

# Gotas y burbujas

Ismael Núñez

## 1. Tensión superficial

La membrana superficial es una película delgada de líquido que se forma sobre su superficie cuando el fluido está en reposo. Una molécula en el seno del líquido está solicitada por fuerzas de atracción (fuerzas de cohesión) en todas direcciones por parte de las otras moléculas. Como consecuencia de ello, la densidad del líquido (número de moléculas por unidad de volumen) es aproximadamente uniforme. Pero las moléculas que se encuentran próximas a una superficie frontera del líquido (interfase), no son solicitadas con la misma fuerza por las moléculas que están a uno u otro lado de la frontera, a causa de que son moléculas de diferente naturaleza. Como consecuencia de ello aparece una fuerza neta perpendicular a la interfase sobre estas moléculas fronterizas del líquido[1].

La dirección de esta fuerza depende de la naturaleza de las moléculas a uno y otro lado. Por ejemplo, si el líquido es agua y el medio contiguo es su propio vapor (superficie “libre” del líquido), la fuerza neta normal a la superficie se dirige hacia el interior del fluido. Pues las fuerzas de cohesión de las moléculas de vapor de agua sobre las de la superficie del fluido son mucho menores que las fuerzas entre las propias moléculas de agua líquida, que son ejercidas desde el interior del fluido. En cambio cuando la interfase es, por ejemplo, agua-vidrio, la fuerza sobre la superficie del líquido en contacto con el vidrio se dirige perpendicularmente hacia éste.

Cualquiera que sea el caso, las moléculas de líquido en la frontera se amontonan debido a esa fuerza neta. Esto incrementa la repulsión entre las mismas hasta lograr el equilibrio. Como consecuencia, se forma una capa delgada que contiene líquido a mayor densidad que el resto, llamada *membrana superficial*.

El amontonamiento de las moléculas en la membrana superficial requiere la inversión de un trabajo. Este trabajo es el necesario para traer las moléculas del seno del líquido y colocarlas sobre la capa superficial de mayor densidad. Cuanto mayor sea el área de la membrana formada, mayor será el trabajo invertido. Asumiendo que las moléculas están uniformemente distribuidas sobre la membrana superficial, el trabajo será proporcional al área de la misma. Este trabajo incrementa en una cantidad  $U$  la energía potencial en la membrana, con referencia a la energía en el interior del líquido. Si el área de la superficie que separa el líquido del otro medio es  $S$ , podemos escribir la relación

$$U = \gamma S, \quad (1)$$

donde el coeficiente  $\gamma > 0$  depende del líquido en cuestión y del otro medio colindante, además de la temperatura. Se lo llama *coeficiente de tensión superficial* entre ambos medios. Indica la energía por unidad de área para la formación de la membrana superficial.

Usualmente interesa la llamada *superficie libre* del líquido. Esto es, la membrana formada entre el líquido y su propio vapor (puede ser mezclado con el aire, que no aporta sustancialmente a la formación de la misma). En estos casos llamamos a  $\gamma$  como el coeficiente de tensión superficial de la superficie libre del líquido.

Al aplicar una fuerza externa  $\delta F$  tangencialmente sobre la membrana superficial, y perpendicularmente a una longitud  $\delta l$ , este elemento de longitud se desplazará una cantidad  $dx$  (figura 1). La energía potencial de la membrana se incrementará en una cantidad  $\delta U = \delta F dx$ . A su vez, el área se incrementará en la cantidad  $\delta S = \delta l dx$ .

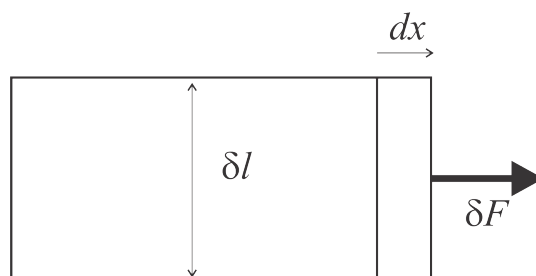


Figura 1: Trabajo externo para estirar una membrana superficial de un líquido

Sustituyendo estos resultados en (1) obtenemos el resultado

$$\delta F = \gamma \delta l \quad (2)$$

De este resultado surge que el coeficiente de tensión superficial se define también como la fuerza tangencial, por unidad de longitud y normal a ésta, que ejerce una parte de la membrana sobre la otra. El cuadro 1 indica los valores de algunos coeficientes de tensión superficial de líquidos en contacto con su propio vapor (superficie libre)

líquido	$\gamma$ (N/m)
agua	0.0735
alc. etílico	0.0223
mercurio	0.51
aceite	0.023-0.038

