

Procesamiento digital de señales de audio

Filtros digitales y aplicaciones en audio

Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

- 1 Algunos filtros empleados en modelado acústico
 - Filtros peine
 - Analogía de los filtros peine con ondas estacionarias
 - Filtros pasa-todos
- 2 Aplicaciones en síntesis y efectos de audio
 - Síntesis de cuerdas pulsadas
 - Reverberadores

Filtros peine

- Constituyen **unidades básicas de procesamiento** para generar y transformar sonidos.
 - Efectos de audio que consisten en combinar copias de la señal: echo, flanging, phasing, reverb, etc.
 - En síntesis de sonido, para crear señales con espectros armónicos.
- Son filtros recursivos de **implementación muy sencilla**. Requieren un par de operaciones aritméticas para obtener cada muestra de la salida.
- Permiten la **síntesis de señales con espectros complejos**.

Filtros peine realimentados hacia adelante

(Feedforward Comb, FIR Comb o Inverse Comb)

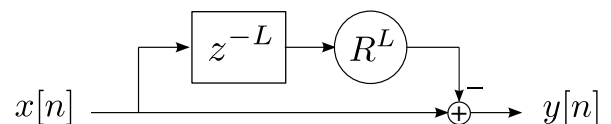
Ecuación en recurrencia

$$y[n] = x[n] - R^L x[n - L]$$

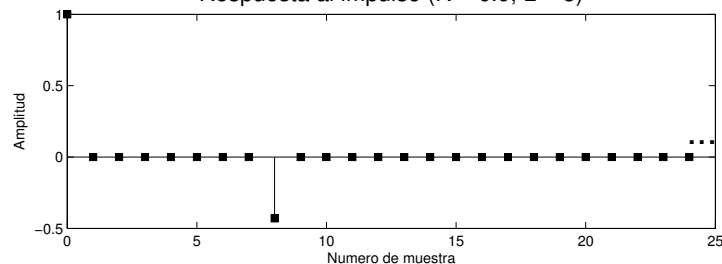
Respuesta al impulso

$$h[n] = \delta[n] - R^L \delta[n - L]$$

Diagrama de bloques



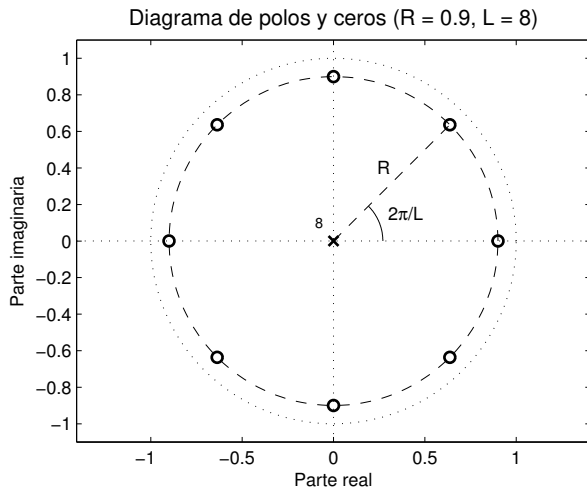
Respuesta al impulso (R = 0.9, L = 8)



Filtros peine realimentados hacia adelante

Función de transferencia

$$H(z) = 1 - R^L z^{-L} = \frac{z^L - R^L}{z^L}$$



Ceros

$$z^L - R^L = 0 \Rightarrow$$

$$z = R e^{j2\pi k/L}, \quad k = 0, \dots, L - 1$$

Polos

$$z^L = 0 \Rightarrow$$

$$z = 0 \quad \text{con multiplicidad } L$$

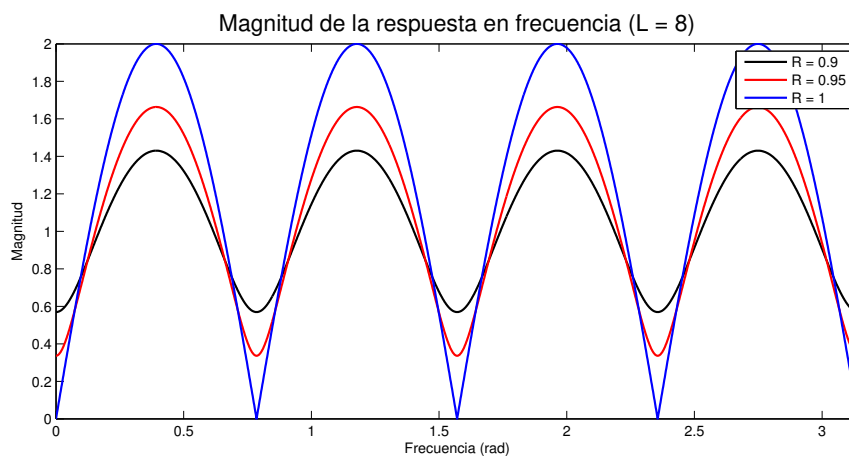
Filtros peine realimentados hacia adelante

Respuesta en frecuencia

$$H(e^{j\theta}) = 1 - R^L e^{-j\theta}$$

Magnitud de la respuesta en frecuencia

$$|H(e^{j\theta})| = \sqrt{1 + R^{2L} - 2R^L \cos(\theta L)}$$



Filtros peine

(Feedback Comb, Comb)

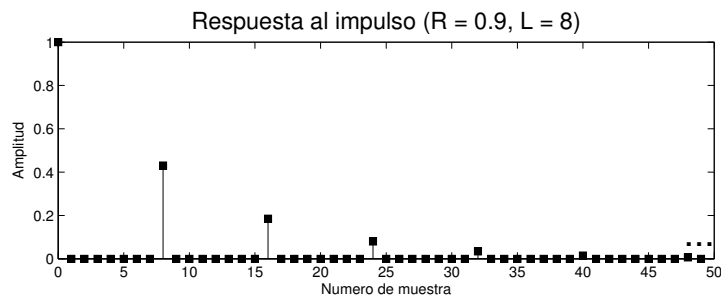
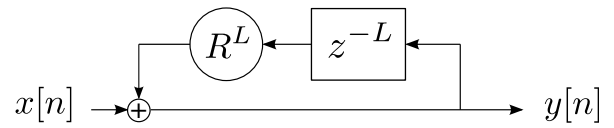
Ecuación en recurrencia

$$y[n] = x[n] + R^L y[n - L]$$

Respuesta al impulso

$$h[n] = \begin{cases} R^{kL} & \text{si } n = kL, \quad k = 0, 1, \dots \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

