Teorema de Análisis de Kleene

Todo lenguaje aceptado por un autómata finito determinista es regular

Para demostrar que a partir de un A.F. se puede obtener el lenguaje que éste acepta y es regular, primero se va a definir el concepto de ecuación característica. Esto se va a hacer en varios pasos:

1. Se define x_i como el conjunto de palabras que permiten pasar desde el estado q_i a un estado final.

2. Si $q_i \in F$, entonces $\varepsilon \in x_i$. También, si $q_i \notin F$, entonces ε no tiene porqué estar en x_i.

3. Además, si $\delta(q_i, a) = q_j$, entonces la concatenación en la entrada del símbolo **a** y x_j (conjunto de cadenas que permiten pasar del estado q_j a un estado final) debe estar en x_i (conjunto de cadenas que permiten transitar desde q_i a un estado final). Así, $ax_j \subseteq x_i$

4. Para cada estado q_i se puede definir el denominado *sistema de ecuaciones de conjuntos lineales por la derecha*, que se calcula como:

   $x_i = C_i \cup (\cup^{|Q|}_{j=1} D_{ij}\, x_j)$

   donde $C_i = \varepsilon$ si $q_i \in F$
   $C_i = \varnothing$ si $q_i \notin F$

   $D_{ij} = \{ a \in \Sigma \mid \delta(q_i,a) = q_j \}$

   (Observar que es posible que $x_i = \varnothing$)

5. Una vez obtenido el sistema, se debe intentar resolver las ecuaciones de cada estado. Una manera de resolver una ecuación es llevarla a la forma $x_i = A\, x_i \mid B$ donde $\varepsilon \notin A$, $x_i \notin B$, que es lo que se denomina ecuaciones características. Para cada estado en que se tenga despejado x_i así, la solución es:

   $$x_i = A^* B \qquad \text{(por el Lema de Arden)}$$

   A los efectos de que $\varepsilon \notin A$, lo más sencillo es eliminar las ε-transiciones del autómata cuando éste sea no determinista.

6. Cuando se calcule el valor de x_0 (ecuación característica del estado inicial), esta expresión regular es la que describe el lenguaje aceptado por el autómata, dado que es el conjunto de cadenas que permiten pasar desde el estado inicial a un estado final, y esto, por definición, es el lenguaje aceptado por un autómata