Bioacústica

Análisis de señales acústicas para su aplicación en ciencias biológicas

Lucía Ziegler
lucia.ziegler@gmail.com

Martín Rocamora
rocamora@fing.edu.uy

Programa de Formación de las Ciencias Básicas
PEDECIBA

UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Julio 16, 2021

Agenda

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

1. **Análisis de Fourier**

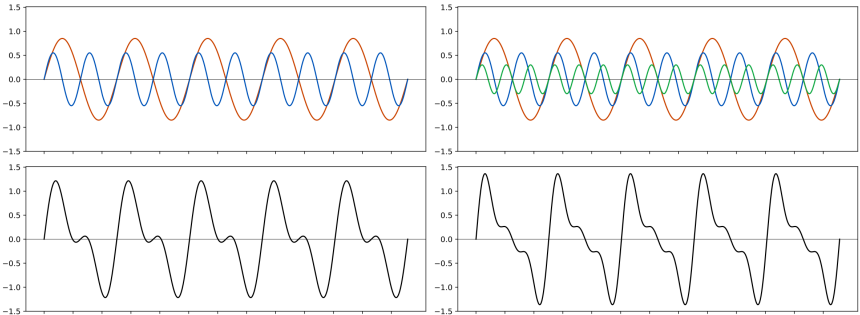
2. **Transformada de Fourier Discreta**

3. **Análisis espectral de señales**

Agenda

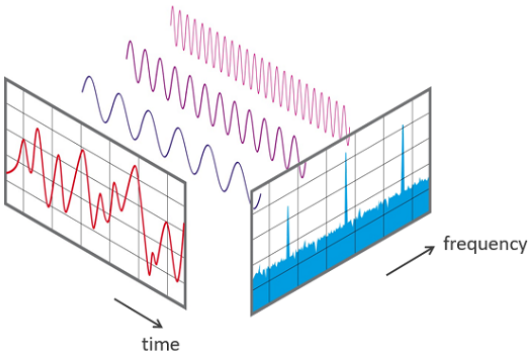
UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

Análisis de Fourier



Superposición de ondas sinusoides en relación armónica.

Análisis de Fourier



Análisis de Fourier: conjunto de técnicas matemáticas para descomponer una señal en sinusoides.

Análisis de Fourier

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

Fourier estudia la propagación del calor a principios de 1800, y plantea el uso de series trigonométricas para representar funciones periódicas.

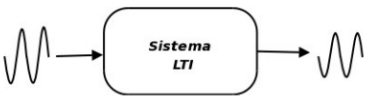
Presenta un artículo con la controversial afirmación de que cualquier señal continua periódica puede representarse como suma de sinusoides adecuadamente elegidas.

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830)

Análisis de Fourier

La respuesta de un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI) a una onda sinusoidal es también una onda sinusoidal de igual frecuencia, si bien puede tener distinta amplitud y fase.

El Análisis de Fourier junto al principio de superposición permiten caracterizar la respuesta en frecuencia de un sistema LTI.



Análisis de Fourier

Tipo de Transformada	Señal de ejemplo
Transformada de Fourier *señales continuas y no periódicas*	
Series de Fourier *señales continuas y periódicas*	
Transformada de Fourier de tiempo discreto *señales discretas y no periódicas*	
Transformada de Fourier Discreta *señales discretas y periódicas*	

Series de Fourier: una señal periódica $s(t)$ se puede escribir como la suma de una constante y una serie infinita de funciones seno y coseno:

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) \right]$$

$$\omega_n = n\,\omega_0 = \frac{2\pi n}{T}$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \cos(\omega_n t)\, \mathrm{d}t$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)\, \mathrm{d}t$$

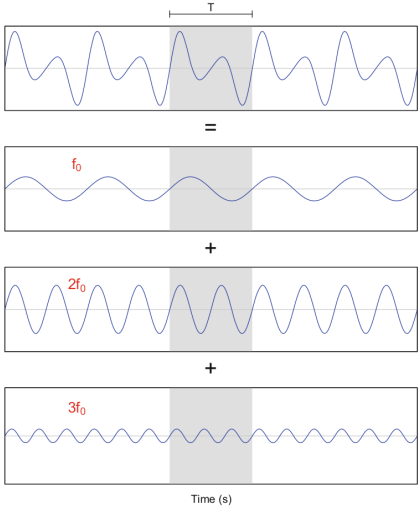
$$B_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \sin(\omega_n t)\, \mathrm{d}t$$

Análisis de Fourier

Se puede expresar de forma más compacta usando una sola serie de funciones coseno con un término de fase.