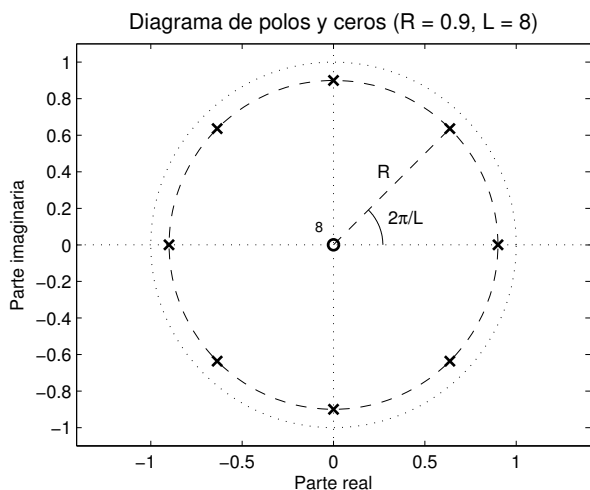
Diagrama de bloques



Filtros peine

Función de transferencia

$$H(z) = \frac{1}{1 - R^L z^{-L}} = \frac{z^L}{z^L - R^L}$$



Ceros

$$z^L = 0 \Rightarrow$$

$z = 0$ con multiplicidad L

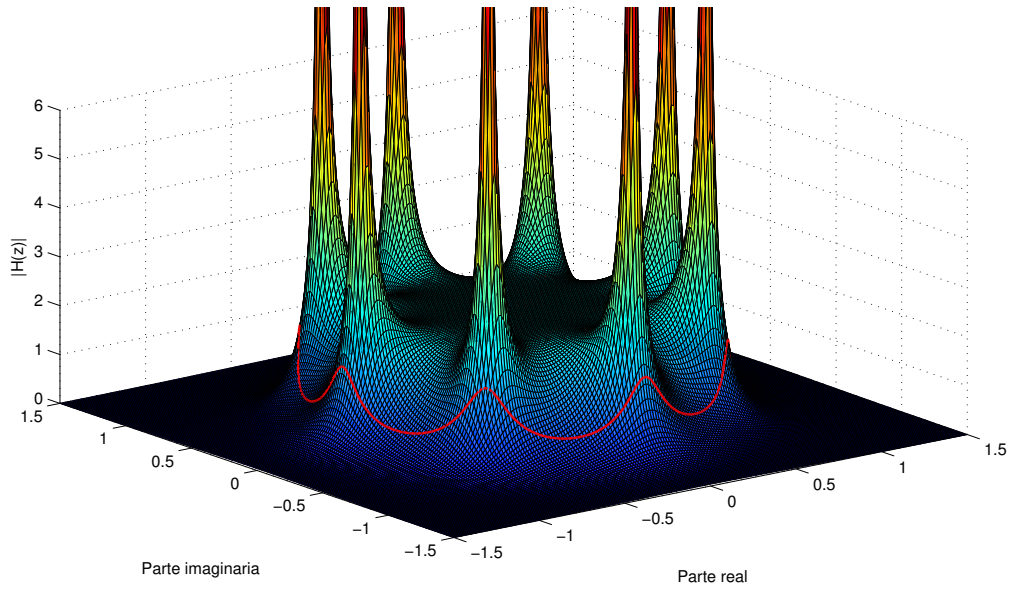
Polos

$$z^L - R^L = 0 \Rightarrow$$

$$z = R e^{j2\pi k/L}, \quad k = 0, \dots, L - 1$$

Filtros peine

Función de transferencia



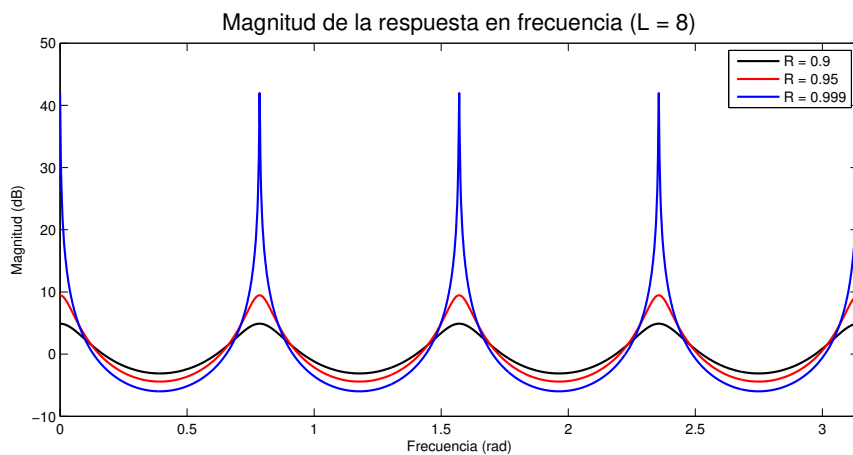
Filtros peine

Respuesta en frecuencia

$$H(e^{j\theta}) = \frac{1}{1 - R^L e^{-j\theta}}$$

Magnitud de la respuesta en frecuencia

$$|H(e^{j\theta})| = \frac{1}{\sqrt{1 + R^{2L} - 2R^L \cos(\theta L)}}$$



Filtros peine

Comparación con el filtro peine inverso

- Tienen funciones de transferencia inversas.
 - Equivale a cambiar los polos por ceros y los ceros por polos en el diagrama de polos y ceros.
- Las respuestas en frecuencia son inversas.

Observaciones

- Frecuencias de resonancia en múltiplos de la frecuencia fundamental $\frac{2\pi}{L}$ radianes.
- Una aplicación directa es en el modelado de señales armónicas.
- La frecuencia fundamental de la señal armónica es $\frac{f_s}{L}$ Hertz.
- Permite generar espectros complejos con solo 2 operaciones (suma y multiplicación).
- Con una línea de retardo de 40 muestras se logran 20 frecuencias de resonancia.

Filtros peine con realimentación negativa

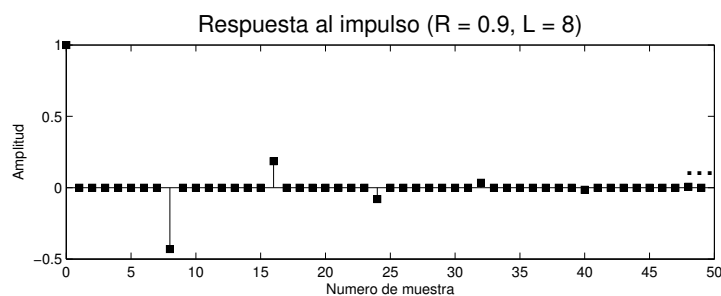
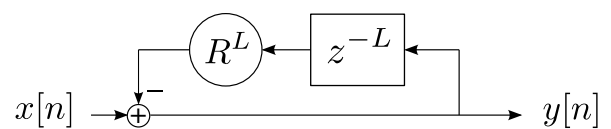
Ecuación en recurrencia

$$y[n] = x[n] - R^L y[n - L]$$

Respuesta al impulso

$$h[n] = \begin{cases} (-1)^k R^{kL} & \text{si } n = kL, \quad k = 0, 1, \dots \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

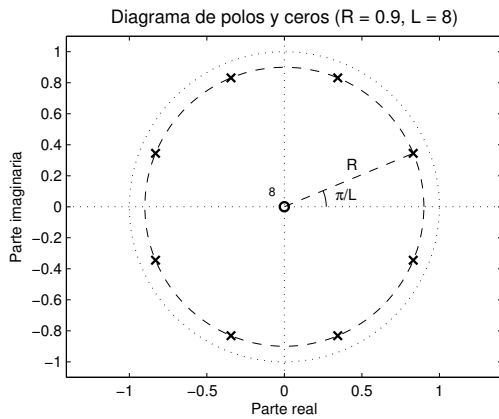
Diagrama de bloques



Filtros peine con realimentación negativa

Función de transferencia

$$H(z) = \frac{1}{1 + R^L z^{-L}} = \frac{z^L}{z^L + R^L}$$



Ceros

$$z^L = 0 \Rightarrow$$

$z = 0$ con multiplicidad L

Polos

$$z^L + R^L = 0 \Rightarrow$$

$$z = R e^{j(2k+1)\pi/L}, \quad k = 0, \dots, L-1$$

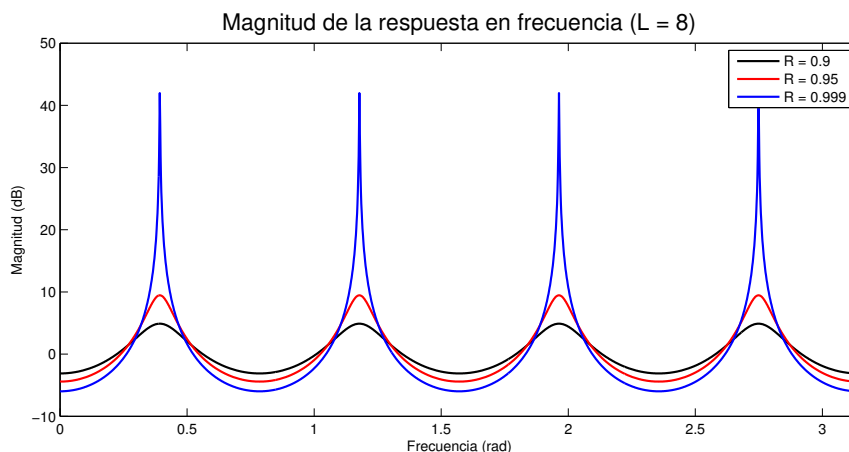
Filtros peine con realimentación negativa

Respuesta en frecuencia

$$H(e^{j\theta}) = \frac{1}{1 + R^L e^{-j\theta}}$$

Magnitud de la respuesta en frecuencia

$$|H(e^{j\theta})| = \frac{1}{\sqrt{1 + R^{2L} + 2R^L \cos(\theta L)}}$$



Filtros peine con realimentación negativa

Comparación con el filtro peine

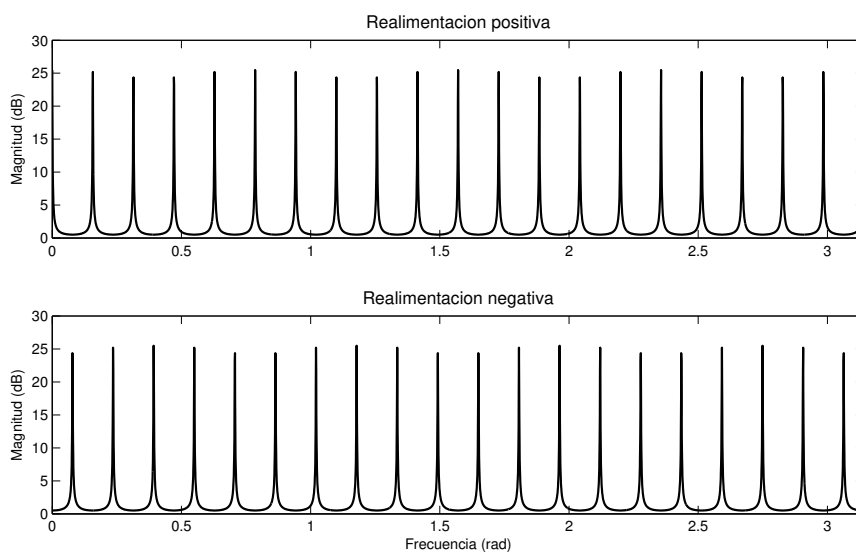
- El diagrama de polos y ceros es una rotación de ángulo $\frac{\pi}{L}$ radianes respecto al del filtro peine con realimentación positiva.

