

# Cap. 1 - Introducción

Matías Fernández, Paulo Valente y Sandra Kahan  
Instituto de Física, Facultad de Ingeniería.



## 1. Física de los Medios Continuos

En el curso anterior se estudiaron las propiedades mecánicas de los cuerpos rígidos. La fuerza neta sobre un cuerpo particular de masa  $m$  que ocupa un volumen  $V$  es consecuencia de fuerzas externas (por ejemplo, el peso) y de fuerzas de contacto (por ejemplo, fuerzas de rozamiento, normales, etc.) que surgen de la interacción del cuerpo con otros cuerpos.

Cuando la materia no puede modelarse como un cuerpo rígido (por ejemplo, el agua líquida o el vapor de agua) es necesario estudiar, también, las propiedades físicas que surgen de la interacción de una parte de la materia con otras partes de la misma materia. Podemos abordar este problema de dos formas diferentes:

- Microscópicamente, observando la interacción entre los átomos ó entre las moléculas.
- Macroscópicamente, observando la interacción entre los *elementos de volumen* del cuerpo.

A nivel microscópico, la materia es discontinua. Por ejemplo, la molécula de agua ( $H_2O$ ), está compuesta por un átomo de O y dos átomos de H. La distancia entre el átomo de O y cada uno de los átomos de H del agua líquida es de  $1\text{Å}$ , mientras que los átomos de oxígeno de dos moléculas adyacentes es de  $3\text{Å}$ <sup>1</sup>.

A nivel macroscópico, el volumen de un cuerpo se puede descomponer en una infinidad de pequeñas partes que llamaremos *elemento de volumen*. Esas partes son lo suficientemente pequeñas como para considerarlas infinitesimales. Sin embargo, a nivel macroscópico, se ignorará la discontinuidad que es posible observar a nivel microscópico.

La Física de los Medios Continuos describe el comportamiento de la materia a través de las propiedades que surgen de la interacción entre los diferentes elementos de volumen. En la primera parte del curso deduciremos las propiedades macroscópicas de la materia al aplicar a un *elemento de volumen* las propiedades que conocemos del estudio de un cuerpo: su peso y fuerzas de interacción. Ocasionalmente, haremos referencia a las propiedades microscópicas de la materia.

---

<sup>1</sup>Unidad Amstrong:  $1\text{Å} = 1 \times 10^{-10}m$ .

## Unidades de Volumen

Litro:  $1 \text{ L} \equiv 1 \text{ dm}^3$  ó  $1000 \text{ L} \equiv 1 \text{ m}^3$ .

$$\begin{cases} 1 \text{ cm} = 1 \times 10^{-2} \text{ m} \\ 1 \text{ cm}^3 = 1(\text{cm})^3 = 1(10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 \\ 1 \text{ dm} = 1 \times 10^{-1} \text{ m} \\ 1 \text{ dm}^3 = 1(\text{dm})^3 = 1(10^{-1} \text{ m})^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 \end{cases}$$

### 1.1. Densidad

La figura 1 muestra un pequeño volumen  $\Delta V$  que contiene una porción de materia  $\Delta m$ , también pequeña. En coordenadas cartesianas:  $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ . Al igual que la masa, el volumen es una magnitud escalar.

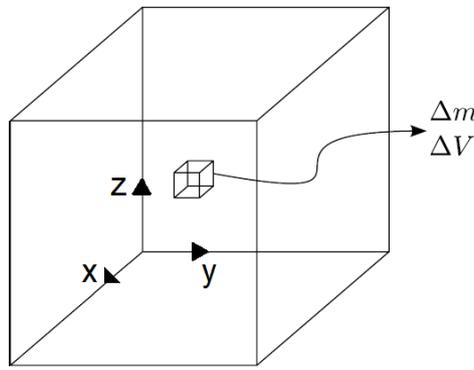


Figura 1: Elemento de Volumen

Definimos la densidad  $\rho(\vec{r})$  en el punto de coordenadas  $\vec{r} = (x, y, z)$  ( donde se encuentra el elemento de volumen) como el cociente entre la masa y el volumen que ésta ocupa cuando el volumen tiende a cero:

$$\rho(\vec{r}) \equiv \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

Cuando todos los elementos de volumen de un cuerpo tienen la misma densidad, se dice que el cuerpo es de densidad uniforme u homogéneo. Entonces, la densidad puede calcularse como cociente de toda la masa y todo el volumen ocupado por el cuerpo:  $\rho = \frac{M}{V}$ . Esta relación también permite calcular la densidad media de un material no uniforme.

