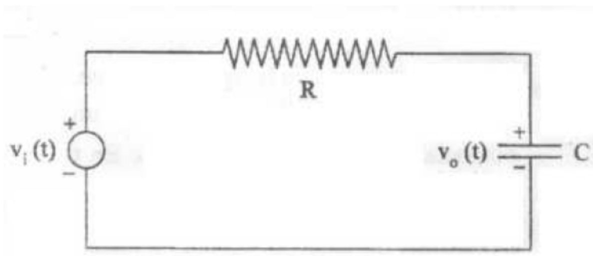
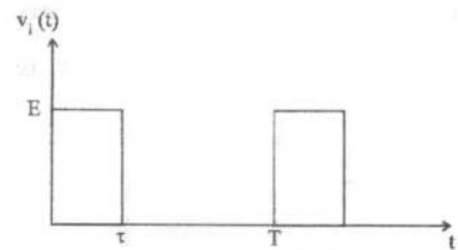
ELECTROMAGNETISMO
PRÁCTICO 9
CIRCUITOS ELÉCTRICOS.
RÉGIMEN TRANSITORIO Y SIONUSOIDAL.

Problema Nº 1

En el circuito de la figura la tensión $v_i(t)$ es periódica en el tiempo de periodo T, y su forma de onda es la que se muestra, con $\tau < T$.





a) Calcule la tensión $v_0(t)$ en los bornes del condensador durante el primer período ($0 \leq t \leq T$), suponiendo que se verifica que $v_0(t=0) = 0$.

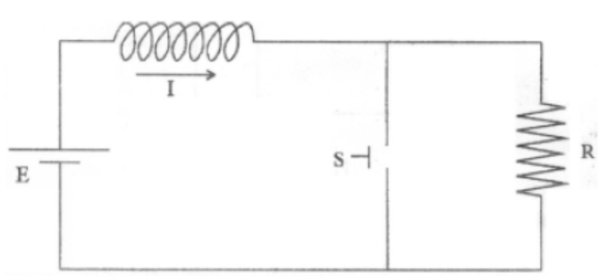
b) Halle y grafique la tensión en los bornes del condensador $v_0(t)$ cuando el circuito se encuentra funcionando en régimen permanente.

Sugerencia: suponga $v_0(0) = V_0$ arbitrario, y determínelo para que $v_0(t)$ sea también periódica.

Problema Nº 2

En el circuito de la figura la resistencia total en la malla formada por la fuente E, la bobina L y la llave S es completamente despreciable.

a) Para el instante $t = 0$, la corriente que circula por la bobina es I_0 (en el sentido indicado en la figura), la llave se cierra y se abre un tiempo $T = L/R$ después. Hallar la corriente entregada por la batería para $t > 0$.

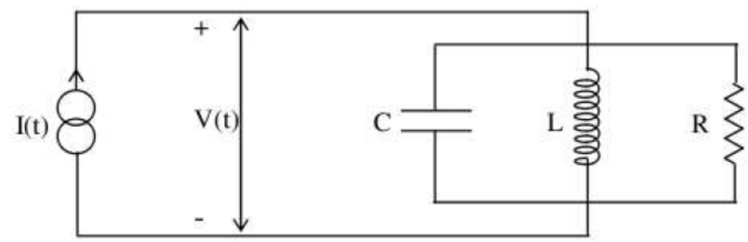


b) Hallar la corriente por la batería si ahora el proceso de abrir y cerrar la llave se repite con un periodo $2T$ y el circuito ha alcanzado el régimen estacionario.

c) Hallar la potencia media entregada por la batería en el caso de la parte b).

