Ingeniería de ontologías

Lógica Descriptiva

Sintaxis y semántica

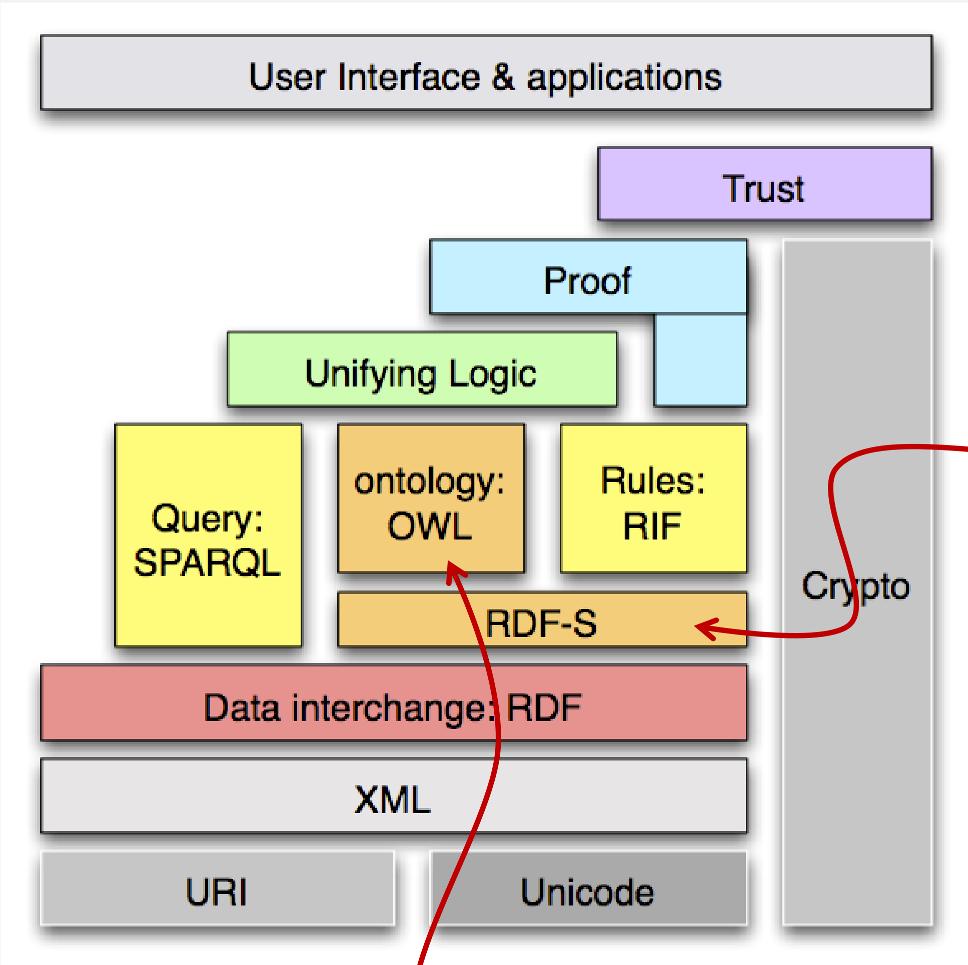
Setiembre 2023

FACULTAD DE INGENIERIA

Agenda

- Lógica descriptiva
  - Introducción
  - Sintaxis
  - Semántica
  - Mundo abierto y mundo cerrado.

Arquitectura de la Web Semántica



Para modelar un dominio de interés o una aplicación:

Se necesita un modelo que permita **clasificar los recursos** descriptos en RDF.

Ontologías: mayor expresividad

"Livianas": **RDF-Schema**

(jerarquías de clases de recursos,
jerarquías de propiedades,
dominio y rango)

"Pesadas": **OWL**

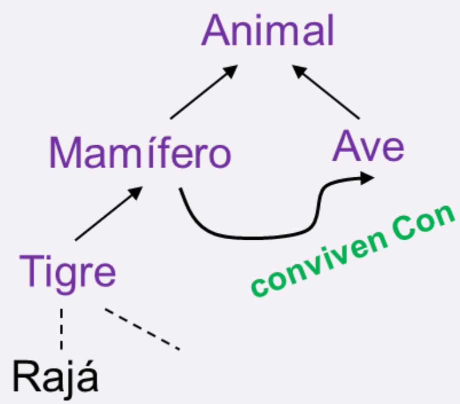
(imponer restricciones,
chequeos de consistencia,
inferencias) → **Lógica**

Lógica Descriptiva: un poco de historia

Redes semánticas:

Red que representa relaciones semánticas entre entidades.