## Unidades y Órdenes de Magnitud: Densidad

Dimensionalmente, la densidad está dada por:  $[\rho] = \frac{[M]}{[L]^3}$ ,

Unidades: en el sistema internacional (S.I.)  $[\rho] = \text{kg/m}^3$   
en el sistema cegesimal de unidades (C.G.S)  $[\rho] = \text{g/cm}^3$

Órdenes de Magnitud: la densidad del agua líquida es  $\rho_{H_2O,liq} \approx 1000 \text{ kg/m}^3$   
la densidad del aire (a nivel del mar) es  $\rho_{aire}(H = 0) \approx 1.225 \text{ kg/m}^3$

Como veremos más adelante, el agua líquida puede considerarse de densidad uniforme, mientras que la densidad del aire depende de la altura H, medida desde el nivel del mar.

## Elemento de Volumen

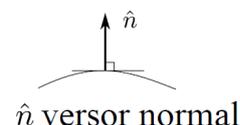
De la definición de densidad, podemos percibir qué es un *elemento de volumen*. El pequeño volumen de la figura 1 se convierte en elemento de volumen cuando su volumen  $\Delta V \rightarrow 0$ . En coordenadas cartesianas el elemento de volumen verifica:  $dV = dx dy dz$ . La suma de infinitos elementos de volumen infinitesimales (llamada integral de volumen) permite calcular el volumen total del cuerpo cualquiera sea su forma. Los elementos de volumen permiten definir una propiedad macroscópica (en este caso, la densidad) en cada punto del cuerpo.

**De aquí en más, usaremos la letra “d” en lugar de “Δ”; de esa forma indicaremos variaciones infinitesimales de las propiedades físicas.**

## Elemento de Superficie

El cubo infinitesimal de la figura 1 está delimitado por seis caras externas. Cada cara es un *elemento de superficie*. Como el elemento de volumen de la figura es cúbico, los seis elementos de superficie tienen la misma área; por ejemplo, el área de la cara superior está dada por:  $dS = dx dy$ . Sin embargo, el cubo se compone de seis caras diferentes porque, aunque tienen la misma área, las caras tienen diferentes orientaciones. Para distinguir entre los seis elementos de superficie, necesitamos asociarlos a un vector. En términos generales, dada una superficie de forma arbitraria, definimos un elemento de superficie como un vector  $d\vec{S}$ , cuyo módulo es el área  $dS$  y cuya orientación está dada por un versor normal  $\hat{n}$  perpendicular y saliente al elemento de superficie, tal como se muestra en la figura.

Entonces,  $d\vec{S} = dS \hat{n}$ .



La normal de cada una de las caras del cubo infinitesimal de la figura 1 coincide con un versor de la triada directa  $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  o su opuesto. La superficie del elemento superior verifica:  $d\vec{S} = dx dy \hat{k}$

## 1.2. Estados de la Materia

La materia puede catalogarse en tres estados: sólido, líquido y gaseoso.

Microscópicamente, los estados se distinguen entre sí por las fuerzas internas (de cohesión) entre las moléculas del material: muy fuertes en el estado sólido y muy débiles en el estado gaseoso. El estado líquido tiene la particularidad de comportarse dualmente: en su interior, la cohesión entre las moléculas es bastante débil (similar a la de un gas, aunque más fuerte); en su superficie exterior, la cohesión entre las moléculas es bastante fuerte (similar a la de un sólido, aunque más débil). Esta interacción fuerte entre moléculas superficiales, llamada tensión superficial, es la que permite la formación de gotas. En este curso no consideraremos la tensión superficial de los líquidos. Por lo tanto, **líquidos y gases constituyen una única categoría: los fluidos.**

Los diferentes estados de la materia verifican las siguientes propiedades globales. La principal diferencia entre sólidos y fluidos es que, mientras los sólidos tienen una forma bien definida, los fluidos adoptan la forma del recipiente que los contiene.

