

SEGUNDO PARCIAL – VIERNES 22 DE NOVIEMBRE DE 2019

Nro de Parcial	Cédula	Apellido y nombre

Escribir nombre y cédula en todas las hojas que se entreguen.

**Ejercicio 1.**(5 pts.) Sea  $f : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\pi x^2 y - e^x}{(\log(x/y))^2 + 1} & \text{si } (x, y) \neq (1, 1) \\ a & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Si  $f$  es continua, entonces:

$a =$
-------

**Ejercicio 2.** Versión 1.(10 pts.) Se considera  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \frac{1}{3} \sin(x) + \frac{2}{3} \sin(y)$ . La ecuación del plano tangente al gráfico de  $f$  en el punto  $(\pi/2, \pi/2, 1)$  es:

$z = 1$
---------

**Ejercicio 3.**(5 pts.) Sea  $f : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(x, y) = \frac{1}{xy}$ . El polinomio de Taylor de grado 3 de la función  $f$  en el punto  $(1, 1)$  es:

$P(x, y) =$
-------------

**Ejercicio 4.**(10 pts.) Sea  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq \frac{7}{8}\}$ . El valor de  $\iint_D \sqrt{7/8 - x^2 - y^2} dx dy$  es:

--

## Ejercicios de desarrollo

**Ejercicio 1.**(10 pts.) Consideremos  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < y < x^2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Probar que existen todas las derivadas direccionales de  $f$  en  $(0, 0)$ , pero sin embargo  $f$  no es continua en  $(0, 0)$ .

**Ejercicio 2.**(10 pts.)

- (1) Sea  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función,  $a \in \mathbb{R}^n$  y  $v \in \mathbb{R}^n$ .
  - (a) Definir diferenciabilidad de  $f$  en el punto  $a$ .
  - (b) Definir  $\frac{\partial f}{\partial v}(a)$ .
  - (c) Demostrar que si  $f$  es diferenciable en el punto  $a$ , entonces para todo  $v \in \mathbb{R}^n$  existe  $\frac{\partial f}{\partial v}(a)$  y además  $\frac{\partial f}{\partial v}(a) = D_a f(v)$  (Aquí  $D_a f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  denota el diferencial de  $f$  en el punto  $a$ ).
  
- (2) Se considera ahora  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  diferenciable en el punto  $(1, 1, 1)$ . Se sabe que  $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1, 1) = (3, 0)$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1, 1) = (\pi, 5)$ ,  $\frac{\partial f}{\partial z}(1, 1, 1) = (2, 1)$ , y que  $f(1, 1, 1) = (\sqrt{5}, 2)$ . Calcular:

$$L = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 + h\pi, 1 + eh, 1 - \pi h) - (\sqrt{5}, 2)}{h}$$

**Ejercicio 3.**(10 pts.) Sea  $D = \{(x, y, z) : -1 \leq z \leq x^2 + y^2; x^2 + y^2 \leq 4\}$ . Calcular el volumen de  $D$ .