# Electromagnetismo básico para el curso de Electrónica de Potencia

Plantel docente de la asignatura

Marzo 2022

**Resumen**

Estas notas tienen como objetivo transcribir algunas ecuaciones básicas del electromagnetismo y ayudar a reafirmar algunos conceptos que son primordiales para analizar los circuitos que se ven en el curso de Electrónica de Potencia. En particular, se ven las ecuaciones de bobinas y transformadores y se hace especial énfasis en que el concepto más importante a tener siempre presente es que en los sistemas conservativos, al analizar un cambio topológico determinado por la conmutación de alguna llave del circuito, se debe considerar siempre que un instante antes y un instante después del cambio, lo que se mantiene es la energía, y que ésta depende exclusivamente de la variable de estado, que para el caso de bobinas y transformadores, es el flujo magnético.

## 1. Leyes de Ampère y Faraday

Sea el circuito magnético de la fig. 1 en el que se tiene un camino magnético de longitud $l$, un entre-hierro de longitud $e$, una sección $S$ y un arrollamiento de $N$ vueltas en el que entra una corriente $i$; el voltaje del devanado es $v$. Se asumirá que el flujo magnético $\phi$ está confinado al material magnético y que la forma que toma el flujo magnético en el entre-hierro $e$ es con la misma sección $S$. También se asumirá que no hay saturación magnética.

Por definición se tienen las ec. (1) y (2) en las que $B$ es la inducción magnética (también denominada densidad de flujo magnético), $H$ es la intensidad del campo magnético y $\mu$ es la permeabilidad magnética. Se debe tener presente que $\mu = \mu_{rel} \times \mu_0$, en donde $\mu_{rel}$ es la permeabilidad magnética relativa del material magnético y en general es un par de órdenes superior a la permeabilidad magnética del aire $\mu_0$.

$$\phi = B \cdot S \tag{1}$$

$$H = \frac{B}{\mu} \tag{2}$$

Luego, la ec. (3) es la ecuación de la ley de Faraday y la ec. (4) es la ecuación de la ley de Ampère.

$$v = N \cdot \frac{d\phi}{dt} \tag{3}$$

$$\oint H \cdot dl = N \cdot i \tag{4}$$

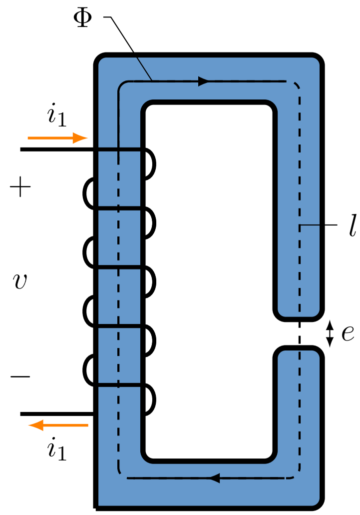


Figura 1: Modelo Simple de una Bobina.

Aplicando la ley de Ampère al camino cerrado del flujo $\phi$ y utilizando las definiciones de las ec. (1) y (2) se obtiene la ec. (5) que, al definir la Reluctancia Magnética $\mathcal{R}$ tal como muestra la ec. (6), resulta en la ec. (7).

$$\frac{l \cdot B}{\mu} + \frac{e \cdot B}{\mu_0} = N \cdot i \tag{5}$$

$$\mathcal{R} = \frac{1}{S}\left(\frac{l}{\mu} + \frac{e}{\mu_0}\right) \tag{6}$$

$$N \cdot i = \mathcal{R} \cdot \phi \tag{7}$$

La ec. (7) muestra claramente que el flujo magnético $\phi$ y la corriente $i$ en el arrollado están en directa relación, sólo dependiendo su relación de la geometría, la cantidad de vueltas $N$ y la permeabilidad magnética del material magnético. Luego, aplicando a la ecuación de Faraday (ec. 3) la ec. (7), resulta la ec. (8), que nos permite escribir la ec. (9), definiendo la inductancia magnética $L$ a partir de la ec. (10).

$$v = N \cdot \frac{d\phi}{dt} = N\frac{N}{\mathcal{R}} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{N^2}{\mathcal{R}} \cdot \frac{di}{dt} \tag{8}$$

$$v = L \cdot \frac{di}{dt} \tag{9}$$

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} \tag{10}$$

# 2. Principio de Conservación de la Energía

De la fig. 1 se puede calcular la potencia instantánea $p(t)$ como $p(t) = v(t) \cdot i(t)$, que, sustituyendo $v$ a partir de la ec. (9), resulta que $p(t) = i(t) \cdot L\frac{di(t)}{dt}$. Luego, la energía acumulada en la bobina $L$ se puede calcular simplemente integrando la potencia instantánea a lo largo del tiempo, tal como se expresa en la ec. (11).

$$E(t) = \int_{t_0}^{t} p(t)dt = L\int_{i_0}^{i(t)} i(t)di = \frac{1}{2}L[i(t) - i_o]^2 \tag{11}$$

Por lo que, cualquiera sea la trayectoria con que se carga la bobina, al pasar de una corriente $i_0$ nula correspondiente a una bobina descargada, a una corriente cualquiera $i(t)$, la energía almacenada en una bobina $L$ es la mostrada en la ec. (12)

$$E(i) = \frac{1}{2}Li^2 \tag{12}$$

Otra forma de escribir la expresión de la energía almacenada a partir de la ec. (10) es la que muestra la ec. (13)

$$E(\phi) = \frac{1}{2}\mathcal{R}\phi^2 \tag{13}$$

En suma, la bobina ideal, en un sistema conservativo, tiene una energía que depende exclusivamente del flujo magnético (o de la corriente asociada) pudiéndose caracterizar totalmente a partir de estas variables de estado o sus derivadas, todas las demás variables relevantes, como por ejemplo la tensión a partir de la ec. (9).