Problema Nº 3

En la figura se muestra un circuito RLC paralelo alimentado por una fuente de corriente. Esta fuente se comporta de forma tal que impone una corriente dada en la rama del circuito en que se encuentra presente, independientemente de lo que tenga conectado. En este caso es sinusoidal de la forma $I(t) = I_0 \cos \omega t$.



a) Halle $V(t)$ y la corriente por la resistencia $I_R(t)$, en régimen.

b) Si V es tal que $V(t) = Re[Ve^{j\omega t}]$, con V un número complejo que se llama fasor asociado a $V(t)$, realice un croquis del módulo y la fase de V en función de la frecuencia ω.

c) Halle la potencia aparente entregada al circuito, la potencia activa disipada y la potencia reactiva consumida.

d) Halle el valor de ω para el cual el $\cos\varphi$ (siendo φ la fase entre los fasores V e I) es máximo.

e) Realice un croquis de la potencia activa en función de ω.

f) Halle el factor de calidad Q.

Problema Nº 4

Se considera el circuito de la figura con la llave LL cerrada, la tensión en los bornes del generador es $v(t) = V_0 \cos \omega t$.

a) Determine las corrientes del régimen por todas las ramas.

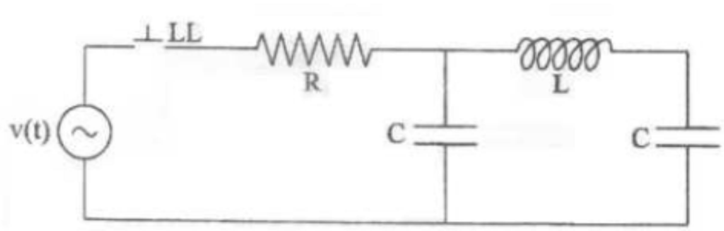
b) A ciertas frecuencias de la fuente el circuito tiene un comportamiento especial:

i. Determine la frecuencia ω_1 a la cual la corriente por la rama central es nula.

ii. Determine la frecuencia ω_2 a la cual la corriente por la resistencia es nula.

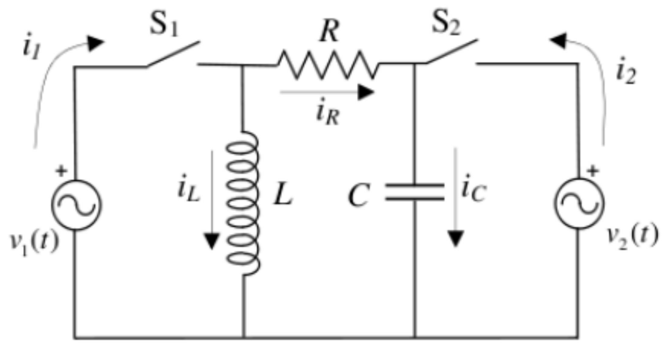
En ambos casos, evalúe las demás corrientes y dé una interpretación física de lo que sucede.

c) Con el circuito operando en régimen con la frecuencia ω_1, se abre la llave en $t = 0$. Halle la carga en cada condensador en función del tiempo a partir de ese instante.



Problema Nº 5

El circuito de la figura está alimentado por las fuentes $v_1(t) = V_0\, sen\, \omega t$ y $v_2(t) = V_0 \cos \omega t$. Suponga para las partes a) y b) que los interruptores S_1 y S_2 han estado cerrados por un largo tiempo, de modo que el circuito ha alcanzado el estado de régimen.



a) Determine los voltajes $V_1(t)$ y $V_2(t)$ tales que $v_1(t) = Re(V_1(t))$ y $v_2(t) = Re(V_2(t))$.

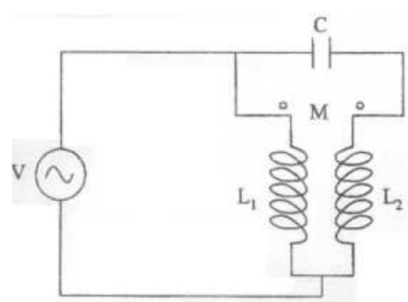
b) Halle las expresiones para las corrientes $i_1(t), i_2(t)$ (ver convenciones de signo en la figura). Especifique amplitud y fase en cada caso.

c) Estando el circuito operando en régimen a frecuencia ω, se abren los interruptores S_1 y S_2 en $t = 0$. Calcule la energía total que disipará la resistencia a partir de ese instante.

d) Si se desea que la energía disipada sea mínima, ¿Cuándo deben abrirse simultáneamente los interruptores S_1 y S_2?