Observaciones

- El espectro tiene frecuencias de resonancia en múltiplos impares de la frecuencia fundamental $\frac{\pi}{L}$ radianes.

Filtros peine

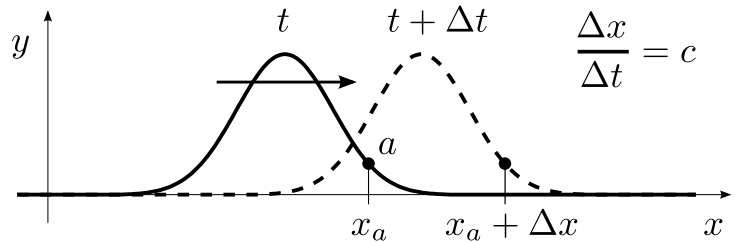
Filtros peine usando una línea de retardo de 40 muestras
 $L = 40, R = 0.999$



Ondas viajeras y ondas estacionarias

La ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$



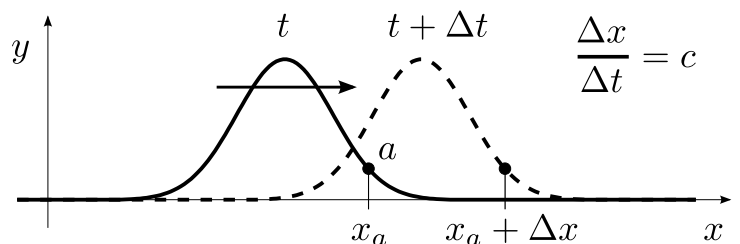
Interpretación intuitiva de onda viajera en una cuerda

- La aceleración vertical de un punto de la cuerda es proporcional a la curvatura de la cuerda en ese punto. La fuerza sobre el punto se debe a que la cuerda trata de restablecerse al equilibrio.
- curvatura positiva: la cuerda tiene forma \cup y se acelera hacia arriba.
- curvatura negativa: la cuerda tiene forma \cap y se acelera hacia abajo.

Ondas viajeras y ondas estacionarias

Onda viajera en una cuerda

$$y(x, t) = f(t - x/c), \quad (1)$$



donde

- $f(\cdot)$ es una función arbitraria que representa la forma del pulso.
- c es la velocidad de propagación del pulso.

Observaciones

- La ecuación 1 representa un pulso de forma dada por la función $f(\cdot)$ viajando hacia la derecha con velocidad c . La ecuación 1 es válida si la cuerda es infinita.
- Es fácil verificar que la ecuación 1 cumple la ecuación de onda.

Ondas viajeras y ondas estacionarias

Solución general de la ecuación de onda

La solución general de la ecuación de onda es la superposición de una onda viajera moviéndose hacia la derecha y otra moviéndose hacia la izquierda,

$$y(x, t) = f(t - x/c) + g(t + x/c). \quad (2)$$

Observaciones

- No se impuso ninguna restricción sobre la cuerda: es de largo infinito y no está sujeta en ningún punto.
- De la ecuación 2 no se deduce una vibración periódica.
- Para que la cuerda vibre de forma periódica (como una cuerda de guitarra) debe ser restringida en un par de puntos.

Ondas viajeras y ondas estacionarias

Reflexión en un extremo fijo

- Se fija la cuerda en el punto $x = 0$ (no puede moverse).
- Esto implica que para todo t se debe cumplir

$$y(0, t) = f(t) + g(t) = 0 \implies g(t) = -f(t)$$

- La solución general de la ecuación 2 queda

$$y(x, t) = f(t - x/c) - f(t + x/c). \quad (3)$$

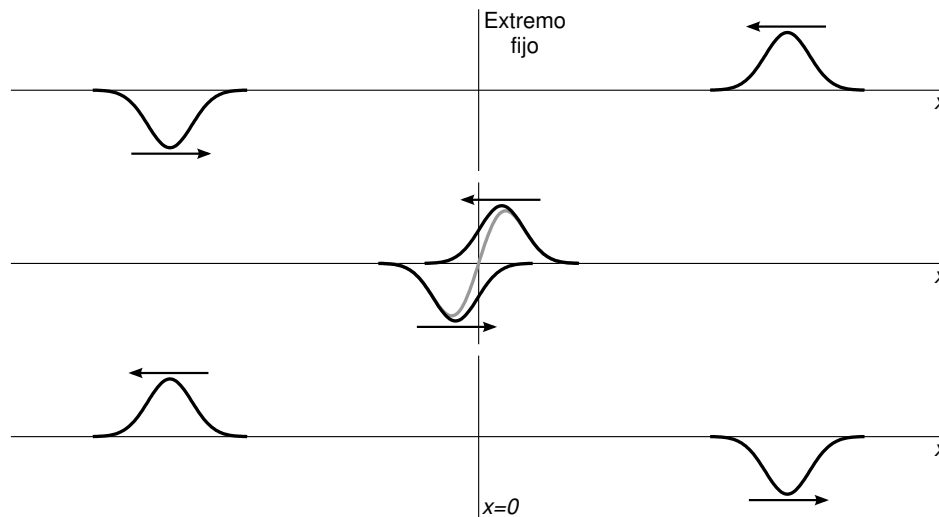
Interpretación

- Se comienza con la onda $y = f(t + x/c)$ en la región de las x positivas viajando hacia la izquierda.
- Para que el punto en $x = 0$ sea estacionario, debe existir una onda viajando en el sentido opuesto que llegue simultáneamente al punto $x = 0$.
- La onda continúa viajando hacia la derecha con el signo opuesto.

Ondas viajeras y ondas estacionarias

Reflexión en un extremo fijo

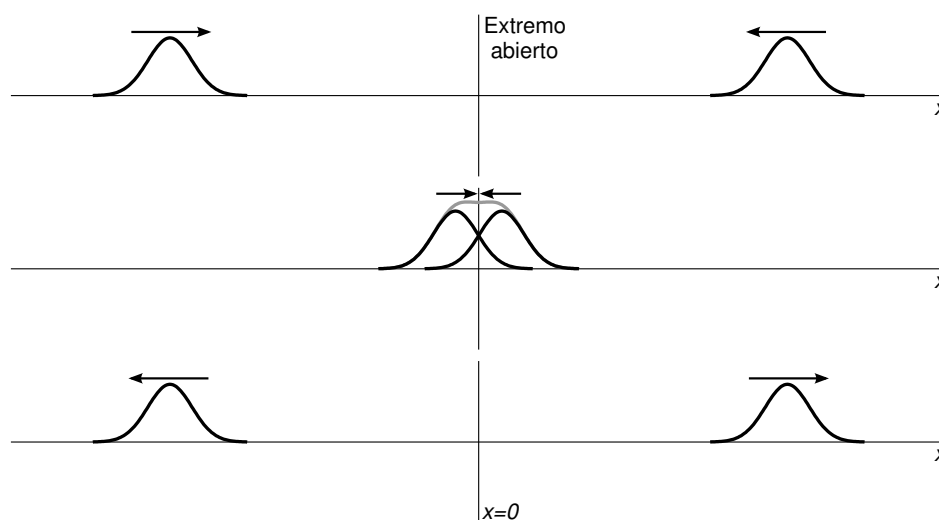
El efecto de un extremo fijo es que la onda reflejada se invierte.



Ondas viajeras y ondas estacionarias

Reflexión en un extremo libre

El efecto de un extremo libre es que la onda se refleja sin invertirse.



Ondas viajeras y ondas estacionarias

Ondas estacionarias

- Se considera que la cuerda se fija en los puntos $x = 0$ y $x = \mathbb{L}$.

$$y(\mathbb{L}, t) = f(t - \mathbb{L}/c) - f(t + \mathbb{L}/c) = 0 \implies f(t) = f(t + 2\mathbb{L}/c)$$

- Se forman patrones de onda estacionarias que vibran a frecuencia:

Cuerda con dos extremos fijos

$$\omega_0 = \frac{\pi k c}{\mathbb{L}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Cuerda con un extremo fijo y un extremo libre

$$\omega_0 = \frac{\pi(2k - 1)c}{2\mathbb{L}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Ondas estacionarias

- Al especificar condiciones de borde en dos puntos la cuerda vibra con cierta frecuencia fundamental (inversamente proporcional al largo \mathbb{L} de la cuerda).

