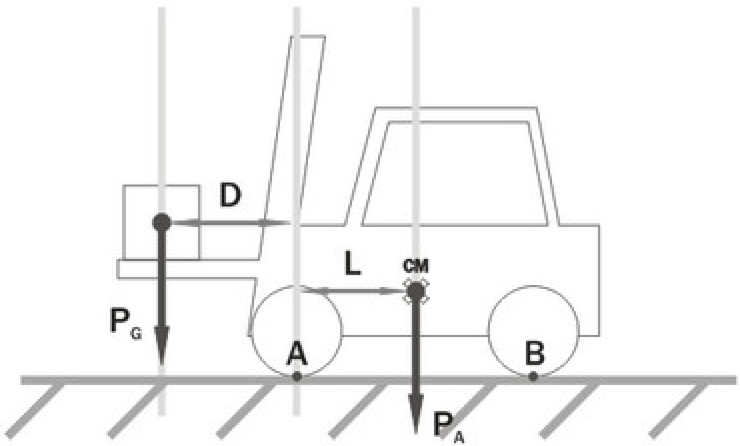
$\mathbf{N_A = 2kgf + P_G}$



Equilibrio y Movimiento de los objetos

Segunda condición de equilibrio $\sum M = 0$

- Momento sobre el punto A



El momento que genera el peso del auto elevador P_A sobre el punto A es: M = 2kgf·5cm

M = 10kgf·cm en sentido horario.

El momento que genera el peso de las gomas P_G sobre el punto A es: $M = P_G \cdot 7cm$

M = P_G·7cm en sentido anti horario.

La segunda condición de momentos dice que la suma debe ser igual a 0.

$\longrightarrow$ $10kgf \cdot cm = P_G \cdot 7cm$

$10kgf \cdot cm / 7cm = P_G$ $\longrightarrow$ **P_G = 1,43kgf**

El elevador puede levantar 1,43kgf de gomas antes de girar y perder el equilibrio.