Universidad de la República **Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Primer Semestre 2019**

EXAMEN - 17 DE JULIO DE 2019
(Duración: 3:30 hrs.)

Nro de Parcial	Cédula	Apellido y Nombre

Indique sus respuestas en los casilleros correspondientes, con letras mayúsculas imprenta: A, B, C o D.

MO1	**MO2**	**MO3**	**MO4**	**MO5**

Ejercicios de Múltiple Opción.

Total: 50 puntos. 10 puntos si la respuesta es correcta, 0 punto por no contestar y -2 si la respuesta es incorrecta.

1. Hallar el siguiente límite:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} + \ln(2(x^2+y^2)+1) - \frac{3}{2}(x^2+y^2) - 1}{x^2+y^2}$$

(A) - $\frac{1}{4}$.

(B) $\frac{3}{2}$.

(C) 3.

(D) 0.

2.

Considere el siguiente conjunto de números complejos:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \bar{z} = 2z^2\}$$

(A) Todos los elementos de A tienen módulo $\frac{1}{2}$.

(B) A tiene cuatro elementos y existen dos duplas de elementos de A tales que sus partes imaginarias son iguales.

(C) A tiene cuatro elementos y existe una dupla de elementos de A cuyas partes imaginarias son opuestas y no nulas.

(D) Existen dos elementos de A tal que la suma de dos de ellos es cero.

3. Calcular $\displaystyle\iint_A \frac{1}{1+x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, siendo $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1,\, x \geq 0\}$.

(A) $2\pi \ln(2)$.

(B) $\frac{\pi \ln(2)}{2}$.

(C) $\frac{\pi}{\ln(2)}$.

(D) 2π.

4. Calcular el volumen del conjunto $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq y \leq z \leq 1\}$.

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{1}{12}$.

(C) $\frac{1}{3}$.

(D) $\frac{1}{6}$.

5. Considere la serie $\displaystyle\sum_{n=13}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}$

(A) La serie converge absolutamente.

(B) La serie converge pero no converge absolutamente.

(C) La serie diverge.

(D) La serie oscila.

Ejercicios de Desarrollo

Total: 50 puntos.

6. Se considera la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \begin{cases} y^2 + y + 1, & si\ x = 0 \\ x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) + y + 1, & si\ x \neq 0 \end{cases}$

(a) Hallar, si existen, las derivadas parciales en $(0, 0)$.

(b) Determinar si f es diferenciable en $(0, 0)$.

(c) Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ una función diferenciable y tal que:

$$J_{(1)}g = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Hallar el Jacobiano de $g \circ f$ en el punto $(0, 0)$.

7.

(a) Definir límite de una sucesión en $\mathbb{R}^n$.

(b) Definir función continua $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ en $a \in \mathbb{R}^n$.

(c) Mostrar que si f es continua en a entonces para toda sucesión $(x_n) \subset \mathbb{R}^n$ tal que: $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = a$ se cumple que $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n) = f(a)$.