Estado	Volumen	Forma
Sólido	Definido	Definido
Líquido	Definido	Recipiente
Gaseoso	Recipiente	Recipiente

Debemos notar que esa categorización no es siempre evidente. Si por un lado es fácil distinguir entre la “sólidez” de una roca y la “fluidez” del agua, existe una gran variedad de materiales donde esa distinción no es tan clara; por ejemplo, las gelatinas, los materiales pastosos, los pegamentos, etc. Estos materiales no forman parte del contenido de ese curso.

## 2. Tipos de fuerzas

Para aplicar las leyes de Newton a los medios continuos, es necesario observar que sobre un sistema actúan dos tipos de fuerzas:

- Fuerzas volumétricas son las que actúan en cada *elemento de volumen* del material.
- Fuerzas superficiales son las que actúan sobre la superficie externa.

El peso es una fuerza volumétrica. Aunque solemos dibujar esa fuerza actuando en el centro de masa de un cuerpo, la fuerza gravitatoria actúa sobre cada elemento de volumen de un cuerpo.

La fuerza de rozamiento y la fuerza normal son fuerzas superficiales. Aunque solemos dibujar esas fuerzas actuando en un único punto de la superficie de contacto (por ejemplo, entre un libro y una mesa) las fuerzas superficiales también están distribuidas y son un par acción-reacción. Entre las fuerzas superficiales, podemos distinguir dos tipos, según la dirección en la que apuntan con respecto al área de contacto: fuerzas normales y fuerzas tangenciales.

### Fuerzas Superficiales Normales

Fuerzas normales son las que apuntan en la dirección perpendicular (normal) al área de contacto. Son colineales con el vector normal  $\hat{n}$  de una superficie. Es una fuerza normal la que ejerce una mesa sobre un libro que reposa sobre ella. También se realiza una fuerza normal cuando se “presiona” la pared con el dedo. Como se observa, la llamada “fuerza normal” de los cursos de mecánica, no es la única fuerza superficial normal que puede ejercerse sobre un cuerpo. Las fuerzas de presión son fuerzas superficiales normales.

### Fuerzas Superficiales Tangenciales

Fuerzas tangenciales son las que actúan en la dirección paralela (tangencial) al área de contacto. Son perpendiculares al vector normal  $\hat{n}$  de una superficie. Es una fuerza tangencial la fuerza de rozamiento que una mesa ejerce sobre un libro que intentamos mover sobre ella<sup>2</sup>. Las fuerzas viscosas que lubrican el movimiento relativo entre dos piezas de un motor son fuerzas superficiales tangenciales.

### 2.1. ¿Qué es la Presión?

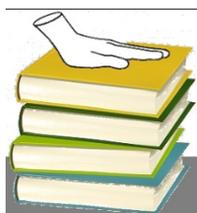
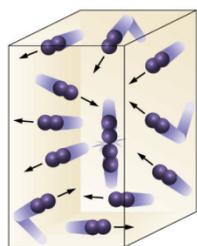


Figura 2:

Como veremos en detalle en el contexto de la termodinámica, las moléculas de un gas se mueven, chocan entre ellas y chocan contra las paredes del recipiente que las contiene (figura 2; arriba). Por eso un gas adquiere el volumen del recipiente. Las fuerzas que actúan durante esos choques, definen la presión de un gas. En particular, una molécula rebota debido a la fuerza que le ejerce la pared. Por acción-reacción, la molécula ejerce sobre la pared una fuerza igual y contraria. Ambas fuerzas son normales a la pared. La fuerza de presión está dada por el rebote de muchísimas moléculas contra esa y otras paredes.

La atmósfera es una mezcla de gases. Moléculas en movimiento chocan contra las superficies externas que los sólidos y líquidos exponen a la atmósfera. Las *fuerzas normales de presión* que actúan sobre elementos de volumen superficiales, se “transmiten” a elementos de volumen que se encuentran en el interior.

El efecto de la atmósfera gaseosa sobre los sólidos y líquidos es análogo al mostrado en la figura 2(abajo). Los libros representan diferentes elementos de volumen. La fuerza externa normal que ejerce la mano sobre la tapa superior del libro de arriba, aumenta la fuerza normal que los libros se ejercen entre sí y la fuerza normal que la mesa ejerce sobre la tapa inferior del libro de abajo. Considerando el peso de los libros, la normal que se ejerce (desde abajo) sobre el  $n$ -ésimo libro es:  $N_n = F_{ext} + n mg$

<sup>2</sup>Cuando un cuerpo sube por una pista circular vertical lisa, se frena debido a la componente tangencial de su peso. Sin embargo, como ya se dijo, el peso (y también sus componentes) es una fuerza volumétrica: actúa sobre todos y cada uno de los elementos de volumen del cuerpo.