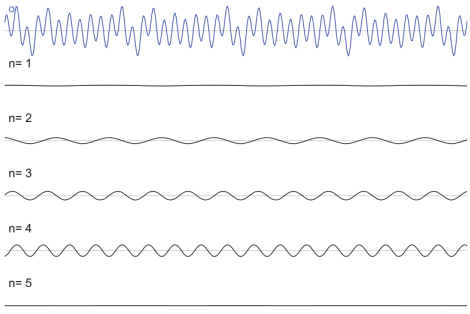
$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\omega_n t + \varphi_n)$$

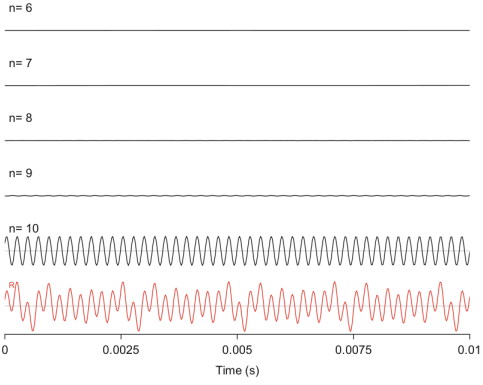
$$C_0 = A_0,$$
$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2},$$
$$\varphi = \tan^{-1}(B_n/A_n)$$



Análisis de Fourier

Señal original, descomposición en sinusoides y reconstrucción.





¿Preguntas?

Agenda

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

1. Análisis de Fourier

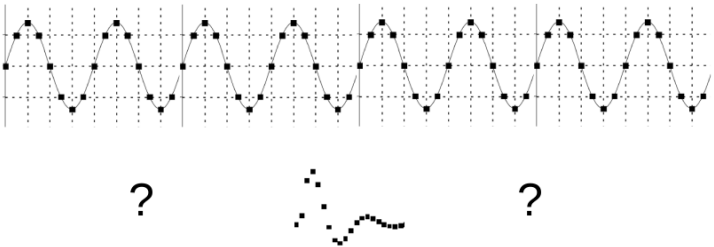
2. **Transformada de Fourier Discreta**

3. Análisis espectral de señales

Transformada de Fourier Discreta

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

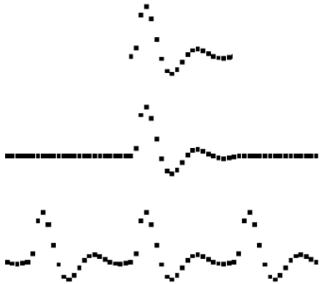
Las señales de audio digital son discretas y tienen duración finita. Pero las sinusoides están definidas entre $-\infty, \infty$. No es posible sintetizar una señal de duración finita mediante señales de duración infinita. ¿Cómo analizamos un conjunto de muestras finito?



Transformada de Fourier Discreta

La solución es hacer que la señal parezca infinita.

- Extendiendo con muestras nulas:
  señal discreta y no periódica (DTFT).
- Repitiendo las muestras reales:
  señal discreta y periódica (DFT).



Se necesitan infinitas sinusoides para sintetizar una señal no periódica. Pero las computadoras solo pueden trabajar con una cantidad finita por lo que en la práctica se utiliza la DFT.

