Universidad de la República **Cálculo diferencial e integral en varias variables**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Segundo semestre 2018**

Respuestas de la múltiple opción:

- 1-D.
- 2-C.
- 3-C.
- 4-C.

Solución ejercicios de desarrollo:

Ejercicio 5. Ver teórico.

Ejercicios 6. Despjenado z de la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, es claro que se cumple que $\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$.

La intersección de las superficies $z = \sqrt{x^2+y^2}$ y $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ es el conjunto $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 = R^2/2, \ z = R^2/2\}$. Por lo tanto, haciendo el cambio de variables $x = rcos(\theta)$, $y = rsen(\theta)$, se tiene que $0 \leq \theta \leq 2\pi$ y $0 < r \leq R/\sqrt{2}$. Por lo tanto el volumen pedido es igual a:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}}\int_r^{\sqrt{R^2-r^2}} rdzdrd\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}} \sqrt{R^2-r^2}.r - r^2 drd\theta =$$

$$2\pi\left(-\frac{1}{3}\left(R^2-r^2\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{r^3}{3}\Big|_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}}\right) = \frac{2\pi}{3}\left(R^3 - \frac{R^3}{2\sqrt{2}}\right) - \frac{2\pi}{3}\frac{R^3}{2\sqrt{2}}$$