## 2.2. Definición de Presión

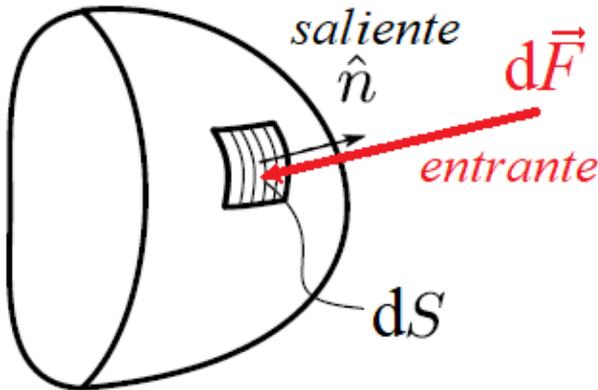


Figura 3:

Los fluidos y sólidos “transmiten” a su interior las fuerzas de presión *normales* que se originan en la superficie del material. La definición de presión en el contexto de los fluidos se hace necesaria cuando se advierte que estas fuerzas superficiales no están aplicadas en un único punto sino que se distribuyen en todos los *elementos de superficie* exterior al elemento de volumen que consideramos como sistema

Las fuerzas de presión son *fuerzas superficiales entrantes* al sistema porque son ejercidas por los elementos de volumen adyacentes y externos al sistema.

Definimos la presión  $P(\vec{r})$  en un punto de coordenadas  $\vec{r} = (x, y, z)$  como la magnitud escalar siempre positiva que relaciona linealmente la fuerza de presión  $d\vec{F}$  con la superficie  $d\vec{S}$  del elemento de superficie donde actúa. Como la fuerza y la superficie son magnitudes vectoriales opuestas (ver figura 3), la siguiente definición incluye un signo negativo [-].

$$d\vec{F} = -P(\vec{r}) d\vec{S} = -P(\vec{r}) dS \hat{n}$$

Conocida la presión en un punto, el módulo de la fuerza de presión que actúa sobre una superficie verifica:  $dF = P(\vec{r}) dS$  y su orientación siempre es entrante a la superficie del elemento de volumen que se quiere caracterizar.

En el marco de la física de fluidos, a la presión  $P$  se le llama presión estática y actúa tanto sobre los elementos de superficie de un elemento de fluido que está en reposo como sobre los elementos de superficie de los fluidos que están en movimiento.

### Unidades y Órdenes de Magnitud

Dimensionalmente la presión está dada por:  $[P] = \frac{[F]}{[L]^2}$ .

Unidades: en el sistema internacional (S.I.)  $[P] = \text{N/m}^2 = \text{Pa}$ , la presión se mide en Pascal.

Órdenes de Magnitud: la presión normal del aire en la atmósfera a nivel del mar es de:

$$P(H = 0) = P_0 = 1 \text{ Atm} = 101.325 \text{ kPa} \approx 1 \times 10^5 \text{ Pa} = 10 \text{ N/cm}^2.$$

Esto equivale a decir que, debido a la presión atmosférica, en  $1.0 \text{ cm}^2$  de la superficie de un objeto actúa una fuerza normal equivalente al peso de una masa de  $1.0 \text{ kg}$ .

Un resultado interesante que usaremos más adelante es que las dimensiones de la presión coinciden con las dimensiones de la *densidad de energía*, definida como energía por unidad de volumen:

$$[P] = \frac{[M][L]}{[L]^2[T]^2} \times \frac{[L]}{[L]} = \frac{[M]}{[L]^3} \times \left( \frac{[L]}{[T]} \right)^2 = \frac{[M][v^2]}{[L]^3} = \frac{[\text{Energía}]}{[\text{Volumen}]}$$

### 2.3. Módulo volumétrico.

Como ya se dijo, los líquidos y gases son fluidos. Se puede distinguir entre ellos a través de su módulo volumétrico. Supongamos que tenemos un material que ocupa un volumen inicial  $V$  debido a que está sometido a una presión  $P$ . Cuando incrementamos la presión en la superficie del material, su volumen disminuye. El módulo volumétrico del material  $\mathcal{B}$  es la medida de cuánto disminuye el volumen  $dV$  (por unidad de volumen inicial  $V$ ) al aumentar la presión en cierta cantidad  $dP$  conocida:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{\mathcal{B}}dP$$

El signo negativo  $[-]$  refleja que un aumento de la presión  $dP > 0$ , provoca la disminución del volumen  $dV < 0$  (o viceversa).