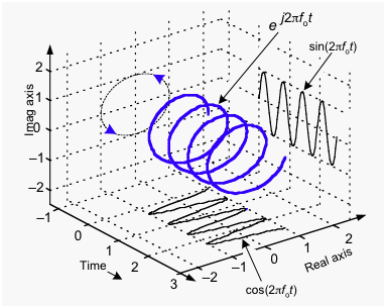
Transformada de Fourier Discreta

La Transformada de Fourier Discreta (DFT) de una señal $x[n]$ puede escribirse como

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-i\frac{2\pi k}{N}n}$$

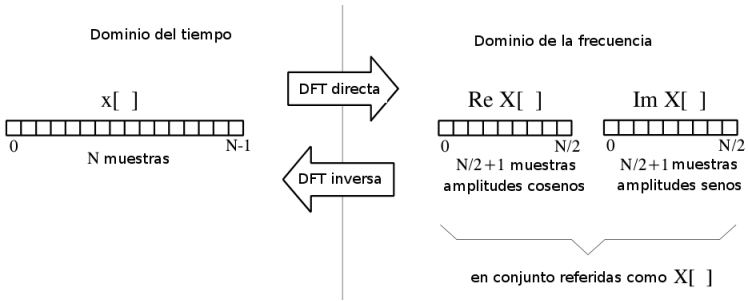
donde,

- $\omega_k = \frac{2\pi k}{N}$ con $k = 0, 1, \ldots, N-1$
- $i^2 = -1$ (unidad imaginaria i),
- $e^{iz} = \cos(z) + i\sin(z)$ (fórmula de Euler),
- y e es la base del logaritmo natural.



Transformada de Fourier Discreta

Existe también una versión real de la DFT, que utiliza números y álgebra real para el análisis.



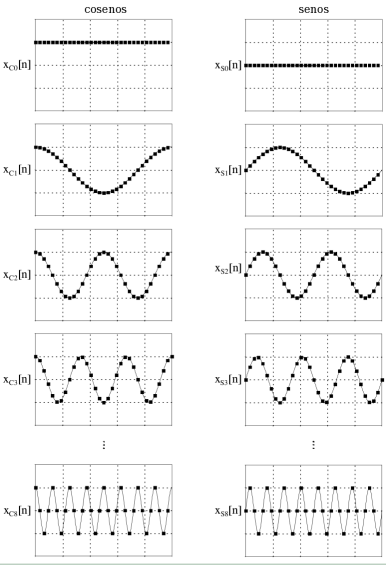
Transformada de Fourier Discreta

Las funciones seno y coseno usadas en la DFT se denominan funciones base.

$$c_k[n] = \cos(\frac{2\pi k}{N} n)$$

$$s_k[n] = \sin(\frac{2\pi k}{N} n)$$

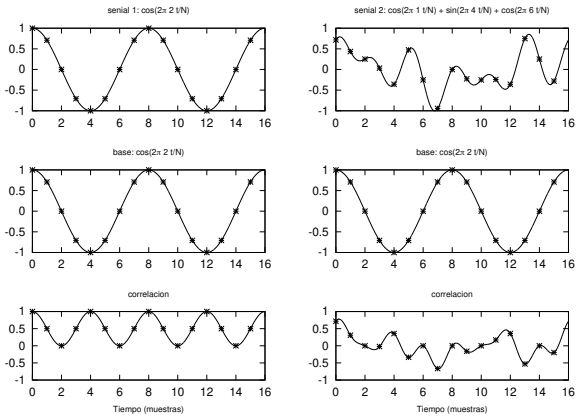
- k determina la frecuencia, es la cantidad de ciclos completos que entran en N muestras.
- La DFT devuelve las amplitudes normalizadas de las componentes de la señal analizada.
- Si se multiplican estas amplitudes por las funciones base, se obtienen sinusoides escaladas que al sumarse reconstruyen la señal original.



Transformada de Fourier Discreta

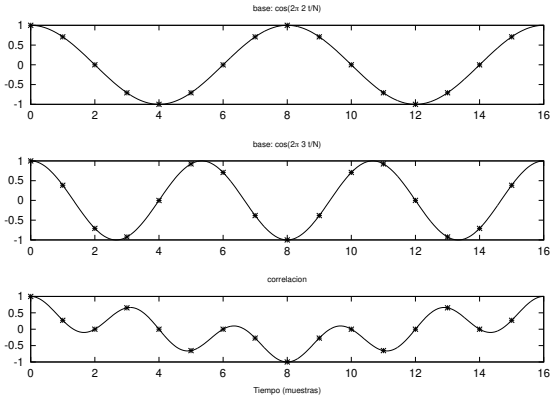
Cálculo de la DFT por correlación:
detectar una señal conocida en otra señal.