Significado de entidades y relaciones vago.



Frame logic:

Modelo de representación de conocimiento orientado a objetos, basado en lógica, que sigue el paradigma de mundo cerrado.

∀?X ∀?Y (?X[son -> ?Y] ← ?Y:man[father -> ?X])

Lógica Descriptiva

Redes semánticas

Frame logic

Lógica de primer orden

Predicados unarios: *P(x)*

Predicados binarios: *R(x, y)*

Lógica Descriptiva (DL)

Fragmentos decidibles de la lógica de primer orden

Representar las nociones fundamentales de un dominio a través de *descripciones de conceptos*

Bloques de construcción de lógica descriptiva

- **Instancias o individuos:** constantes

  Elementos, objetos atómicos del dominio

  María, Uruguay

- **Conceptos ó clases:** predicados unarios

  Conjuntos de elementos del dominio

  Persona, *Estudiante*, *País*

- **Relaciones ó roles:** predicados binarios

  Conjuntos de pares de elementos del dominio

  Ej.: *vive* $\subseteq$ *Persona* $\times$ *Pais*

- **Axiomas:** sentencias que son siempre verdaderas

  Afirmaciones sobre individuos, conceptos y roles

Estudiante es una subclase de *Persona*	***Estudiante* $\sqsubseteq$ *Persona***
María es una instancia de *Persona*	***Persona*(*María*)**
María vive en *Uruguay*	***vive*(*María, Uruguay*)**

Lógica(s) Descriptiva(s)

- Familias de lenguajes de representación de conocimiento (fragmentos de lógica de primer orden)
- Permiten representar conocimiento conceptual de un dominio de aplicación en forma estructurada y formalmente bien entendida.

Representación de Conocimiento	Lógica Descriptiva	Teoría de Conjuntos
Clase	Concepto (descripción de concepto)	Conjunto
Relación	Rol (descripción de rol)	Relación binaria

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Partimos de un conjunto de **nombres de conceptos atómicos *A*, *B*,..** y **nombres de roles atómicos *R*, *S*,.., nombres de individuos *a, b*, …**

Cada lógica permite construir conceptos y axiomas con diferente expresividad:

$\mathcal{ALC}$: $\top, \bot, \sqcap, \sqcup, \exists, \forall, \neg$

$\mathcal{S}$: $\mathcal{ALC}$ + **roles transitivos** Trans(R)

A $\mathcal{S}$ se agregan constructores que se representan por diferentes letras:

$\mathcal{H}$: inclusión de roles $\mathcal{O}$: nominales $\{a\}$ $\mathcal{I}$: roles inversos

$\mathcal{N}$: restricciones numéricas $\mathcal{Q}$: restrictions numéricas calificadas

$\mathcal{R}$: Dis(R, S) roles disjuntos Irr(R) roles irreflexivos

Aserciones de negación de roles: ($John$, $Mary$) : $\neg likes$,

Axiomas de inclusión de roles complejos: $R \circ S \sqsubseteq Q$, universal role U, $\exists R.Self$

Descripción de conceptos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

$C, D := \bot | \top | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | >= nR.C$

Concepto vacío Todo el Universo

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

C, D* := ⊥|⊤|*A*|¬*C*|*C* ⊓ *D*|*C* ⊔ *D*|∀*R.C*|∃*R.C*|>=*nR.C*|<=*nR.C

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre, Mujer*   Rol atómico*: tieneHijo*

¬Persona: conjunto de todos los elementos que **no** satisfacen el predicado *Persona* (no pertenecen a ese conjunto)

Persona* ⊓ *Mujer: conjunto de todos los elementos que satisfacen el predicado *Persona* y satisfacen el predicado *Mujer* (pertenecen a ambos conjuntos)

