Fundamentos de Programación Entera

Prueba final - 31/05/2016

1. Dadas las formulaciones P_1, P_2 y P_3 para el problema $z = \max\{c^\tau x : x \in X \subseteq \mathbb{Z}^n\}$, donde $X = P_i \cap \mathbb{Z}^n$, con $i = 1, 2, 3$. Se sabe que P_3 es una mejor formulación que P_2 y que P_2 es una mejor formulación que P_1. Sean $z_i^{LP} = \max\{c^\tau x : x \in P_i\}$, con $i = 1, 2, 3$, los valores óptimos de las respectivas relajaciones a programación lineal.

   (a) Comparar los conjuntos factibles del problema y de las tres relajaciones a programación lineal.

   (b) Comparar los valores óptimos del problema y de las tres relajaciones a programación lineal.

   (c) Comparar los valores óptimos del problema y de las tres relajaciones a programación lineal, si $P_2 = conv(X)$.

   (d) Sea x^* una solución óptima de la relajación en P_3, si $x^* \in X$ que se puede afirmar de x^* en relación al problema.

2. Sobre resolución eficiente de problemas

   (a) Establecer por que las matrices totalmente unimodulares son relevantes en programación entera.

   (b) Indicar problemas de programación entera con matrices totalmente unimodulares.

   (c) Dado el problema del árbol de expansión de costo mínimo. Sean P_{sub} y P_{cut} los conjuntos factibles correspondientes a las relajaciones lineales de las formulaciones *subtour* y *cutset*, respectivamente.

      i. Comparar los conjuntos factibles de ambas formulaciones.

      ii. ¿Se cumple para alguna de las formulaciones la propiedad de existencia de casco convexo explícito?

      iii. ¿Se conoce algoritmo de resolución eficiente para el problema?

3. Dado el problema de programación entera

$$z = \max\{c(x) : x \in X\}.$$

   (a) Definir las cotas primal y dual del valor óptimo z
   (b) Establecer como se puede obtener una cota primal.
   (c) Establecer como se puede obtener una cota dual.
   (d) Indicar como se pueden usar las cotas para establecer condiciones de optimalidad.

4. Sobre complejidad computacional

   (a) Definir la clase de problemas $\mathcal{NP}$.
   (b) Dados los problemas P y Q pertenecientes a $\mathcal{NP}$, establecer cuando es que P es polinomialmente reducible a Q.
   (c) Definir la clase de problemas $\mathcal{NP} - completo$.
   (d) Clasificar, según clases de complejidad, los problemas de optimización: (1) mochilero, (2) asignación, (3) flujo en red, (4) vendedor viajero, (5) determinación de lotes no-capacitada, (6) transporte, (7) árbol de Steiner, (8) árbol de expansión minimal, (9) camino más corto, (10) cobertura, (11) localización de instalación no-capacitada, y (12) flujo máximo.

5. Sea el conjunto factible $X = P \cap \mathbb{Z}^2$ con formulación

$$P = \{x : 2x_1 + x_2 \leq 4, 2x_1 + 3x_2 \leq 6, x \geq 0\}.$$

   (a) Establecer su casco convexo.
   (b) Generar inecuación válida mediante procedimiento de Chvátal-Gomory con parámetro $u = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$.