Problema Nº 6

En el circuito de la figura la fuente de tensión es sinusoidal de frecuencia f, halle:

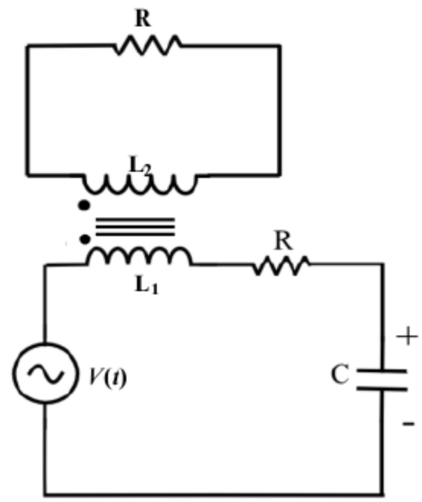


a) La frecuencia a la cual la corriente por el primario del transformador (de inductancia L_1) es nula.

b) La frecuencia a la cual la corriente por la fuente es nula.

c) La frecuencia de resonancia del circuito.

Problema Nº 7 – Examen Dic. 2009



El circuito de la figura se encuentra en régimen, alimentado por una fuente de *fem* $V(t) = V_0 e^{j\omega t}$. El transformador tiene dos bobinados con coeficientes de autoinducción L_1 y L_2 respectivamente. Considere que por ambos bobinados pasa el mismo flujo magnético, y que se verifica $|\omega L_2| \gg R$.

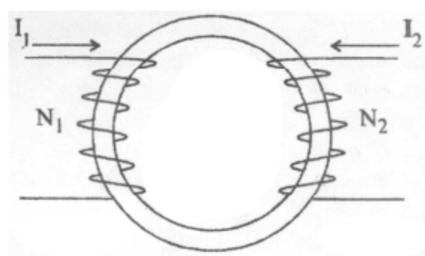
a) Halle la diferencia de potencial en bornes del condensador.

b) Halle la potencia media entregada por la fuente y la potencia disipada por las resistencias.

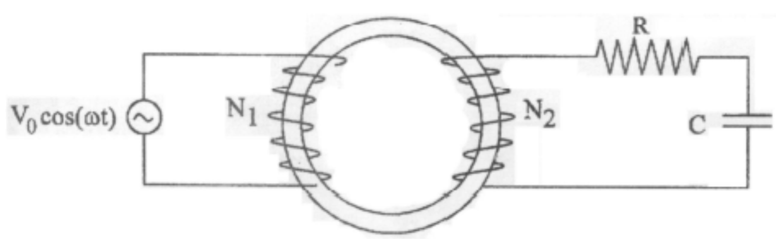
Problema Nº 8

El sistema mostrado en la figura consiste en un toroide de permeabilidad $\mu = 5000\mu_0$, de perímetro medio l, sección S y dos bobinados de N_1 y N_2 vueltas por los cuales circulan corrientes I_1 e I_2 respectivamente.

a) Calcule las autoinductancias y el coeficiente de inducción mutua de los bobinados.



b) Con el toroide anterior se realiza el siguiente circuito:



Determine:

i. El voltaje en bornes del condensador.

ii. La potencia media entregada por la fuente de *fem*.

iii. La relación N_2/N_1 en función de R y C para que el voltaje eficaz entre las placas del condensador sea el doble que el voltaje eficaz de la fuente de *fem*.