- Permite comparar dos señales indicando cuan similares son.
- El proceso consiste en multiplicar las señales punto a punto y sumar todos los valores resultantes.
- En el primer caso las señales coinciden. La correlación es máxima.
- En el segundo caso la sinusoide no está presente en la señal analizada. La correlación es nula.



Transformada de Fourier Discreta

- Las funciones base deben estar completamente no correlacionadas: base ortogonal.
- Si se multiplican dos funciones base y se suman los valores resultantes el resultado debe ser cero.



¿Preguntas?

Actividad

Verificar que dos funciones base distintas tienen correlación nula.

Verificar que la correlación de una función base consigo misma es máxima.

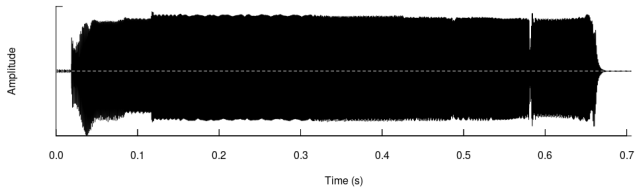
Verificar que la correlación es nula cuando el componente sinusoidal no está en la señal.

Agenda

Análisis espectral de señales

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

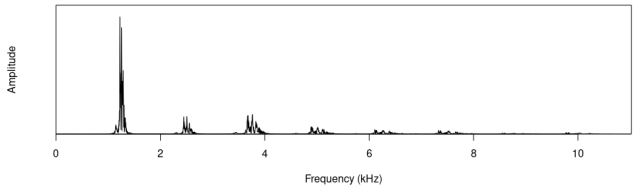
```r
# importar biblioteca seewave
library(seewave)
library(tuneR)

# cargar Wave Object tico
data(peewit)
peewit

# graficar oscilograma
oscillo(peewit)

# escribir archivo de audio
writeWave(object=peewit,
          filename="peewit.wav")
```



Análisis espectral de señales

La función spec del paquete seewave permite calcular y graficar el espectro.

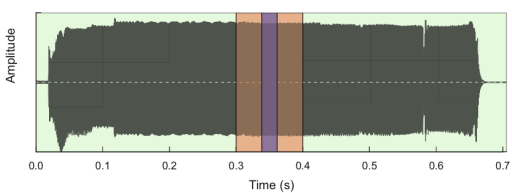
```
# importar biblioteca seewave
library(seewave)

# cargar Wave Object tico
data(peewit)

# calcular y graficar espectro
fspec <- spec(peewit)

# en decibeles
spec(peewit, dB="max0")
```

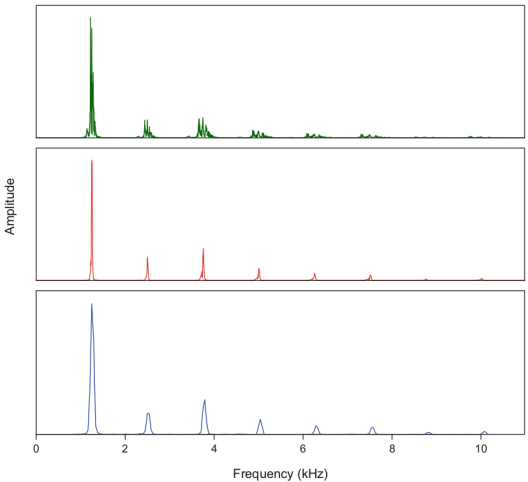


Análisis espectral de señales

Determinar el intervalo de tiempo analizado.

```
# análisis de toda la señal
fspec1 <- spec(peewit)

# selección de un intervalo
fspec2 <- spec(peewit, from=0.3, to=0.4)

# ubicar centro del archivo
center <- round(duration(peewit)/2, 2)
# ventana de 512 muestras en el centro
spec(peewit, wl=512, at=center)
```





