Universidad de la República **Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Primer Semestre 2019**

Segundo Parcial - Sábado 29 de junio de 2019

(Duración: 3:30 hrs.)

Nro de Parcial	Cédula	Apellido y Nombre

Indique sus respuestas en los casilleros correspondientes, con letras mayúsculas imprenta: A, B, C o D.

MO1	**MO2**	**MO3**	**MO4**	**MO5**

Ejercicios de Múltiple Opción.

Total: 30 puntos. 6 puntos si la respuesta es correcta, 0 punto por no contestar y -1.5 si la respuesta es incorrecta.

1. Dado $D = \{(x,y) : x + 2y + 1 > 0\}$, considere $f : D \to \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x,y) = x \ln(1 + x + 2y).$$

Sea $p : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ el polinomio de Taylor de f de orden 2 en un entorno de $(0,0)$. Entonces:

(A) $p(2,1) = 8$.

(B) $p(2,1) = 16$.

(C) $p(2,1) = 6$.

(D) $p(2,1) = 12$.

2. Considere $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ dada por:

$$f(x,y) = (x^2 y + e^x, y^3 x, \sin y) \quad \text{y} \quad g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \quad \text{tal que:}$$

1. g es diferenciable en $(1,0,1)$,
2. $\nabla g(1,0,1) = (3,4,-2)$.

Sea $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $h = g \circ f$. El valor de $\dfrac{\partial h}{\partial y}\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ es:

(A) 2.

(B) 0.

(C) $\frac{\pi^3}{2}$.

(D) $\frac{5\pi^2}{3}$.

3. Sea a un número real distinto de 0 y $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = x^3 + y^3 + axy$. Entonces:

.

(A) Si $a > 0$ entonces f tiene un punto silla y un máximo relativo.

(B) f tiene dos puntos silla para todo valor de a.

(C) f tiene sólo un punto crítico, que es punto silla para todo valor de a

(D) Si $a > 1$ entonces f tiene un punto silla y un mínimo relativo.

4. Calcular $\iint_B (x^2 + y^2)dxdy$, siendo $B = B\left((1, 1), 1\right)$ la bola de centro $(1, 1)$ y radio 1.

(A) $\frac{\pi}{2}$.

(B) $\frac{2\pi}{3}$.

(C) $\frac{14\pi}{3}$.

(D) $\frac{5\pi}{2}$.

5. Sea $B = B\left((0, 0), 2\right)$, notamos la clausura de B por $\overline{B}$. Considere la función $f : \overline{B} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & si\ (x, y) = (0, 0) \\ \\ \dfrac{x^2 + y^2 + x^4 y^4}{x^2 + y^2}, & si\ (x, y) \neq (0, 0) \end{cases}$$

(A) f es continua en todo su dominio y en $(0, 0)$ tiene un mínimo absoluto.

(B) f es continua en su dominio y en $(0, 0)$ no presenta un mínimo absoluto.

(C) f no es continua en $(0,0)$ y presenta un mínimo absoluto en $(0,0)$.

(D) f no es continua en $(0,0)$ y en $(0,0)$ no tiene un mínimo absoluto.

Ejercicios de Desarrollo

Total: 30 puntos.

6. Problema 1 (15 puntos) Sea la función $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ dada por:

$$f(x,y)=\begin{cases} y-x, & si\ y\geq x\\ \dfrac{2x^3y}{x^2+y^2}+y-x, & si\ y<x. \end{cases}$$

1. Calcular $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ en $(0,0)$.
2. Mostrar que la función f es diferenciable $(0,0)$.
3. Hallar el plano tangente al gráfico de f en el punto $(0,0)$.

7. Problema 2 (15 puntos) Calcular el volumen V definido por:

$$V=\left\{(x,y,z): y\geq 0;\quad -1\leq z\leq 1;\quad z\geq \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{25}\right\}.$$

Justifcar detalladamente las propiedades usadas para el cálculo.