

# PROYECTO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

*Efectos elásticos y acustoelásticos en piezas de madera  
aserrada de tamaño estructural:*

*Caracterización de Pinus Elliottii de origen uruguayo*



*Autores: Enrique Briano<sup>a</sup>, Franko Rodríguez<sup>a</sup>*

*Tutores: Leandro Domenech<sup>a</sup>, Agustin Spalvier<sup>a</sup>*

*<sup>a</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay*

Diciembre, 2021

## TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN .....	4
1. INTRODUCCIÓN .....	4
1.1. Antecedentes .....	4
1.2. Objetivos .....	5
2. MATERIALES Y MÉTODOS .....	6
2.1. Materiales .....	6
2.2. Instrumentación .....	6
2.2.1. Herraje y prensa .....	6
2.2.2. Medición de deformaciones .....	7
2.2.3. Medición de propagación de ondas de ultrasonido .....	8
2.3. Metodología .....	8
2.3.1. Ensayos .....	8
2.3.2. Procesamiento de Datos .....	10
2.3.2.1. Probetas ensayadas .....	10
2.3.2.2. Probeta Testigo .....	11
2.3.2.3. Cálculo de $\beta$ y relación con $K$ .....	11
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	12
3.1. Módulo de Elasticidad cuasi-estático vs. Tensión .....	12
3.2. Módulo de elasticidad dinámico vs. Tensión .....	13
3.2.1. Análisis de probetas 1 y 2 .....	15
3.2.2. Análisis de probeta 3 .....	15
3.3. Comparación entre módulos cuasi-estáticos y dinámicos .....	16
3.4. Análisis estadístico .....	18
3.5. Valores obtenidos de $\beta$ , $K$ y comparación con otros materiales .....	19
4. CONCLUSIONES .....	20
5. AGRADECIMIENTOS .....	21
6. BIBLIOGRAFÍA .....	22
7. APÉNDICE 1: Relación entre $\beta$ y $K$ .....	23
8. APÉNDICE 2: Memoria de herraje .....	24
9. APÉNDICE 3: Plano de herraje .....	46

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: a) Dispositivo previo a ensayo, b) Configuración de pernos y esquema de fuerzas para tracción, c) Ídem a b) para compresión..	7
Figura 2: Galgas extensométricas, ubicación e instalación en la probeta. ....	7
Figura 3: Esquema de ensayo.....	9
Figura 4: Esquema de ensayo montado en laboratorio. Durante un ensayo. ....	9
Figura 5: Tiempo de referencia de la primera lectura del ensayo con la probeta descargada.....	10
Figura 6: Diagrama Tensión vs Deformación Probeta 1, a) Tracción, b) Compresión. ....	12
Figura 7: Diagrama Tensión vs Deformación Probeta 2, a) Tracción, b) Compresión. ....	12
Figura 8: Diagrama Tensión vs Deformación Probeta 3, a) Tracción, b) Compresión. ....	13
Figura 9: Probeta 1 - Módulo Edin (GPa) vs Tensión (MPa).....	13
Figura 10: Probeta 2 - Módulo Edin (GPa) vs Tensión (MPa).....	14
Figura 11: Probeta 3 - Módulo Edin (GPa) vs Tensión (MPa).....	14
Figura 12: Tercer pico en tracción Ciclo 1: a) Probeta 1, b) Probeta 2, c) Probeta 3. ....	15
Figura 13: Tercer pico en tracción Ciclo 2: a) Probeta 1, b) Probeta 2, c) Probeta 3. ....	16
Figura 14: Tercer pico en tracción Ciclo 3: a) Probeta 1, b) Probeta 2, c) Probeta 3. ....	16

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Características de las probetas. ....	6
Tabla 2: TOF y velocidad de propagación medidas con PPL. ....	8
Tabla 3: Módulos de elasticidad cuasi-estáticos y dinámicos en la Probeta 1 (GPa). ....	17
Tabla 4: Módulos de elasticidad cuasi-estáticos y dinámicos en la Probeta 2 (GPa). ....	17
Tabla 5: Módulos de elasticidad cuasi-estáticos y dinámicos en la Probeta 3 (GPa). ....	17
Tabla 6: Resultados ANOVA. ....	18
Tabla 7: Valores de coeficientes $\beta$ y K, Pinus Elliottii y otros materiales.....	19