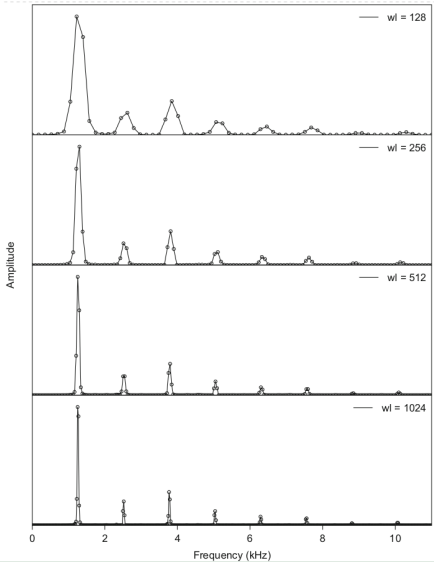
Análisis espectral de señales

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

Resolución en frecuencia

- La DFT de una señal de N muestras devuelve N puntos en frecuencia.
- La resolución en frecuencia es $\Delta f = \frac{fs}{N}$

```
# ventana de 128 muestras
spec(peewit, wl=128, at=center)

# ventana de 128 muestras
spec(peewit, wl=256, at=center)

# ventana de 512 muestras
spec(peewit, wl=512, at=center)

# ventana de 1024 muestras
spec(peewit, wl=1024, at=center)
```



Análisis espectral de señales

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

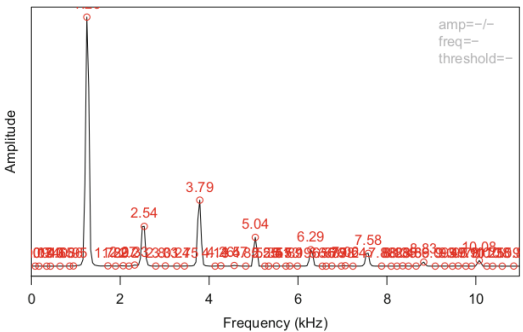
			Sampling frequency f_s (Hz)			
			11,025	22,050	44,100	98,000
DFT size wl (samples)	128	Δ_f (Hz)	86.13	172.27	344.53	750
		Δ_t (ms)	11.61	5.8	2.9	1.33
	256	Δ_f (Hz)	43.07	86.13	172.27	375
		Δ_t (ms)	23.22	11.61	5.8	2.67
	512	Δ_f (Hz)	21.53	43.07	86.13	187.5
		Δ_t (ms)	46.44	23.22	11.61	5.33
	1024	Δ_f (Hz)	10.77	21.53	43.07	93.75
		Δ_t (ms)	92.88	46.44	23.22	10.67

Análisis espectral de señales

Detección de picos espectrales

- usando la función `fpeaks`

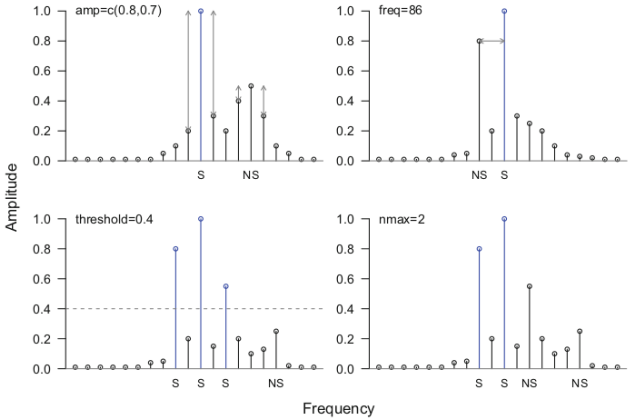
```
library(seewave)
data(peewit)

# calcular espectro
center <- round(duration(peewit)/2, 2)
fspec <- spec(peewit, wl=512, at=center)

# detección de picos
fp <- fpeaks(fspec)

class(fp)
dim(fp)
head(fp)
```