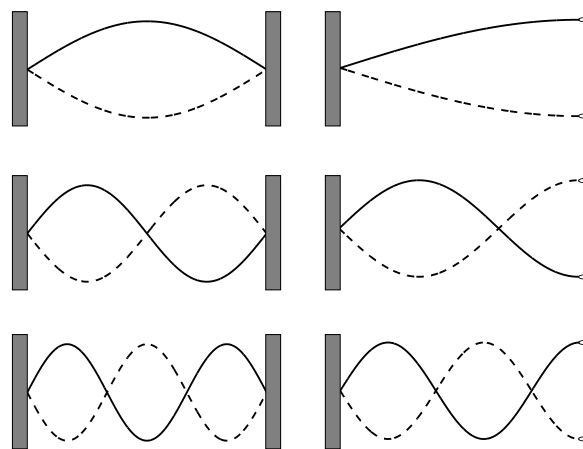
Ondas viajeras y ondas estacionarias

Modos de vibración de ondas estacionarias

Cuerda con dos extremos fijos

$$\omega_k = \frac{k\pi c}{\mathbb{L}}$$

$$\lambda_k = \frac{2\mathbb{L}}{k}$$



Cuerda con un extremo fijo y un extremo libre

$$\omega_k = \frac{(2k - 1)\pi c}{2\mathbb{L}}$$

$$\lambda_k = \frac{4\mathbb{L}}{2k - 1}$$

- Mitad de la frecuencia fundamental
- Solo armónicos impares

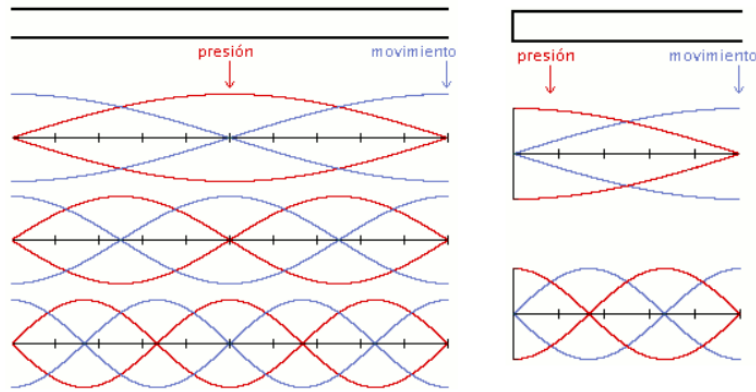
$$\omega = \frac{\pi c}{\mathbb{L}}, \frac{2\pi c}{\mathbb{L}}, \frac{3\pi c}{\mathbb{L}}, \dots$$

$$\omega = \frac{\pi c}{2\mathbb{L}}, \frac{3\pi c}{2\mathbb{L}}, \frac{5\pi c}{2\mathbb{L}}, \dots$$

Ondas viajeras y ondas estacionarias

Columna de aire vibrando en un tubo

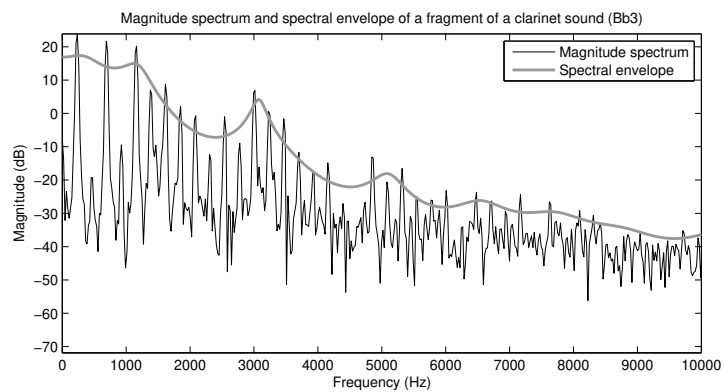
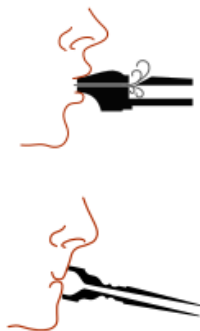
- Analogía con cuerdas (ondas de presión)
 - Ambos extremos abiertos: cuerda con dos extremos fijos.
 - Extremos abierto y cerrado: cuerda con extremo fijo y libre.



Ondas viajeras y ondas estacionarias

Columna de aire vibrando en un tubo

- Ejemplos de instrumentos de viento
 - Ambos extremos abiertos: flauta, flauta dulce, órgano de tubos.
 - Extremos abierto y cerrado: clarinete (aproximación).



Analogía entre propagación de ondas y filtros peine

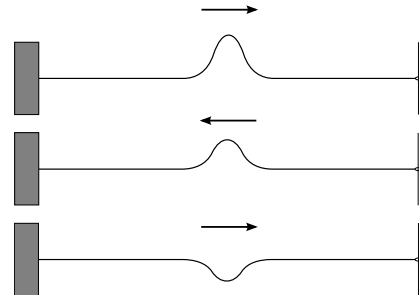
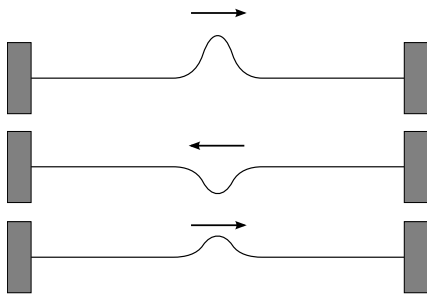
Ondas Viajeras

Ambos extremos fijos
(o ambos extremos abiertos).

Un extremo fijo y otro libre
(o uno cerrado y otro abierto).

Al realizar un viaje de ida y vuelta, la onda regresa con el mismo signo.

Al realizar un viaje de ida y vuelta, la onda regresa con el signo invertido.

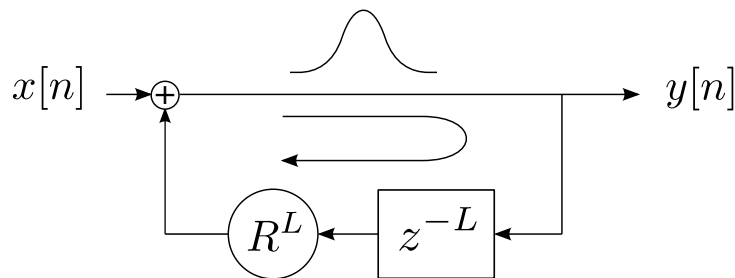


- Si el medio tiene largo \mathbb{L} , el viaje de ida y vuelta es de largo $2\mathbb{L}$.
- En el recorrido, el medio absorbe energía y la onda se atenúa.

Analogía entre propagación de ondas y filtros peine

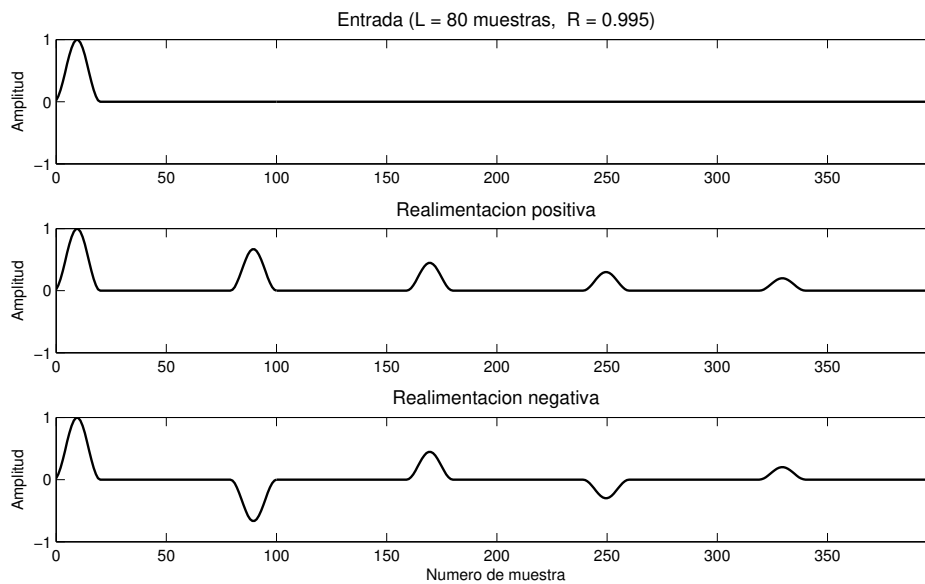
Filtro peine

- La salida del filtro peine viaja a través del lazo de realimentación y retorna atenuada luego de L muestras.
- La salida atenuada y retardada puede compararse con el retorno de una onda viajera.
- El retardo L es el tiempo de ida y vuelta de la onda en muestras. La atenuación puede compararse con la pérdida de energía de la onda en el tiempo (atenuación R por muestra).