## RESUMEN

Una de las principales funciones estructurales de la madera es resistir tensiones axiales, donde su comportamiento está determinado por su módulo de elasticidad longitudinal paralelo a la fibra. Estudios sugieren que dicho módulo es diferente para la madera en tracción que en compresión. Sin embargo, existen pocos trabajos de investigación que aborden esta hipótesis en madera aserrada de tamaño estructural. Para contribuir en esta brecha de conocimiento, nos proponemos la caracterización del *Pinus Elliottii* de procedencia uruguaya por medio de ensayos cuasi-estáticos y de ultrasonido en piezas de madera aserrada de sección rectangular de 150x50 mm<sup>2</sup> y 700 mm de largo. Se aplican tensiones de compresión y tracción paralelas a la fibra, se miden deformaciones y cambios en la velocidad de propagación longitudinal. Se obtiene la relación entre los módulos cuasi-estáticos de tracción ( $E_{t0}$ ) y de compresión ( $E_{c0}$ ) paralelos a la fibra, esta relación varía entre 0,993 y 1,106, con una media de 1,043. Se verifica por medio de un test de hipótesis que el valor de los módulos difiere entre sí. Para cuantificar el comportamiento acustoelástico se define una constante elástica no-lineal  $\beta$ , para esta especie los valores obtenidos varían entre 0,75 y 1,63. Se observa un incremento en el módulo de elasticidad dinámico  $E_{din} = \rho v^2$  cuando se incrementan las tensiones de tracción, y una disminución cuando se incrementan las de compresión. Se analiza la relación entre  $\beta$  y otras constantes acustoelásticas definidas por otros autores. Se observa que los valores  $\beta$  obtenidos para el *Pinus Elliottii* son comparables con los obtenidos para el Acero y el Aluminio, no así con el Hormigón.

**Palabras clave:** Ultrasonido - Acustoelasticidad - Módulo de Elasticidad Dinámico - Ensayos no destructivos - Madera Aserrada

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Antecedentes

El uso de la madera como material de construcción, tanto a nivel estructural como arquitectónico, ha sido un gran avance tecnológico para la humanidad, ya que permite proporcionar soporte y cobertura a un amplio espectro de edificaciones. Hoy en día, el desarrollo de la tecnología permite profundizar en detalle los fenómenos que gobiernan la mecánica de este material.

Desde el punto de vista mecánico la madera es un material ortótropo, lo que implica que se necesitan 9 constantes elásticas para describir su comportamiento mecánico. Esto lo convierte en un material en que su comportamiento varía según la dirección en la cual se lo considere. En la madera, se consideran 3 direcciones principales perpendiculares entre sí, longitudinal al tronco del árbol (L), radial al tronco (R) y tangencial a los anillos de crecimiento (T, ortogonal a L y R).

La gran cantidad de especies aptas para la construcción y el hecho de ser un material natural, hacen que la variabilidad en los parámetros elásticos dependa de la historia de vida del árbol y de su genética; estas características repercuten en su estructura orgánica. Todas estas consideraciones hacen de la madera un material complejo en lo que respecta a su comportamiento, pero su adecuada resistencia respecto a su peso, su facilidad de obtención, su baja huella de carbono, entre otras bondades, lo convierten en un material atractivo para su utilización.

Desde el punto de vista mecánico, la madera tiene una elevada resistencia a la compresión y a la tracción paralela a la fibra, estas propiedades son importantes en una gran cantidad de elementos estructurales como son tirantes, pilares, vigas, entre otros. Los módulos de elasticidad a compresión y a tracción paralelos a la fibra,  $E_{c0}$  y  $E_{t0}$  respectivamente, son parámetros que en la práctica se unifican por medio de un valor “aparente” [1]. Por medio de ensayos de carga cuasi-estáticos es posible calcular  $E_{c,0}$  y  $E_{t,0}$ , esto es relacionando la deformación y la tensión que está soportando el espécimen utilizando la ley de Hooke,  $\sigma(\epsilon) = E \cdot \epsilon$ , tanto en tracción como en compresión.