RESULTADOS

P1) $a)\ v_0(t) = \begin{cases} E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right), & 0 \le t \le \tau \\ E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}\right) e^{-\frac{t-\tau}{RC}}, & \tau < t \le T \end{cases}, \qquad b)\ V_0 = E\frac{\left(1-e^{\frac{\tau}{RC}}\right)}{\left(1-e^{\frac{T}{RC}}\right)}$

$$v_0(t) = \begin{cases} E + (V_0 - E)e^{-\frac{t}{RC}}, & 0 \le t \le \tau \\ \left(E + (V_0 - E)e^{-\frac{\tau}{RC}}\right) e^{-\frac{t-\tau}{RC}}, & \tau < t \le T \end{cases}, \quad v_0(t) = v_0(t + nT), n = 0, 1,2, \dots$$

P2) $a)\ i(t) = \begin{cases} \frac{E}{L}t + I_0, & 0 \le t \le T \\ I_0 e^{-\frac{t-T}{L/R}} + \frac{E}{R}, & T < t \le 2T \end{cases}, \qquad b)\ I_0 = \frac{E}{R}\frac{1}{(1-e^{-1})}$

$$i(t) = \begin{cases} \dfrac{E}{L}t + I_0, & 0 \le t \le T \\ I_0 e^{-\frac{(t-T)R}{L}} + \dfrac{E}{R}, & T < t \le 2T \end{cases}, \ i(t) = \ i(t + n2T), n = 0,1,2, \dots$$

$$c)\ P_{2T} = \frac{1}{2T}\int_0^{2T} v(t)i(t)dt = \frac{E^2}{2R}\left(\frac{5}{2} + \frac{1}{1 - e^{-1}}\right)$$

P3) $a)\ v(t) = \frac{I_0 \omega RL}{\sqrt{R^2(1-\omega^2CL)^2+\omega^2L^2}}\ cos(\omega t + \phi),\ \ \phi = \arctan\left(\frac{R(1-\omega^2CL)}{\omega L}\right)$

$i_R(t) = \frac{I_0 \omega L}{\sqrt{R^2(1-\omega^2CL)^2+\omega^2L^2}}\ cos(\omega t + \phi)$, b) Ver figura 1. c) $S = P + jQ$

$$S = \frac{1}{2}\frac{RLI_0^2\omega j}{R(1 - \omega^2CL) + j\omega L}, \qquad P = \frac{1}{2}\frac{RL^2I_0^2\omega^2}{R^2(1 - \omega^2CL)^2 + \omega^2L^2}, \qquad Q = \frac{1}{2}\frac{LR^2I_0^2\omega(1 - \omega^2CL)}{R^2(1 - \omega^2CL)^2 + \omega^2L^2}$$

d) $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, e) Ver Figura 2, f) $Q_p = R\sqrt{C/L}$

P4) a) Corriente que suministra la fuente: $i(t) = \frac{V_0(2-\omega^2LC)}{\sqrt{R^2(2-\omega^2CL)^2+(\omega L-1/\omega C)^2}}\ cos(\omega t - \phi)$, $\phi = \arctan\left(\frac{\omega L-1/\omega C}{R(2-\omega^2CL)}\right)$.

Corriente por la rama central (condensador C): $i_1(t) = \frac{V_0(1-\omega^2LC)}{\sqrt{R^2(2-\omega^2CL)^2+(\omega L-1/\omega C)^2}} cos(\omega t - \phi)$,

Corriente por la rama derecha (condensador C en serie con bobina L):

$$i_2(t) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2(2 - \omega^2CL)^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} cos(\omega t - \phi),$$

b) i. $\omega_1 = 1/\sqrt{LC}$. A esa frecuencia $i(t) = i_2(t) = \frac{V_0}{R} cos(\omega_1 t)$, $i_1(t) = 0$. La diferencia de potencial cae toda sobre la resistencia; ésta frecuencia es la frecuencia de resonancia del circuito RLC en Serie.

b) ii. $\omega_2 = \sqrt{2/LC}$. A esa frecuencia $i(t) = 0,\ i_2(t) = -\frac{V_0}{\sqrt{L/2C}} sen(\omega_2 t), i_2(t) = -i_1(t)$.