Padre* ⊔ *Madre: conjunto de todos los elementos que satisfacen el predicado *Padre* (pertenecen a ese conjunto) ó satisfacen el predicado *Madre*

∃tieneHijo.Persona: conjunto de todos los elementos que **están vinculados** a **algún** elemento del concepto *Persona* a través del rol *tieneHijo*

∀tieneHijo.Persona: conjunto de todos los elementos que, **si están vinculados** a algún elemento a través del rol *tieneHijo,* este elemento **debe pertenecer al concepto *Persona***. Si NO está vinculado a ningún elemento a través de *tieneHijo,* también satisface la condición.

>=2tieneHijo.Persona: conjunto de todos los elementos que **están vinculados a por lo menos 2 elementos** del concepto *Persona* a través del rol *tieneHijo*

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

$C, D := \bot | \top | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | >= nR.C | <= nR.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico*: tieneHijo*

Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son personas y no tienen ningún hijo que sea una persona.

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

$C, D := \bot | \top | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | >=nR.C | <=nR.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico*: tieneHijo*

Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son personas y no tienen ningún hijo que sea una persona.

$Persona \sqcap \neg\exists\ tieneHijo.Persona$

$\Downarrow$

$Persona \sqcap \forall tieneHijo.\neg Persona$

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

C, D* := ⊥|⊤|*A*|¬*C*|*C* ⊓ *D*|*C* ⊔ *D*|∀*R.C*|∃*R.C*|>=*nR.C*|<=*nR.C

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico*: tieneHijo*

Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son personas y tienen como máximo 3 hijos.

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

$\boldsymbol{C, D := \bot \mid \top \mid A \mid \neg C \mid C \sqcap D \mid C \sqcup D \mid \forall R.C \mid \exists R.C \mid >=nR.C \mid <=nR.C}$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico*: tieneHijo*

Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son personas y tienen como máximo 3 hijos.

$\boldsymbol{Persona \sqcap <=3tieneHijo.\top}$

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

C, D* := ⊥|⊤|*A*|¬*C*|*C* ⊓ *D*|*C* ⊔ *D*|∀*R.C*|∃*R.C*|>=*nR.C*|<=*nR.C

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre, Mujer*

Rol atómico*: tieneHijo*

Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son padres o son mujeres que no tienen hijas mujeres.

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

C, D* := ⊥|⊤|*A*|¬*C*|*C* ⊓ *D*|*C* ⊔ *D*|∀*R.C*|∃*R.C*|>=*nR.C*|<=*nR.C

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre, Mujer*

Rol atómico*: tieneHijo*

Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son padres o son mujeres que no tienen hijas mujeres.

***Padre* ⊔ (*Mujer* ⊓ ¬∃*tieneHijo.Mujer*)**

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional sobre el dominio de un problema.

$$C(a) \quad R(a, b) \quad a = b \quad a \neq b$$

$\mathcal{T}$ = {*Mujer* ⊑ *Persona*, ***Persona* ≡ *Mujer* ⊔ *Hombre*,**

Madre ≡ *Mujer* ⊓ ∃*tieneHijo*.*Persona*}

$C \equiv D \rightarrow C \sqsubseteq D$ **y** $D \sqsubseteq C$

$\mathcal{A}$ = {*Mujer*(*maria*), *tieneHijo*(*maria*, *diego*)}

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema. $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

Ejercicio:

Una “abuela” es una madre que tiene al menos un hijo que es padre ó madre.

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema. $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

Ejercicio:

Una "abuela" es una madre que tiene al menos un hijo que es padre ó madre.

$$Abuela \equiv Madre \sqcap \exists tieneHijo.(Padre \sqcup Madre)$$

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema. $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

Ejercicio:

Todas las madres son personas que tienen al menos un hijo.

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema . $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

Ejercicio:

Todas las madres son personas que tienen al menos un hijo.

$Madre \sqsubseteq Persona \sqcap \exists tieneHijo.\top$

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema. $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

Ejercicio:

Todas las mujeres que no tienen hijos no son hombres.

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema. $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

Ejercicio:

Todas las mujeres que no tienen hijos no son hombres.