Analogía entre propagación de ondas y filtros peine

Salida de filtro peine



Analogía entre propagación de ondas y filtros peine

Salida de filtro peine

Realimentación positiva

La salida realimentada no cambia de signo al sumarse con la entrada

Realimentación negativa

La salida realimentada cambia de signo al sumarse con la entrada

Analogía

- El filtro peine con **realimentación positiva** modela:
 - la **cuerda** con **dos extremos fijos**
 - el **tubo** con **dos extremos abiertos**.
- El filtro peine con **realimentación negativa** modela:
 - el **tubo** con **un extremo cerrado** y el otro abierto.
- La longitud del medio \mathbb{L} (tubo de aire, cuerda) se corresponde en el filtro peine a un retardo de $L/2$ muestras, así el recorrido de ida y vuelta es de L muestras.

Analogía entre propagación de ondas y filtros peine

Resonancias de filtro peine de retardo L

Realimentación positiva

$$\theta_k = \frac{2\pi k}{L}, \quad k = 0, \dots, L-1$$

$$\theta = 0, \frac{2\pi}{L}, \frac{4\pi}{L}, \frac{6\pi}{L}, \dots$$

Realimentación negativa

$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{L}, \quad k = 0, \dots, L-1$$

$$\theta = \frac{\pi}{L}, \frac{3\pi}{L}, \frac{5\pi}{L}, \dots$$

Modos de vibración de ondas estacionarias

Ambos extremos fijos/abiertos

$$\omega = \frac{\pi c}{L}, \frac{2\pi c}{L}, \frac{3\pi c}{L}, \dots$$

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{L}, \frac{4\pi}{L}, \frac{6\pi}{L}, \dots$$

Largo L

$$L \implies L/2$$

Extremos abierto y cerrado

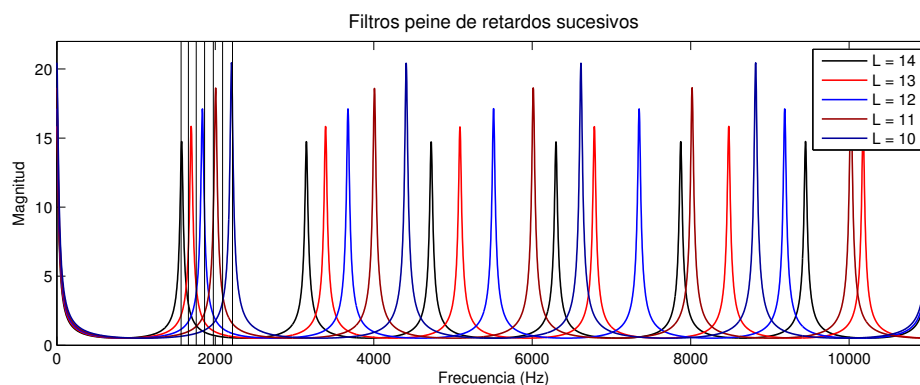
$$\omega = \frac{\pi c}{2L}, \frac{3\pi c}{2L}, \frac{5\pi c}{2L}, \dots$$

$$\frac{\omega}{c} = \frac{\pi}{L}, \frac{3\pi}{L}, \frac{5\pi}{L}, \dots$$

Resolución de filtros peine

Resolución

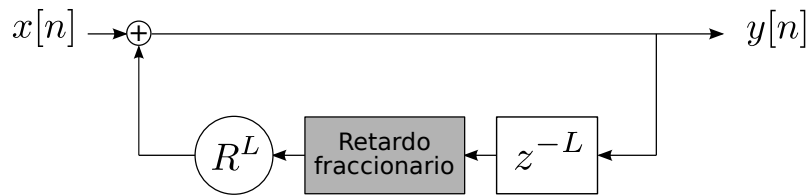
- Frecuencia fundamental: $\theta_0 = \frac{2\pi}{L}$ rad/muestra $\implies f_0 = \frac{f_s}{L}$ Hz.
- Si $f_s = 22050$ Hz,
 - $L = 14 \implies f_0 = 1575$ Hz (G6 : 1567,98 Hz)
 - $L = 13 \implies f_0 = 1696$ Hz (G#6 : 1661,22 Hz)



Resolución de filtros peine

Resolución

- Para controlar la frecuencia fundamental con mayor resolución hay que encontrar la forma de introducir retardos fraccionarios arbitrarios.
- El filtro que implementa el retardo no puede alterar la magnitud.



Filtro pasa-todos de primer orden

Ecuación en recurrencia

$$y[n] - ay[n - 1] = -ax[n] + x[n - 1]$$

Función de transferencia

$$H(z) = \frac{z^{-1} - a}{1 - az^{-1}} = \frac{1 - az}{z - a}$$

Ceros

$$1 - az = 0 \Rightarrow z = \frac{1}{a}$$

Polos

$$z - a = 0 \Rightarrow z = a$$

Diagrama de bloques

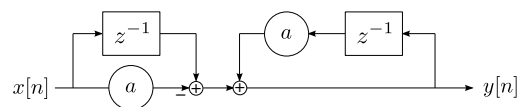
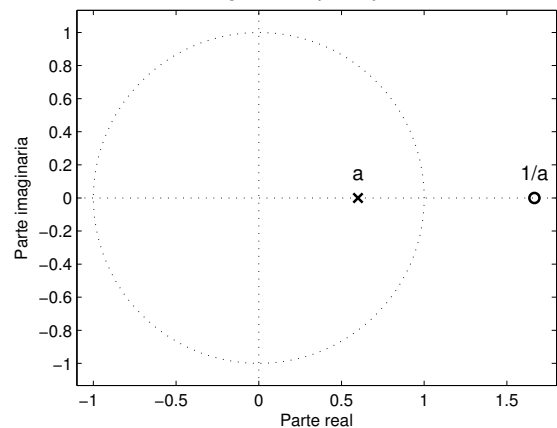


Diagrama de polos y ceros



Filtro pasa-todos de primer orden

Respuesta en frecuencia

Se evalúa la función de transferencia en el círculo unidad

$$H(e^{j\theta}) = \frac{e^{-j\theta} - a}{1 - ae^{-j\theta}} = \frac{e^{-j\theta/2} - ae^{j\theta/2}}{e^{j\theta/2} - ae^{-j\theta/2}}$$

Se observa que consiste en el cociente entre un complejo y su conjugado

$$H(e^{j\theta}) = \frac{re^{j\Psi(\theta)}}{re^{-j\Psi(\theta)}} \Rightarrow \begin{cases} |H(e^{j\theta})| = 1 \\ \angle H(e^{j\theta}) = 2\Psi(\theta) \end{cases}$$

Se desarrolla el numerador usando la ecuación de Euler para encontrar la fase

$$re^{j\Psi(\theta)} = (1 - a) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - j(1 + a) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

La respuesta en frecuencia en notación polar es

$$\begin{aligned} |H(e^{j\theta})| &= 1 \\ \angle H(e^{j\theta}) &= -2 \arctan\left(\frac{1+a}{1-a} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \end{aligned}$$

Filtro pasa-todos de primer orden

- Respuesta en fase

- La respuesta en fase es

$$\phi(\theta) = -2 \arctan\left(\frac{1+a}{1-a} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

- Definiendo $\delta = \frac{1+a}{1-a}$ la respuesta en fase queda

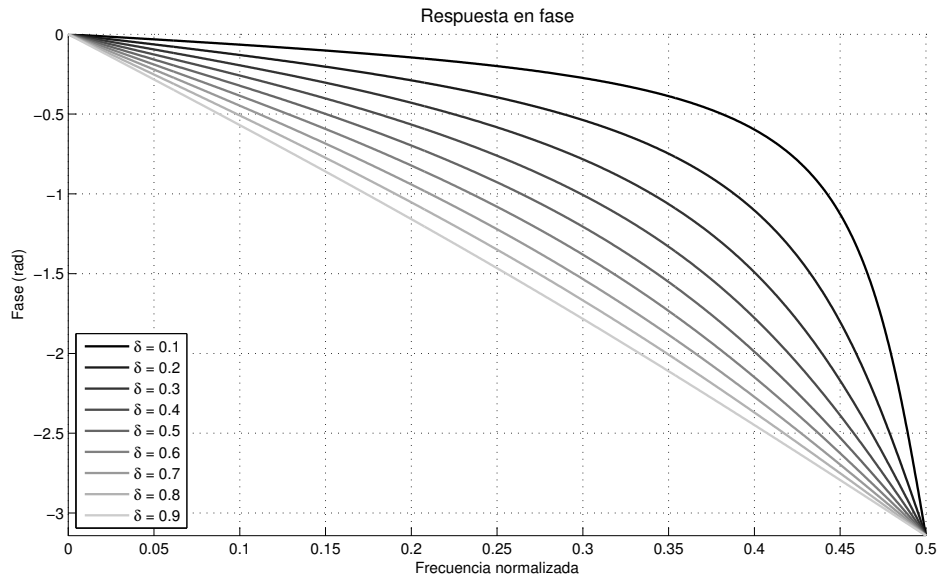
$$\phi(\theta) = -2 \arctan\left(\delta \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