Análisis espectral de señales

Argumentos de `fpeaks`

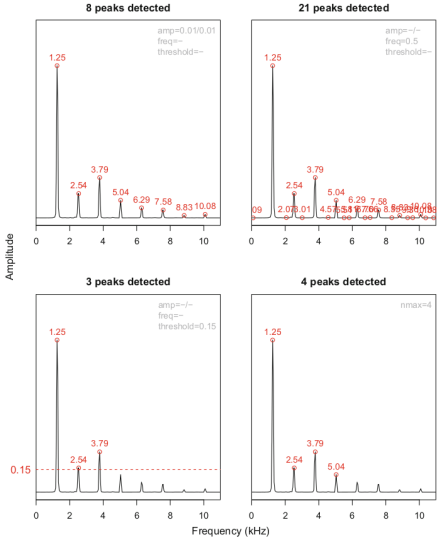
- amp: mínimo incremento de amplitud respecto a muestras adyacentes
- freq: diferencia de frecuencia mínima entre picos sucesivos
- threshold: umbral de amplitud para descartar picos por debajo
- nmax: número máximo de picos seleccionados según incremento de amplitud



Análisis espectral de señales

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

```
# incremento de amplitud
fpeaks(fspec, amp=c(0.01,0.01))

# frecuencia entre picos sucesivos
fpeaks(fspec, freq=500)

# umbral de amplitud
fpeaks(fspec, threshold=0.15)

# cantidad de picos
fpeaks(fspec, nmax=4)
```



¿Preguntas?

Actividad

Ajustando los parámetros de `fpeaks` identificar la frecuencia dominante.

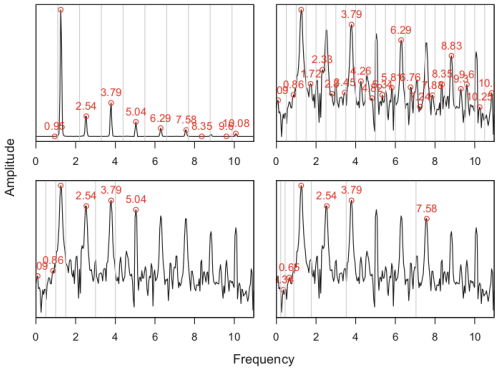
¿Ajustando los parámetros de `fpeaks` identificar los 8 picos más prominentes?

¿Qué dificultades se pueden presentar en otro tipo de señales?

Análisis espectral de señales

Identificar picos en bandas de frecuencia específicas usando `localpeaks`.

```
# picos locales en 10 bandas
localpeaks(fspec)

# picos locales en bandas de 500 Hz
localpeaks(fspec.dB,
           bands=seq(0,11.025,by=0.5))

# picos locales en bandas iregulares
localpeaks(fspec.dB,
           bands=c(0,0.5,1,1.5,3,4,11.025

# picos locales en bandas de octava
localpeaks(fspec.dB,
           bands=octaves(440, below=1, above=5)/1000)
```

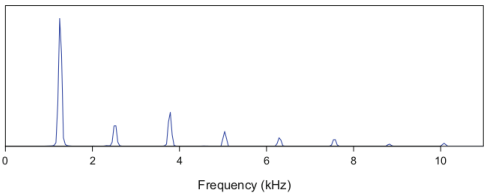


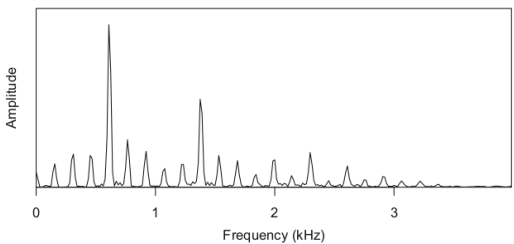
Análisis espectral de señales

Detección de frecuencia fundamental

- Su amplitud puede ser baja debido a los resonadores que amplifican los armónicos.
- Más difícil de implementar y requiere análisis de todo el espectro.

```
library(seewave)

# oveja
data(sheep)
sheep

# espectro
spec(sheep, at=1)

# frecuencia fundamental
fund(sheep, at=1, plot=FALSE)
```





Actividad

Comparar la frecuencia dominante y la frecuencia fundamental para `sheep` y `peewit`.

¿Preguntas?

Referencias


J. Sueur, *Sound analysis and synthesis with R*.
Springer, 2018.


S. W. Smith, *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*.
California Technical Publishing, 1997.