$Mujer \sqcap \neg\exists tieneHijo.\top \sqsubseteq \neg Hombre$

Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{R}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema. $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

RBox $\mathcal{R}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el conjunto de pares de elementos del dominio. $R \sqsubseteq S$ $\mathrm{Dis}(R, S)$ $R \circ S \sqsubseteq Q$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$tieneHijo(maria, diego)$

$mariajose = majo$

$esPadre \circ esPadre \sqsubseteq esAbuelo$

Lógica Descriptiva – Sintaxis - Rbox

$\mathcal{ALC}$: ⊤, ⊥, ⊓, ⊔, ∃, ∀, ¬

$\mathcal{S}$: $\mathcal{ALC}$ + **roles transitivos** Trans(R)

A $\mathcal{S}$ se agregan constructores que se representan por diferentes letras:

$\mathcal{H}$: inclusión de roles $\mathcal{O}$: nominales $\{a\}$ $\mathcal{I}$: roles inversos

$\mathcal{N}$: restricciones numéricas $\mathcal{Q}$: restrictions numéricas calificadas

$\mathcal{R}$: Dis(R, S) roles disjuntos Irr(R) roles irreflexivos

Aserciones de negación de roles: $(John, Mary) : \neg likes$,

Axiomas de inclusión de roles complejos: $R \circ S \sqsubseteq Q$, universal role U, $\exists R.Self$

$\mathcal{H}$: $R \sqsubseteq S$ *tieneHijo* ⊑ *tieneDescendiente*

$\mathcal{O}$: $\{a\}$ {*Uruguay*} $\mathcal{I}$: $S = R^-$ *Hijo = Padre*$^-$

$\mathcal{N}$: $>=nR.\top$ $>=2 tieneHijo.\top$

$\mathcal{R}$: **Dis(R, S)** Dis(*esAmigoDe*, *esEnemigoDe*) **Irr(R)** Irr(*tieneHijo*)

$R \circ S \sqsubseteq Q$ *esHermano* ∘ *esPadre* ⊑ *esTio*

Roles transitivos: **Trans(R)** → $R \circ R \sqsubseteq R$

Lógica Descriptiva - Semántica

Interpretación

Sea $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ tal que:

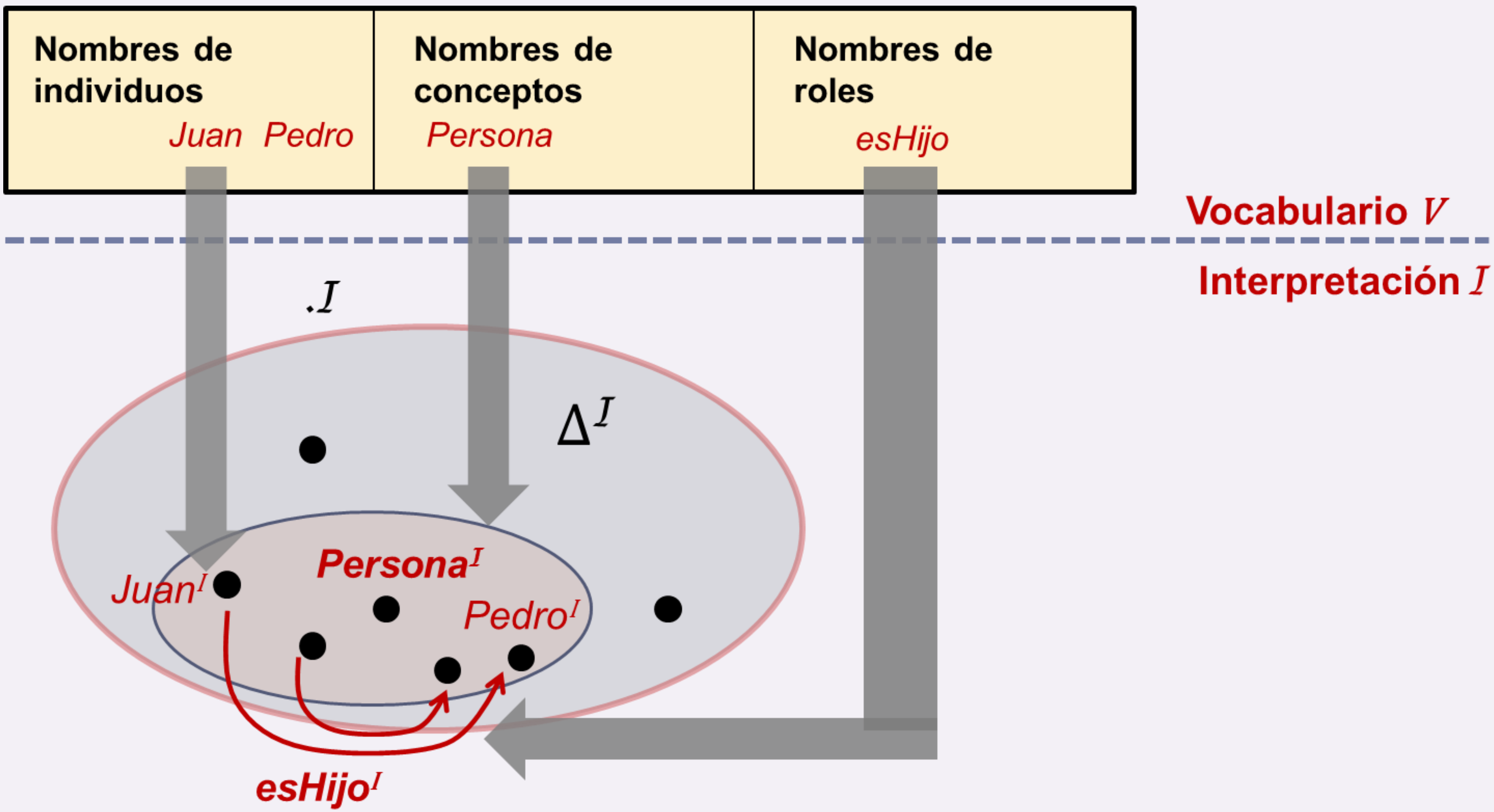
$\Delta^{\mathcal{I}}$: dominio de interpretación, conjunto no vacío

$\cdot^{\mathcal{I}}$: función de interpretación que asigna

- A cada **concepto** A un conjunto $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
- A cada **rol** R una relación binaria $R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
- A cada **individuo** a un elemento $a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$

Lógica Descriptiva - Semántica

Interpretación



Lógica Descriptiva - Semántica

Interpretación de conceptos complejos $\mathcal{ALCQ}$

Constructor	DL	Semántica
bottom	$\bot$	$\emptyset$
top	$\top$	$\Delta^{\mathcal{I}}$
negación	$\neg C$	$\Delta^{\mathcal{I}} \backslash C^{\mathcal{I}}$
conjunción	$C \sqcap D$	$C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$
disjunción	$C \sqcup D$	$C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
restricción existencial	$\exists R.C$	$\{x \mid \exists y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\}$
restricción universal	$\forall R.C$	$\{x \mid \forall y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow y \in C^{\mathcal{I}}\}$
restricción de cardinalidad	$>=nR.C$	$\{x \mid \#\{y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\} >=n\}$

Lógica Descriptiva - Semántica

Ejemplo de Interpretación

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico*: tieneHijo*

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$

$\Delta^{\mathcal{I}} = \{a, b, c, d, e\}$

$Persona^{\mathcal{I}} = \{a, b, c, d\}$

$Madre^{\mathcal{I}} = \{a\}$

$Padre^{\mathcal{I}} = \{b\}$

$tieneHijo^{\mathcal{I}} = \{\langle a, d\rangle, \langle b, d\rangle, \langle c, a\rangle, \langle a, e\rangle, \langle d, e\rangle\}$

$(Padre \sqcup Madre)^{\mathcal{I}} = \{a, b\}$

$(\exists tieneHijo.Persona)^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\}$