- Retardo de fase: cantidad de muestras que se retarda cada componente.

$$\tau_{\phi}(\theta) = -\frac{\phi(\theta)}{\theta} \qquad \tau_{\phi}(\theta) = \frac{2}{\theta} \arctan\left(\delta \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

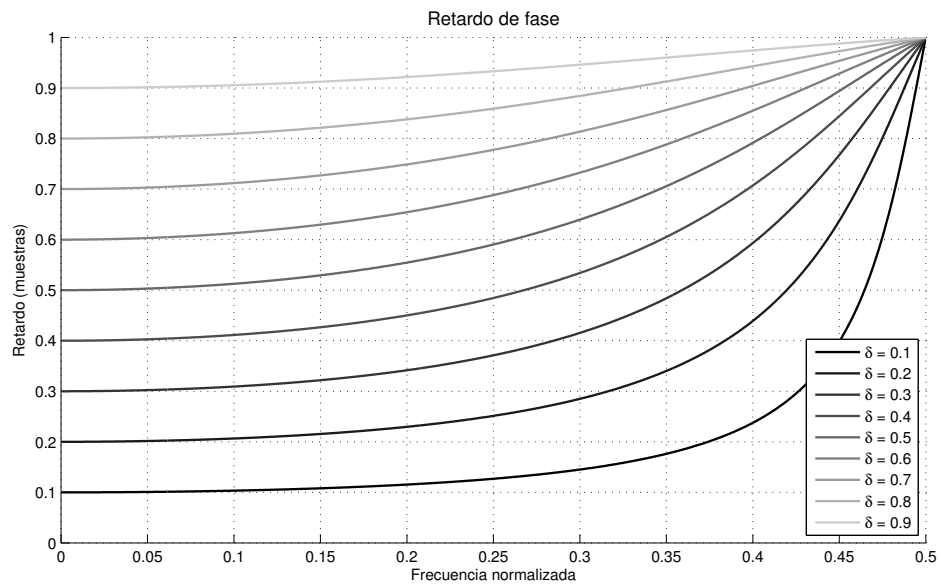
Filtro pasa-todos de primer orden

Respuesta en fase



Filtro pasa-todos de primer orden

Retardo de fase



Filtro pasa-todos de primer orden

Respuesta en fase

Objetivo

- Se requiere un filtro que logre retardos fraccionarios arbitrarios.
- Idealmente, igual retardo para todas las frecuencias (**fase lineal**).
- Además, se quiere controlar el retardo. Dado cierto retardo de fase deseado, se quiere encontrar el coeficiente a del filtro.

Filtro pasa-todos

- No es de fase lineal. Distinto retardo para distintas frecuencias.

Filtro pasa-todos de primer orden

Aproximación lineal de la respuesta en fase en bajas frecuencias

Teniendo en cuenta que

$$\theta \approx 0 \implies \tan \theta \approx \theta, \arctan \theta \approx \theta$$

la fase y retardo de fase se pueden aproximar respectivamente por

$$\phi(\theta) \approx -\theta\delta \quad \tau_\phi(\theta) \approx \delta$$

Observaciones

- El retardo de fase es δ en bajas frecuencias (ver figura del retardo de fase).
- a debe ser menor que 1 (**filtro sea estable**), por tanto, δ es siempre positivo.
- No tiene sentido implementar retardos mayores de 1 porque la parte entera puede ser implementada fácilmente con la línea de retardo ($\delta < 1$).

Filtro pasa-todos de primer orden

Observaciones

- El error es muy pequeño en frecuencias menores a $0.05f_s$ (0.0031 muestras para $\delta = 0.5$ muestras). El error crece con la frecuencia, donde no se cumple la hipótesis de linealidad.
- El error es menor para valores de retardo cerca de 0 o 1 que para valores cerca de 0.5 (un retardo fraccionario implica interpolar la señal, y la interpolación es mas imprecisa en valores lejanos a valores de muestras conocidos).
- Dado el retardo δ requerido, el coeficiente a del filtro se calcula como

$$a = \frac{\delta - 1}{\delta + 1}$$

Síntesis de cuerdas pulsadas

Kevin Karplus, Alex Strong.

“Digital Synthesis of Plucked String and Drum Timbres”
Computer Music Journal (MIT Press), 7(2): 43–55, 1983.

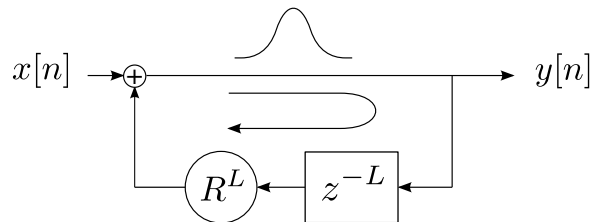
Características generales del algoritmo

- Emplean un filtro peine para sintetizar sonidos de cuerda pulsada. Una cuerda en un instrumento tiene ambos extremos fijos, así que se emplea un filtro peine con realimentación positiva.
- Incluyen un pasabajos para hacer que el espectro varíe en el tiempo atenuando mas rápidamente las altas frecuencias.
- Incluyen un filtro pasa-todos para afinar el instrumento a cualquier frecuencia deseada.

Síntesis de cuerdas pulsadas

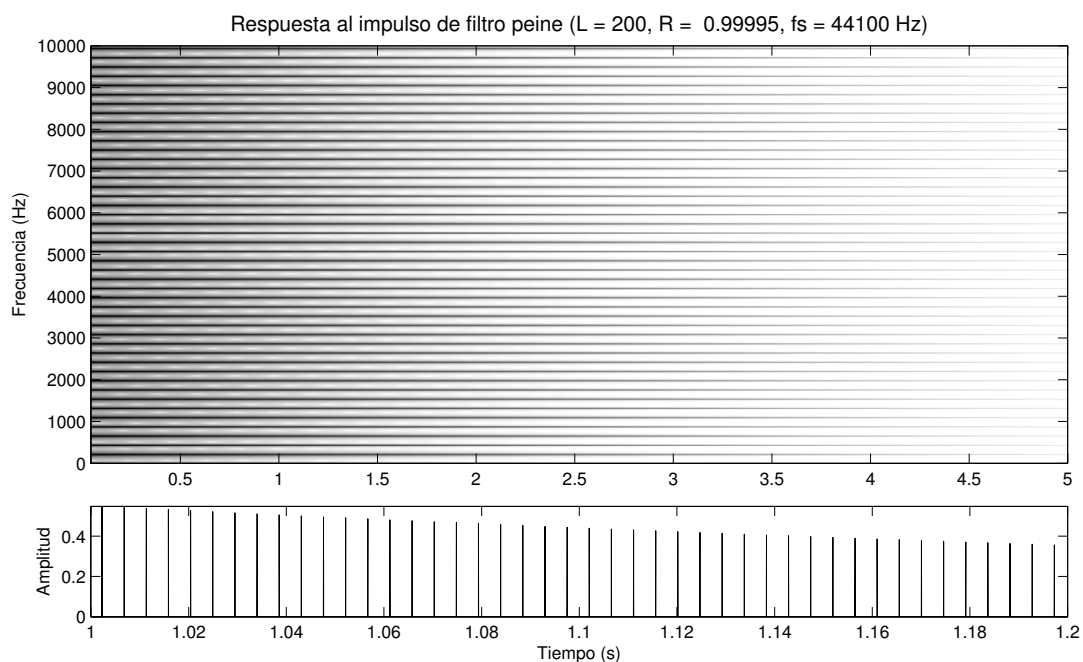
Modelado físico de la onda estacionaria en una cuerda

- Una cuerda fija en sus dos extremos soporta patrones de onda estacionaria. El comportamiento de un filtro peine con realimentación positiva es similar.
- Una cuerda no vibra por siempre. Eso está modelado en el filtro peine por el factor de atenuación, haciendo que la amplitud de la forma de onda decaiga en el tiempo un factor R por cada muestra.



