Matemática Discreta 1, Curso 2021

Debido a que en otras ediciones del curso se utilizaron otras definiciones en el tema de teoría de grafos que difieren al del libro de Grimaldi, a continuación mencionamos algunas definiciones y convenciones que serán utilizadas en nuestro curso.

Algunas definiciones que utilizaremos en nuestro curso:

Un *camino trivial* es un camino que consiste de un único vértice y sin aristas (i.e. tiene longitud 0) y no se considera ni abierto ni cerrado.

Si el camino no es trivial entonces es abierto si el vértice inicial es diferente del final y cerrado en caso contrario.

Para grafos simples (sin loops ni aristas múltiples) adoptamos las siguientes definiciones para tipos especiales de caminos:

- Recorrido = abierto y no repite aristas;
- Circuito = cerrado y no repite aristas;
- Camino simple = abierto y no repite vértices;
- Ciclo = cerrado y no repite vértices salvo el inicial y final.

Entonces el camino trivial, como no es abierto ni cerrado no sería de ninguno de esos cuatro tipos.

Si el grafo es un multigrafo (tiene aristas múltiples) entonces las definiciones anteriores cambian un poco. Por ejemplo donde dice "no repite aristas" debe decir que "cada arista e puede aparecer a lo sumo m(e) veces, donde m(e) indica la multiplicidad de la arista en el grafo".

También a la hora de contar los caminos simples de largo n en un grafo, debemos tener en cuenta la dirección del mismo. Por ejemplo el grafo P_n tiene dos caminos simples de largo $n-1$ (asumo $n > 1$). Si queremos contar cuántos caminos simples de largo $n-1$, sin importar la dirección, tiene un grafo G entonces debemos pedir que cuenten cuántas copias de P_n tiene G, o siendo más específicos, cuántos subgrafos isomorfos a P_n posee el grafo G.

Lo mismo con ciclos. En un ciclo importa tanto la orientación como el vértice inicial. Por ejemplo C_n posee $2n$ ciclos de largo n (asumo $n > 2$). Si queremos pedir que cuenten cuantos ciclos de largo n posee un grafo G sin importar donde empieza ni el sentido del mismo debemos pedir que cuenten cuantas copias de C_n posee el grafo G (o equivalentemente, cuantos subgrafos isomorfos a C_n tiene G).

Si bien grafos dirigidos aparecieron en el tema de relaciones, en la parte de Teoría de grafos todos los grafos que consideraremos en el curso serán no dirigidos.