## 2.1. Corolario: La corriente de una bobina NO puede tener escalones

Al analizar un cambio topológico determinado por la conmutación de llaves, se debe considerar siempre que un instante antes y un instante después del cambio, lo que se mantiene es la energía, y que ésta depende de las variables de estado del sistema que son el flujo (o su corriente asociada) del circuito magnético. Por tanto, el flujo o la corriente en una bobina NO pueden presentar en ningún momento escalones temporales.

# 3. Generalización al modelo de un transformador ideal

En la fig. 2 simplemente se le agrega un segundo bobinado al esquema de la fig. 1. De aplicar la Ley de Faraday (ec. (3)) a ambos bobinados, y por ser el flujo magnético el mismo para ambos arrollados, resulta que la relación entre voltajes sólo depende de la relación de vueltas de los bobinados tal como muestra la ec. (14)

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{v_1}{N_1} = \frac{v_2}{N_2} \tag{14}$$

Luego, por aplicar la ecuación de Ampère (ec. (4)) al circuito magnético resulta la ec. (15), en la que se debe cuidar el signo con que se adicionan o restan los ampere-espira de cada bobinado dependiendo del sentido asignado a las corrientes y el sentido de los arrollamientos.

$$\mathcal{R} \cdot \phi = N_1 i_1 - N_2 i_2 \tag{15}$$

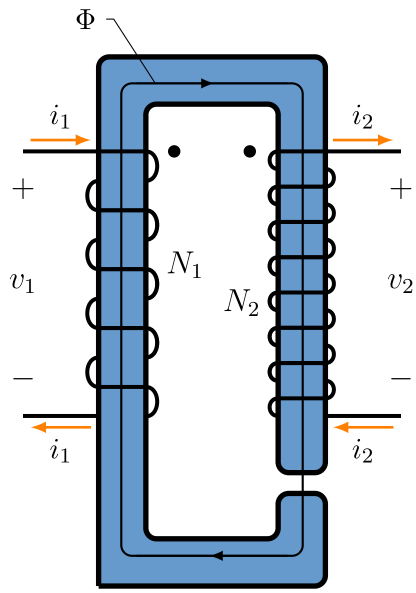
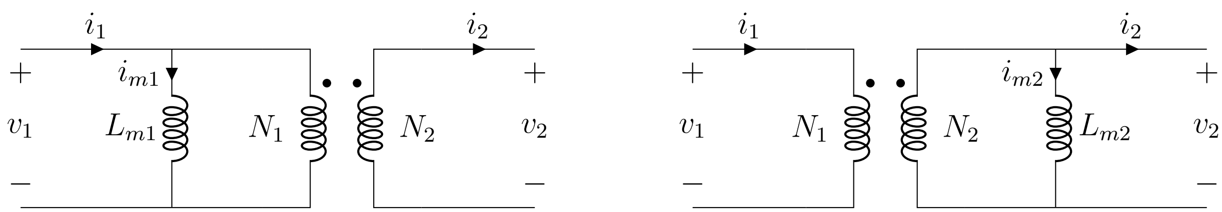



Figura 2: Modelo Simple de un Transformador.




(a) Inductancia magnetizante en el primario (b) Inductancia magnetizante en el secundario

Figura 3: Modelo Simple de un Transformador

Las ecs. (14) y (15) pueden modelarse como cualquiera de los circuitos equivalentes que muestra la fig. 3. Si se utiliza el circuito en el que la inductancia se ubica en el primario (fig. 3a), se cumplen las ecs. (16), (17) y 18; si, por otra parte, la inductancia se ubica en el secundario (fig. 3b), se cumplen las ecs. (19), (20) y (21).

$$\mathcal{R} \cdot \phi = N_1 i_{m1} \tag{16}$$

$$L_{m1} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} \tag{17}$$

$$i_1 = i_{m1} + \frac{N_2}{N_1} i_2 \tag{18}$$

$$\mathcal{R} \cdot \phi = N_2 i_{m2} \tag{19}$$

$$L_{m2} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}} \tag{20}$$

$$\frac{N_1}{N_2} i_1 = i_{m2} + i_2 \tag{21}$$

## 3.1. Corolario: a la inductancia magnetizante de un transformador se la puede cambiar dinámicamente de ubicación

La inductancia magnetizante de un transformador se puede ubicar en el lado del primario o en el lado del secundario y se puede cambiar durante el funcionamiento en cualquier momento. La única precaución que hay que tener, al realizar el cambio de ubicación, es que se debe verificar que se conserva la energía entre antes y después del momento del cambio.