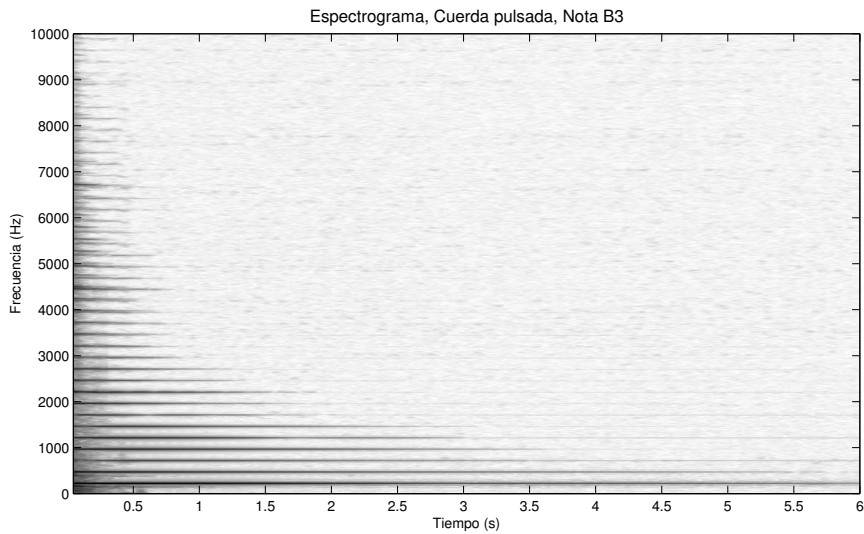
Se podría esperar que la respuesta al impulso suene como una cuerda pulsada.

Síntesis de cuerdas pulsadas



Síntesis de cuerdas pulsadas

Espectrograma de cuerda pulsada

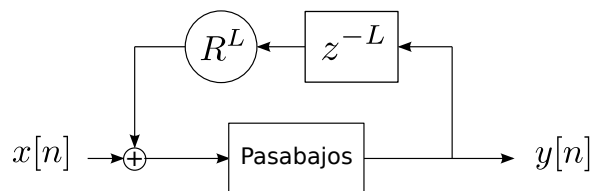


Espectro varía en el tiempo. Las frecuencias mas altas se atenúan mas rápido.

Síntesis de cuerdas pulsadas

Implementación del espectro variable en el tiempo

Inclusión de un filtro pasabajos en el lazo. Cada vez que la salida retorna, sus componentes de alta frecuencia se atenúan.



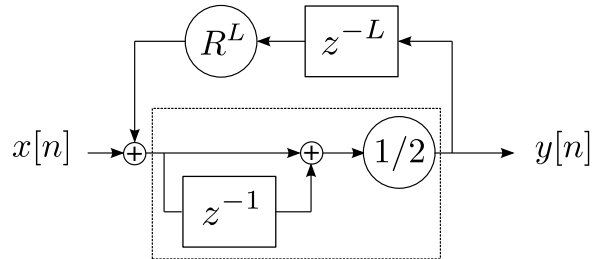
Características deseables del filtro

- El roll-off debe ser lento así las altas frecuencias no se atenúan demasiado rápidamente.
- Debe ser de fase lineal para no agregar complejidad al sistema. La distorsión de fase puede ser crítica ya que está en lazo cerrado.

Síntesis de cuerdas pulsadas

Implementación del espectro variable en el tiempo

Como filtro pasabajos se propone un filtro de media móvil de primer orden.



Ecuación de recurrencia

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{2}x[n-1]$$

Respuesta en frecuencia

$$H(e^{j\theta}) = e^{-j\theta/2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Síntesis de cuerdas pulsadas

Observaciones sobre el filtro de media móvil

- Es de fase lineal. Introduce un retardo de $\frac{1}{2}$ muestra en todas las frecuencias.
- El retardo adicional introducido por el filtro de media móvil cambia el retardo total del bucle. Ahora es $L + \frac{1}{2}$ muestras en lugar de L muestras.
- La frecuencia fundamental generada es por lo tanto

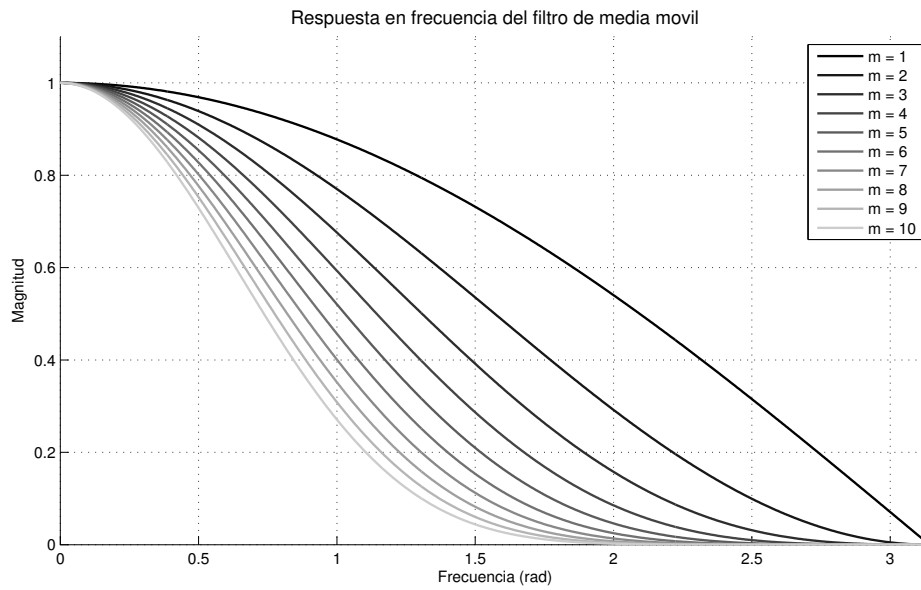
$$f_0 = \frac{f_s}{L + \frac{1}{2}}$$

- Por cada vuelta en el bucle, la señal se filtra con el pasabajos. Luego de m vueltas alrededor del bucle, el espectro de la señal fue multiplicado por

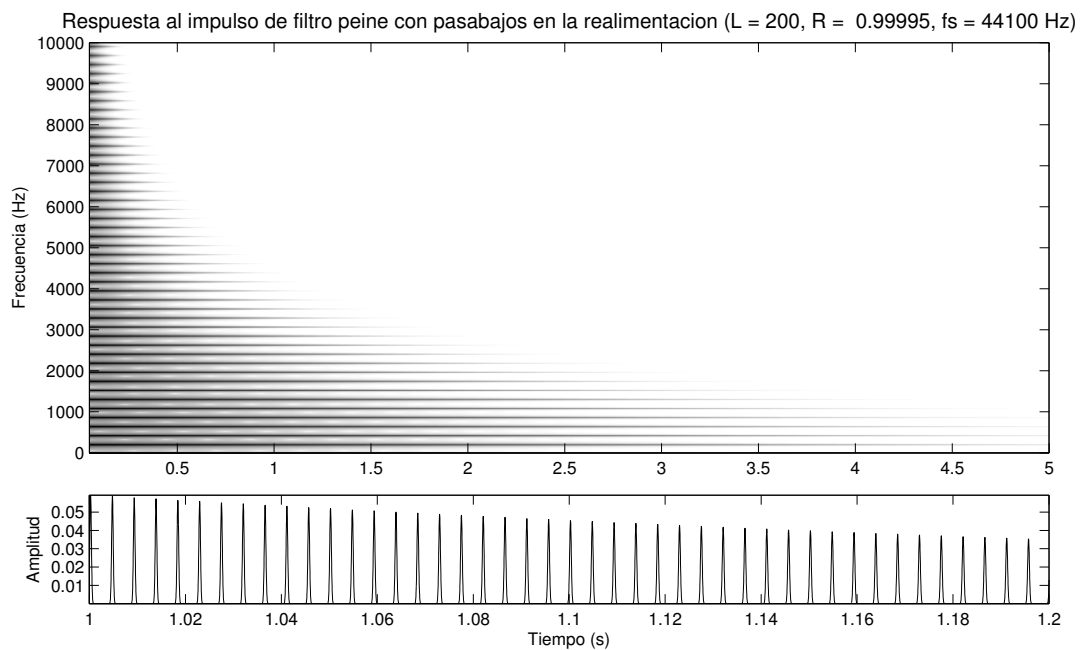
$$|H(e^{j\theta})|^m = \cos^m\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Síntesis de cuerdas pulsadas

Implementación del espectro variable en el tiempo



Síntesis de cuerdas pulsadas



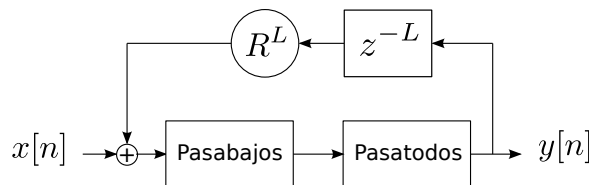
Síntesis de cuerdas pulsadas

Afinación

- Las frecuencias fundamentales posibles de ser generadas son

$$f_0 = \frac{f_s}{L + \frac{1}{2}}$$

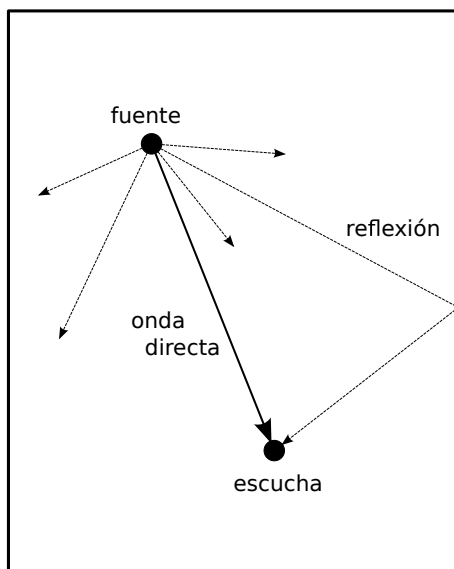
- Se agrega pasa-todos para retardos arbitrarios (i.e. frecuencias fundamentales arbitrarias).



