Práctico 1

Teoría de Lenguajes

Los objetivos de este práctico son que el/la estudiante

- pueda construir **expresiones regulares** que generen lenguajes previamente descritos en lenguaje natural o en notación formal;
- pueda detectar y explicar el patrón de las tiras de un lenguaje formal;
- realice pruebas formales sobre identidades de expresiones regulares.

Ejercicios fundamentales

Ejercicio 1

Parte A

Complete el siguiente cuadro, indicando la pertenencia o no de cada tira en cada uno de los lenguajes denotados por las **expresiones regulares**:

	a^*ba^*	$(a\|b)^*a^*$	$(a\|b)(a^*\|b)$	$(b^*a)^*$	$b^*a(a^*b)^*$	$(b\|\epsilon)(ba\|a)$
ϵ						
a						
ab						
$a\epsilon b\epsilon$						
$aabb$						
$abaa$						
b						
ba						
bba						
$babab$						
$accb$						
AbB						

Parte B

Responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es el alfabeto Σ de los lenguajes de la tabla?
2. Si Σ es el alfabeto de esos lenguajes ¿qué genera la expresión regular $(a|b)^*a^*$?
3. Si r es una expresión regular cualquiera ¿qué entiende por $L(r)$?
4. Mediante su intuición halle una expresión regular s diferente a $(a|b)^*a^*$ que cumpla $L(s) = L((a|b)^*a^*)$

Ejercicio 2

Parte A

Cree expresiones regulares r tales que $L_i = L(r)$ para los siguientes lenguajes L_i:

1. Números enteros sin ceros no significativos.
2. Números de teléfono de Paysandú.
3. Matrículas de autos de Rocha.
4. Matrículas de autos de Uruguay.
5. Identificadores en Pascal, incluyendo las palabras reservadas.
6. Tiras definidas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ cuyo antepenúltimo símbolo de la derecha es una a.
7. $\{x : x$ es de la forma $a^m b^n c^j$, con $m > 0, j > 0, n \geq 0\}$.
8. Tiras definidas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ con a lo sumo dos b.
9. Tiras definidas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ con cantidad par de b.
10. Tiras definidas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ que tienen **exactamente una vez** tres a consecutivas.
11. Tiras definidas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ que tienen una sola vez la subtira ab o una sola vez la subtira ba ¿Se le ocurre más de una interpretación de esta descripción? Haga expresiones regulares para todas las interpretaciones que encuentre.

Parte B

Escriba por **comprensión** el lenguaje descrito en el ítem 11 de la parte anterior. Si encontró más de una interpretación escriba por comprensión todos los lenguajes correspondientes.

Ejercicio 3

Describa en lenguaje natural los conjuntos generados por las siguientes expresiones regulares:

1. $19(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)(AC|DC)$
2. $(0(1|2|3|4|5|6|7|8|9)|1(0|1|2)) : (0|1|2|3|4|5)(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)(A|P)M$
3. $(\epsilon|(1|2|3|4|5|6|7|8|9)(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)^*)x = (0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)^*$
4. $\#(a|b|c|d|e|f|g|h|i|j|k|l|m|n|o|p|q|r|s|t|u|v|w|x|y|z|0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)^*$
5. $((11)^*10)^*(11)^*1$
6. $(11|0)^*(00|1)^*$
7. $(1|01|001)^*(\epsilon|0|00)$

Ejercicio 4

Sean r, s y t expresiones regulares tales que $R = L(r)$,$S = L(s)$ y $T = L(t)$. Escriba expresiones regulares correspondientes a los siguientes lenguajes:

1. $L_1 = \{x : x = w_1 w_2 ... w_n \wedge n \geq 1 \wedge (w_i \in R \vee w_i \in S \vee w_i \in T)\}$
2. $L_2 = \{x : x = w_1 w_2 ... w_n \wedge n \geq 1 \wedge n \mod 3 = 0$
   $\wedge w_i \in R$ si $i \mod 3 = 0 \wedge w_i \in S$ si $i \mod 3 = 1 \wedge w_i \in T$ si $i \mod 3 = 2\}$
3. $L_3 = \{x : x = w_{-h} ... w_{-1} w_1 ... w_n \wedge n \geq 1 \wedge h \geq 1 \wedge (\forall i \geq 1 \; w_i \in R \wedge w_{-i} \in S)\}$
4. $L_4 = \{x : x = w_{-h} ... w_{-1} w_1 ... w_n \wedge n \geq 1 \wedge h \geq 1 \wedge$
   $(\forall i \geq 1 \; w_{-2i} \in R \wedge w_{2i} \in S \wedge w_{-2i+1} \in S \wedge w_{2i-1} \in T)\}$

Ejercicio 5

Sean r y s expresiones regulares ¿Son las siguientes afirmaciones verdaderas o falsas? ¿Por qué?[1]

1. $L(r.r^*) = L(r^*) - \{\epsilon\}$
2. $(r|s)^* = r^*|s^*$
3. $s.(r.s|s)^*.r = r.r^*.s.(r.r^*.s)^*$
4. $L(1^*0(0|1)^*) = L((0|1)^*01^*)$

[1]En caso de tener que probar que es verdadero puede guiarse con el documento “Presentación práctica de prueba L=L(r)” disponible en el EVA.

Ejercicios complementarios

Ejercicio 6

Pruebe las siguientes identidades para expresiones regulares:

1. $(r|s) = (s|r)$
2. $(r.s).t = r.(s.t)$
3. $(r|s).t = r.t|s.t$
4. $(\epsilon|r)^* = r^*$
5. $(r^*)^* = r^*$
6. $(r^*.s^*)^* = (r|s)^*$
7. $(r.s|r)^*.r = r.(s.r|r)^*$

Ejercicio 7

Este ejercicio es la continuación del ejercicio 4 del Práctico 0, sobre la relación R_L.

1. Sea $L_1 = L(ab^*a)$. Dé las expresiones regulares que definen cada una de las clases de equivalencia según R_{L_1} y explique su razonamiento.
2. Sea $L_2 = \{a^n b^n : n \geq 0\}$
   (a) Considere $i > 0$ y $k > 0$ ¿Se cumple que $a^i b \; R_{L_2} \; a^k b$? Discuta según si $i = k$ o $i \neq k$.
   (b) ¿Cuántas clases de equivalencia define R_{L_2}? ¿Son muchas más que las que halló según R_{L_1}?