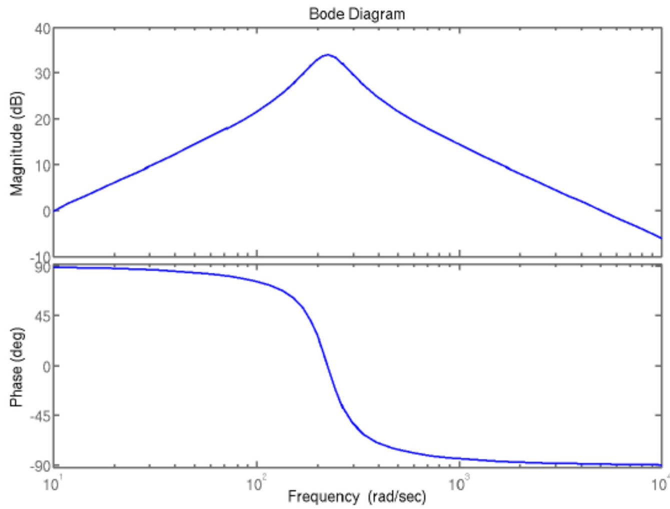


Figura 1. Módulo (arriba) y fase (abajo) de V en función de ω. Observar que la escala horizontal para el módulo es logarítmica. Se tomó $R = 100\ \Omega, L\ 0.2\ H, C = 100\mu F$.

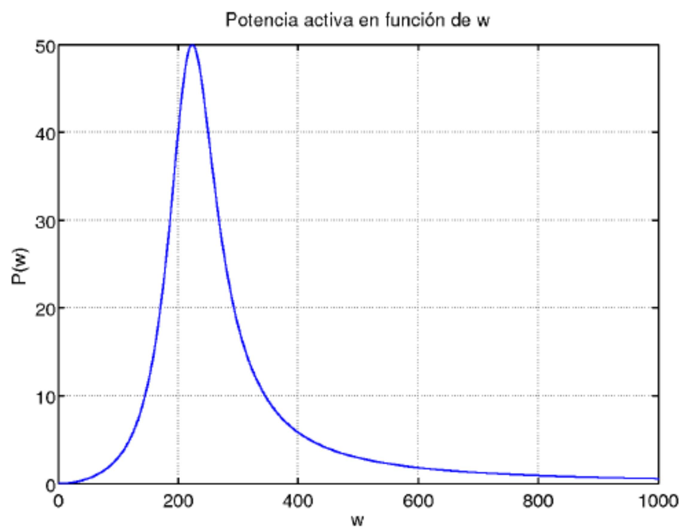


Figura 2. Gráfica de la potencia activa en función de ω. Se tomó $R = 100\ \Omega, L =\ 0.2\ H$, $C = 100\ \mu F, I_0 = 1\ A$

P5) $a)\ V_1(t) = -jV_0 e^{j\omega t}, V_2(t) = V_0 e^{j\omega t}$

$$b)\ i_1(t) = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\omega L}\right)^2}\ cos(\omega t + \phi_1),\ \ \phi_1 = \arctan\left(\frac{1}{1 + R/\omega L}\right) + \pi.$$

$$i_2(t) = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{R} + \omega C\right)^2}\ cos(\omega t + \phi_2),\ \ \phi_2 = \arctan(1 + \omega CR)\,,\ \ c)\ E_R = \frac{V_0^2}{2\omega^2 L} + \frac{CV_0^2}{2}$$

d) Deben abrirse en $t^* = \frac{\pi}{2\omega} + \frac{n\pi}{\omega}, n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

P6)

$$a)\ \omega^2 = \frac{1}{C(L_2 - M)}, \quad b)\ \omega^2 = \frac{1}{C(L_2 + L_1 - 2M)}, \quad c)\ \omega^2 = \frac{L_1}{C(L_2 L_1 - M^2)}$$

P7)

$$a)\ v_c(t) = \frac{V_0}{\sqrt{1 + (\omega C R)^2}} cos(\omega t - arctan(\omega C R)), \quad b)\ P_{fuente} = \frac{V_0^2 R C^2 \omega^2}{2(1 + (\omega C R)^2)} = P_{res}$$