Cuadro 1: Coeficientes de tensión superficial a 20°C y presión atmosférica

En una situación de equilibrio estable la configuración del sistema es tal que adopta su mínimo valor de energía potencial, compatible con sus posibilidades (paredes, piso, campos externos, etc.). Si un volumen dado de líquido estuviese solamente sujeto a las fuerzas de tensión superficial (p. ej., a gravedad cero), la forma del volumen sería tal que la energía potencial  $U$  de la membrana en (1) será mínima. Esto significa mínima área  $S$ . El valor de área mínima para un volumen dado es la esfera, de forma que, en ausencia de gravedad, todos los líquidos formarían gotas esféricas, independientemente del tamaño. En presencia de gravedad la “esfera” se deforma en mayor o menor medida, según el peso de la gota. Las pequeñas gotas de líquido son prácticamente esféricas aún en la gravedad terrestre.

## 2. Gotas y burbujas

La formación de una gota pequeña de líquido inmersa en el aire o en otro líquido, o de una burbuja de gas en un líquido, tienen ambas la misma explicación. Se trata de un equilibrio entre la tensión superficial que tiende a cerrar la gota o la burbuja (para minimizar el área) y la presión del fluido encerrado que tiende a expandirla.

Supongamos un fluido que ocupa un volumen  $V$  inmerso en otro fluido, como indica la figura 2. Sea  $P_{int}$  la presión en el fluido interior y  $P_{ext}$  en el exterior. Si el fluido interior se dilata hace un trabajo positivo sobre el exterior cuando las presiones verifican  $P_{int} > P_{ext}$ . De acuerdo con la figura, sobre el elemento de área  $\Delta S$  de la superficie se ejerce una fuerza neta  $\Delta F = (P_{int} - P_{ext})\Delta S$ . Si el desplazamiento del elemento de área es  $dl$ , el trabajo elemental hecho será

$$d(\Delta W) = \Delta F dl = (P_{int} - P_{ext})\Delta S dl \quad (3)$$

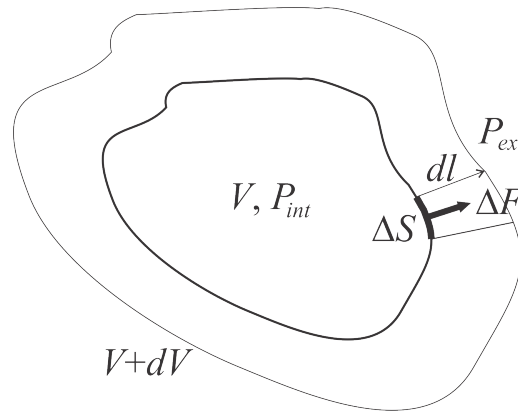


Figura 2: Cálculo del trabajo de dilatación en un fluido

Observando la figura 2 vemos que el producto  $\Delta S dl$  es el incremento del elemento de volumen sustentado por el área  $\Delta S$ , al que llamaremos  $d(\Delta V)$ . Entonces el trabajo elemental en (3) es  $d(\Delta W) = (P_{int} - P_{ext})d(\Delta V)$ . Sumando sobre todos los elementos de volumen alrededor del volumen inicial total  $V$ , obtenemos el trabajo hecho por la diferencia de presiones en la variación de volumen. Esto es,

$$dW = (P_{int} - P_{ext})dV \quad (4)$$

El resultado (4) es cierto para un fluido encerrado en una forma arbitraria. Para aplicarlo a una gota o burbuja, admitamos que su energía potencial gravitatoria es despreciable frente a la energía potencial de la membrana superficial, expresión (1), donde  $S$  es el área de la superficie de la gota o burbuja. En estas condiciones, su forma será esférica.

Al dilatarse la esfera, el trabajo expresado en (4) provoca un incremento  $dU = \gamma dS$  en la energía potencial de la membrana superficial. Entonces,

$$(P_{int} - P_{ext})dV = \gamma dS \quad (5)$$

Considerando el volumen de la esfera de radio  $r$  como  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  y su área como  $S = 4\pi r^2$ , tendremos que  $dV = 4\pi r^2 dr$ , y  $dS = 8\pi r dr$ . Sustituyendo estos resultados en (5) obtenemos el resultado buscado[2],

$$P_{int} - P_{ext} = \frac{2\gamma}{r} \quad (6)$$

### 3. ¿Moja o no moja?

Aplicaremos el resultado de la sección anterior para explicar por qué un tubo delgado abierto y vertical que contiene un líquido no se vacía completamente, a pesar de la acción de la gravedad. De paso, explicamos cómo funciona el paraguas o la tela impermeable.