Modelaremos los líquidos como fluidos incompresibles debido a que su módulo volumétrico es muy grande. Entonces, su volumen (y por lo tanto, su densidad) no depende de la presión que se ejerce sobre ellos (ver órdenes de magnitud). En el estudio de las ondas de sonido, abandonaremos este modelo.

Modelaremos los gases como fluidos compresibles: su volumen varía con la presión. El modelo de fluidos compresibles requiere de una ley adicional que relacione el volumen (o la densidad) con la presión.

#### Unidades y Órdenes de magnitud

Las dimensiones del módulo volumétrico son las mismas que las de presión  $[\mathcal{B}] = [P]$  y en el sistema internacional el módulo volumétrico se mide en Pa.

#### Órdenes de magnitud:

Agua líquida:  $\mathcal{B}_{\text{agua}} \approx 2.2 \times 10^9$  Pa.

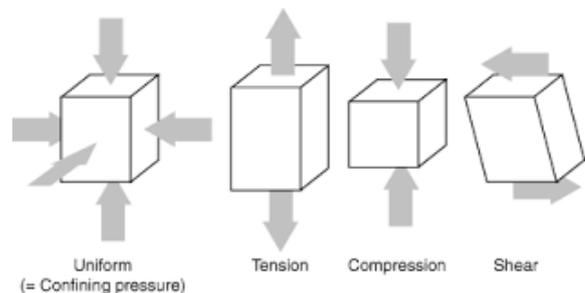
Aire, a presión atmosférica:  $\mathcal{B}_{\text{aire}} \approx 1 \times 10^5$  Pa.

Si aumenta la presión  $dP = 1 \times 10^4$  Pa  $\approx 0,1 P_0$ , el volumen del agua se reduce en cinco partes por millón (aprox.). Por otro lado, al aumentar la presión en la misma cantidad, el volumen del aire se reduce en un 10 % (aprox.).

#### Elasticidad de los Sólidos (opcional)

Los sólidos mantienen su forma en ausencia de presión externa; por ejemplo, en la Estación Espacial Internacional. La fuerza de cohesión entre los átomos de un sólido se modela como *esfuerzos internos* (en inglés, stress) actuando sobre la superficie de los elementos de volumen. Los esfuerzos se miden en Pascal (fuerza por unidad de área) pero no son una magnitud escalar como la presión o el módulo volumétrico.

Esfuerzos externos normales (de tracción y compresión) y tangenciales (cortantes, en inglés: shear) deforman al sólido, como muestra la figura. Para mantenerse en equilibrio, el sólido modifica todos sus esfuerzos internos. Por ejemplo, un sólido que sea comprimido en una dirección, se alarga en las direcciones transversales que no están sometidas a la fuerza externa de compresión. Por eso se dice que *los sólidos soportan esfuerzos normales y esfuerzos cortantes*.



Esfuerzos externos normales (de tracción y compresión) y tangenciales (cortantes, en inglés: shear) deforman al sólido, como muestra la figura. Para mantenerse en equilibrio, el sólido modifica todos sus esfuerzos internos. Por ejemplo, un sólido que sea comprimido en una dirección, se alarga en las direcciones transversales que no están sometidas a la fuerza externa de compresión. Por eso se dice que *los sólidos soportan esfuerzos normales y esfuerzos cortantes*.

Frente a esfuerzos cortantes externos, el fluido fluye; no puede mantenerse en equilibrio. Por eso se dice que *los fluidos no soportan esfuerzos cortantes*. Por eso el fluido adquiere la forma del recipiente que lo contiene. Siendo la presión una magnitud escalar, comprimir un fluido en una dirección implica aumentar las fuerzas de presión en todas las direcciones, como veremos en el próximo capítulo.