- El pasa-todos se afina especificando su retardo de fase δ para la frecuencia fundamental deseada,

$$f_0 = \frac{f_s}{L + \frac{1}{2} + \delta}$$

Reverberadores



En un recinto cerrado el sonido recorre diversos caminos desde la fuente a los oídos de un escucha.

La reverberación en un recinto es el producto de la superposición de muchas reflexiones.

Se compone de

- Onda directa
- Primeras reflexiones
- Reflexiones tardías

Reverberadores

J. A. Moorer,
"About This Reverberation Business",
Computer Music Journal, vol. 3, no. 2, pp. 13-28, 1979.

Modelado de las reflexiones

Buscando generar el efecto general de las reflexiones se pueden hacer las siguientes aproximaciones:

- Las reflexiones consisten en versiones repetidas del sonido original.
- Cada copia llega un tiempo fijo luego de la anterior.
- Cada copia llega con una atenuación R fija respecto a la anterior.

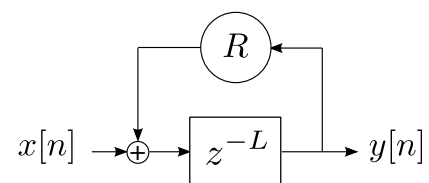
$$y[n] = x[n - L] + Rx[n - 2L] + R^2x[n - 3L] + \dots$$

Reverberadores

Modelo matemático del eco

- La relación entre la entrada y la salida es

$$y[n] = x[n - L] + Rx[n - 2L] + R^2x[n - 3L] + \dots$$



- La relación entre la señal original y el eco es

$$y[n] = Ry[n - L] + x[n - L] \quad \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-L}}{1 - Rz^{-L}}$$

- Excepto por el retardo, es igual a la función de transferencia de un filtro peine.

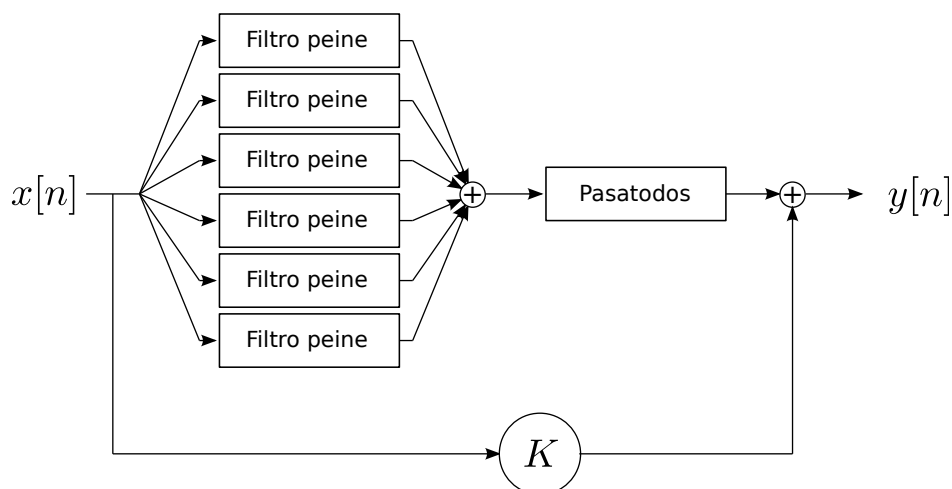
Reverberadores

Observaciones sobre el modelo

- En este caso, el retardo del filtro modela el **tiempo de ida y vuelta de la onda de sonido en un recinto** y no en la longitud de un instrumento como en la aplicación anterior (60 ms vs 1 ms o frecuencias de resonancia del orden de 20 Hz vs 1 kHz).
- En un recinto típicamente hay **varias superficies reflectoras de sonido**. No alcanza con un solo filtro peine, se deben combinar varios para obtener un efecto similar al de la reverberación.
- Al usar varios filtros peine, hay que **evitar la regularidad**. Es conveniente que los retardos de los distintos filtros peine sean números primos entre sí.

Reverberadores

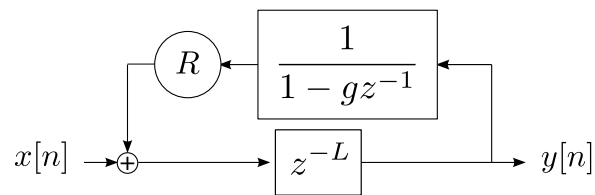
Modelo de Moorer



Reverberadores

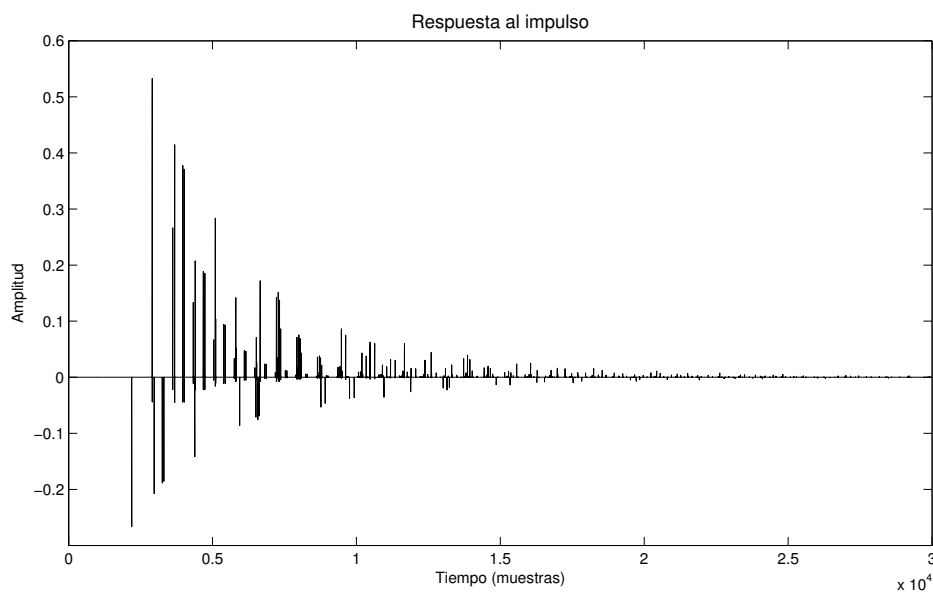
Observaciones sobre el modelo de Moorer

- Contiene seis filtros peine en paralelo, cada uno con sus parámetros.
- El camino directo con ganancia K representa la **onda directa**.
- El filtro pasa-todos se incluye para la “difusión” de las reflexiones.
- Los filtros peine se refinan incluyendo un filtro pasabajos (IIR de primer orden) en el bucle. Modela la **absorción del sonido**, las frecuencias mas altas se absorben mas rápidamente.



Reverberadores




Respuesta al impulso



Bibliografía por tema

- Algunos filtros empleados en modelado acústico [Steiglitz, 1996]
 - Filtros peine
 - Filtros pasatodos
- Aplicaciones en síntesis y efectos de audio [Steiglitz, 1996]
 - Síntesis de cuerdas pulsadas [Karplus and Strong, 1983]
 - Reverberadores [Moorer, 1979]

Referencias I

-  Karplus, K. and Strong, A. (1983).
Digital synthesis of plucked string and drum timbres.
Computer Music Journal, 7(2):43–55.
-  Moorer, J. A. (1979).
About this reverberation business.
Computer Music Journal, 3(2):13–28.
-  Steiglitz, K. (1996).
Digital Signal Processing Primer: With Applications to Digital Audio and Computer Music.
Prentice Hall.