En la figura 3 se muestra el extremo inferior de un tubo vertical de radio interior  $r$  y abierto por ambos extremos. El líquido en su interior tiene una densidad  $\rho$  y forma una gota *aproximadamente esférica* de radio  $R$ , que no cae. El fluido en el interior del tubo llega hasta una altura  $h$  y el sistema queda en equilibrio.

Utilizando la expresión (6) la explicación de este fenómeno es sencilla, en primera aproximación. De acuerdo con esta expresión la presión  $P$  en el interior de la gota es mayor que en el exterior del fluido (presión atmosférica  $P_{atm}$ ). Si  $\gamma$  es el coeficiente de tensión superficial del fluido con el aire, y  $R$  es el radio de la gota, tenemos

$$P - P_{atm} = \frac{2\gamma}{R} \quad (7)$$

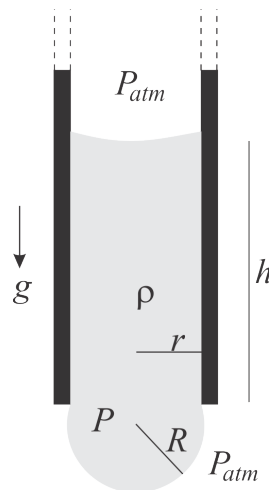


Figura 3: Líquido en equilibrio en un tubo vertical abierto en ambos extremos

La ley fundamental de hidrostática en el interior del fluido requiere que éste alcance una altura  $h$  para proporcionar la presión  $P$  en el seno de la gota (cuyo radio es despreciable en comparación con esta altura). De forma que resulta

$$P - P_{atm} = \rho g h \quad (8)$$

Comparando las ecuaciones (7) y (8) tenemos que

$$h = \frac{2\gamma}{\rho g R} \quad (9)$$

Esta es la razón por la cual, si el líquido se estaba vaciando por ese tubo, el vaciamiento se detendrá cuando se alcance la altura dada en (9). Si la altura fuese mayor que ésta, la presión hidrostática ejerce una fuerza que supera la de la tensión superficial, por lo que la membrana superficial se rompe y el líquido cae.

El radio  $R$  de la gota no es un dato inmediato. En la mayoría de los libros básicos se lo asume igual al radio  $r$  del tubo. En realidad, es entre un 10% y un 20% mayor. Otra fuente de error resulta de que la gota no es esférica, como se puede observar experimentalmente. Esto dificulta bastante el cálculo exacto de la presión  $P$ [3]. No obstante, el resultado estimado con estas aproximaciones se ajusta bastante bien a la realidad. Por ejemplo, para el agua en un tubo de 1 mm de radio, con el coeficiente de tensión superficial de 0.0735 N/m y densidad 1000 kg/m<sup>3</sup>, la altura resulta  $h \approx 10$  mm.

En la figura 4 se muestra el esquema de un tejido hecho con hebras que no absorben humedad y además la separación  $2r$  entre los hilos es suficientemente pequeña. Una delgada capa de agua de altura  $h$  no produce la presión suficiente para romper la membrana superficial del agua entre las hebras. El tejido es entonces impermeable.

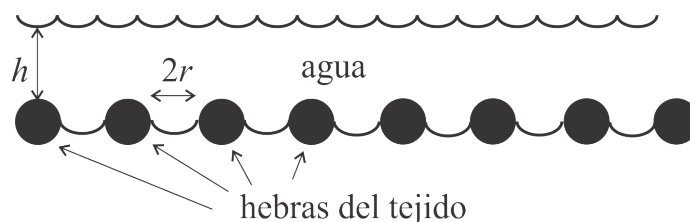


Figura 4: La impermeabilidad de algunos tejidos se debe a la tensión superficial

## Referencias

- [1] Resnick, Halliday, Krane, *Física, Volumen 1*, 5ta. edición, Ed. CECSA,.
- [2] I.Kikoin, A.Kikoin, *Física molecular*, Ed. Mir, Moscú, 1971
- [3] *Mojado en condiciones de no-equilibrio sobre superficies reales*, P.M. Gea Jódar, Tesis de Doctorado, Univ. de Granada, 2006, <http://0-hera.ugr.es.adrastea.ugr.es/tesisugr/16090925.pdf>