Lógica Descriptiva - Semántica

Ejemplo de Interpretación

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico: *tieneHijo*

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$

$\Delta^{\mathcal{I}} = \{María, Juan, Pedro, Ana, José\}$

$Persona^{\mathcal{I}} = \{María, Juan, Pedro, Ana\}$

$Madre^{\mathcal{I}} = \{María\}$

$Padre^{\mathcal{I}} = \{Juan, Pedro\}$

$tieneHijo^{\mathcal{I}} = \{\langle María, Ana\rangle, \langle Juan, Ana\rangle\}$

$(Padre \sqcup Madre)^{\mathcal{I}} = \{María, Juan, Pedro\}$

$(\exists tieneHijo.Persona)^{\mathcal{I}} = \{María, Juan\}$

Lógica Descriptiva - Semántica

Ejemplo de Interpretación

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico*: tieneHijo*

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$

$\Delta^{\mathcal{I}} = \{María, Juan, Pedro, Ana, José\}$

$Persona^{\mathcal{I}} = \{María, Juan, Pedro, Ana\}$

$Madre^{\mathcal{I}} = \{María, José\}$

$Padre^{\mathcal{I}} = \{Juan, Pedro,\}$

$tieneHijo^{\mathcal{I}} = \{\langle María, Ana\rangle, \langle Juan, Ana\rangle, \langle Ana, José\rangle, \langle Pedro, José\rangle\}$

$\mathbf{(Padre \sqcup Madre)^{\mathcal{I}} = \{María, José, Juan, Pedro\}}$

$\mathbf{(\exists tieneHijo.Persona)^{\mathcal{I}} = \{María, Juan, \cancel{Ana, Pedro}\}}$

Lógica Descriptiva – Semántica

Interpretación

Sea $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$

$\mathcal{I}$ satisface el axioma de TBox $\boldsymbol{C \sqsubseteq D}$ si $\boldsymbol{C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}}$. Notación: $\mathcal{I} \models C \sqsubseteq D$

$\mathcal{I}$ satisface los axiomas de Abox:

$\boldsymbol{C(a)}$ si $\boldsymbol{a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}}$. $\mathcal{I} \models C(a)$

$\boldsymbol{R(a, b)}$ si $\boldsymbol{\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}}$. $\mathcal{I} \models R(a, b)$

$\boldsymbol{a = b}$ si $\boldsymbol{a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}}$. $\mathcal{I} \models a = b$

$\boldsymbol{a \neq b}$ si $\boldsymbol{a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}}$. $\mathcal{I} \models a \neq b$

Lógica Descriptiva - Semántica

Modelo de una base de conocimiento

Sea $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ una interpretación y $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ una base de conocimiento,

$\mathcal{I}$ es un modelo de $\mathcal{K}$ si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$

Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ es un **modelo** de $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$:

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \bot\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maría), Padre(pedro)\}$

$I = (\Delta^{I}, \cdot^{I})$

$\Delta^{I} = \{a, b, c\}$

$Persona^{I} = \{a, b, c\}$

$Madre^{I} = \{a\}$

$Padre^{I} = \{b\}$

$maria^{I} = a$

$juana^{I} = c$

$pedro^{I} = b$

Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ es un **modelo** de $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$:

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \bot\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maría), Padre(pedro)\}$

$\mathrm{I} = (\Delta^{\mathrm{I}}, \cdot^{\mathrm{I}})$

$\Delta^{\mathrm{I}} = \{a, b, c\}$

$Persona^{\mathrm{I}} = \{a, b, c\}$

$Madre^{\mathrm{I}} = \{a\}$

$Padre^{\mathrm{I}} = \{b\}$

$maria^{\mathrm{I}} = a$

$juana^{\mathrm{I}} = c$

$pedro^{\mathrm{I}} = b$

$\{a\} \subseteq \{a, b, c\}, \{b\} \subseteq \{a, b, c\}, \{a\} \sqcap \{b\} \sqsubseteq \bot$

I es un modelo de $\mathcal{K}$, por lo que $\mathcal{K}$ es consistente.

Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ es un **modelo** de $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$:

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \bot\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maría), Padre(pedro)\}$

$\mathrm{I} = (\Delta^{\mathrm{I}}, \cdot^{\mathrm{I}})$

$\Delta^{\mathrm{I}} = \{a, b, c\}$

$Persona^{\mathrm{I}} = \{a, b\}$

$Madre^{\mathrm{I}} = \{a\}$

$Padre^{\mathrm{I}} = \{a\}$

$maria^{\mathrm{I}} = a$

$juana^{\mathrm{I}} = b$

$pedro^{\mathrm{I}} = a$

Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ es un **modelo** de $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$:

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \bot\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maría), Padre(pedro)\}$

$\mathrm{I} = (\Delta^{\mathrm{I}}, \cdot^{\mathrm{I}})$

$\Delta^{\mathrm{I}} = \{a, b, c\}$

$Persona^{\mathrm{I}} = \{a, b\}$

$Madre^{\mathrm{I}} = \{a\}$

$Padre^{\mathrm{I}} = \{a\}$

$maria^{\mathrm{I}} = a$

$juana^{\mathrm{I}} = b$

$pedro^{\mathrm{I}} = a$

$\{a\} \subseteq \{a, b\}$, $\{a\} \subseteq \{a, b\}$, pero $\{a\} \sqcap \{a\} \sqsubseteq \bot$ no es verdadero.

I no es un modelo de $\mathcal{K}$, pero $\mathcal{K}$ es consistente porque existen interpretaciones que son modelos de $\mathcal{K}$

Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ es un **modelo** de $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$:

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \bot\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maria), Padre(maria)\}$

Es consistente?

Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ es un **modelo** de $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$:

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \bot\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maria), Padre(maria)\}$

Cualquiera sea la interpretación I de $\mathcal{K}$, no satisface el axioma $Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \bot$

Por los axiomas *Madre*(*maria*), *Padre*(*maria*), $Madre^{I}$ y $Padre^{I}$ deben tener al menos un elemento de Δ^{I} en común, que es $maria^{I}$.

$\mathcal{K}$ es inconsistente ya que no existe ninguna interpretación que sea un modelo de $\mathcal{K}$

Mundo abierto y mundo cerrado

La semántica de lógica descriptiva adhiere al paradigma de

mundo abierto

No se puede derivar que una afirmación es falsa,

porque no pueda demostrarse que es verdadera.

Mundo abierto y mundo cerrado

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$.

$\mathcal{T}$= {*Madre* ⊑ *Persona*, *Madre* ⊑ ∃*tieneHijo*.*Persona*}

$\mathcal{A}$ = {*Persona(maría)*, *Persona*(*juana*), *Madre*(*maria*)}

$\mathcal{K}$ es consistente?

Mundo abierto y mundo cerrado

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$.

$\mathcal{T}$= {*Madre* ⊑ *Persona*, *Madre* ⊑ ∃*tieneHijo*.*Persona*}

$\mathcal{A}$ = {*Persona(maría)*, *Persona*(*juana*), *Madre*(*maria*)}

Posible modelo de $\mathcal{K}$:

$\mathrm{I} = (\Delta^{\mathrm{I}}, \cdot^{\mathrm{I}})$

$\Delta^{\mathrm{I}} = \{a, b, c\}$

$Persona^{\mathrm{I}} = \{a, b, c\}$

$Madre^{\mathrm{I}} = \{a\}$

$tieneHijo^{\mathrm{I}} = \{<a, c>\}$

$maria^{\mathrm{I}} = a$

$juana^{\mathrm{I}} = b$

Mundo abierto y mundo cerrado

La semántica de lógica descriptiva adhiere al paradigma de

mundo abierto

No se puede derivar que una afirmación es falsa,

porque no pueda demostrarse que es verdadera.

El paradigma de mundo abierto es coherente con el hecho de que

la información en la Web está incompleta.

Bibliografía

Franz Baader, Ian Horrocks, Ulrike Sattler: Description Logics. Handbook on Ontologies 2004: 3-28

Capítulo 2 Description Logics Handbook: Theory, Implementation, and Applications. Editores Franz Baader and Diego Calvanese and Deborah L. McGuinness and Daniele Nardi and Peter F. Patel-Schneider. 2003.

Pascal Hitzler, Markus Krötzsch, Sebastian Rudolph: Foundations of Semantic Web Technologies, Chapman & Hall/CRC, 2009.

Instalar: http://protege.stanford.edu/