En la madera libre de defectos, varios autores [1-3] han observado que  $E_{t,0}$  es mayor a  $E_{c,0}$ . Baño Gomez et al. [2] ensayaron piezas de madera libres de defectos de *Pinus Sylvestris* de origen español, se registran relaciones  $E_{t,0}/E_{c,0}$  de 1,2. Se observa por parte de estos autores la influencia de esta relación en la variación de tensiones y deformaciones en una viga modelada con elementos finitos.

Los diferentes métodos para el estudio de las propiedades mecánicas de los materiales constituyen un campo en sí mismo. Los ensayos no destructivos o “NDT” (*Non-Destructive Testing*) revisten especial interés ya que no afectan las propiedades mecánicas del elemento en estudio, teniendo como gran ventaja el poder ser usados en estructuras en servicio.

Dentro de los NDT, el estudio de la propagación de ondas de ultrasonido es una técnica ampliamente usada desde hace varias décadas [4]. Consiste en el estudio de la velocidad de propagación de una onda mecánica que viaja por el material; este parámetro está asociado a la vibración de las partículas que componen al mismo y por ende es una propiedad característica del material. Mediante esta técnica es posible caracterizar el material, ya sea con fines de investigación en laboratorio o en elementos en servicio en estructuras reales.

El módulo de elasticidad dinámico se obtiene de la expresión para el cálculo de la velocidad de propagación de ondas longitudinales en barras elásticas [4]

$$v = \sqrt{\frac{E_{din}}{\rho_0}}, \quad (1)$$

donde  $v$  es la velocidad de propagación obtenida por ultrasonido, a  $E_{din}$  se lo define como el módulo de elasticidad dinámico y  $\rho_0$  es la densidad del material, despejando obtiene que

$$E_{din} = \rho_0 v^2. \quad (2)$$

La acustoelasticidad es un fenómeno que consiste en el cambio en la velocidad de propagación de ondas de ultrasonido con respecto al estado tensional de la pieza [5]. Es un fenómeno que está íntimamente relacionado con la no-linealidad del material [6]. Para una barra bajo tensiones axiales, la relación entre tensiones ( $\sigma$ ) y deformaciones ( $\varepsilon$ ) se puede modelar como la ecuación de una parábola [6, 7]

$$\sigma(\varepsilon) = E_0(1 + \beta\varepsilon)\varepsilon, \quad (3)$$

donde  $\beta$  es una constante no-lineal elástica y  $E_0$  es el módulo de elasticidad del material “descargado” o indeformado. Cabe acotar, que esta expresión se puede desarrollar para mayores ordenes, incorporando más constantes no-lineales. Se considera a  $\beta$  como una medida del fenómeno de acustoelasticidad.

Varios autores [8-13] utilizan otra forma de cuantificar el fenómeno acustoelástico, esto es definiendo una constante de acustoelasticidad “ $K$ ”, esta relaciona las tensiones axiales con el cambio de velocidad de propagación de la siguiente forma

$$K\sigma = (V - V_0)/V_0, \quad (4)$$

donde  $V$  es la velocidad de propagación de la probeta bajo tensiones y  $V_0$  es la velocidad de propagación en la probeta indeformada.

## 1.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es la caracterización elástica y acustoelástica de la especie *Pinus Elliottii* de origen uruguayo, en piezas de madera aserrada de tamaño estructural (no libres de defectos).

Para lograr esto, por un lado, se calculan los módulos  $E_{t0}$  y  $E_{c0}$  con ensayos cuasi-estáticos y la relación entre ambos. Por el otro, se estudian los cambios en la velocidad de propagación longitudinal (dirección “L” paralela a la fibra), en probetas ensayadas a tensiones axiales en compresión y tracción. Se calculan los módulos de elasticidad dinámicos y la relación entre ellos. Se cuantifican los fenómenos acustoelásticos por medio de la constante  $\beta$  y se deduce su relación con  $K$ , se comparan valores de estos coeficientes con otros materiales.

Adicionalmente para el ensayo de las probetas en prensa, se diseña y construye un dispositivo metálico desmontable, capaz de traccionar o comprimir la probeta intercambiando la vinculación entre sus piezas. A su vez, su diseño permite emitir pulsos de ultrasonido en la dirección de aplicación de tensiones, colocando los transductores de ultrasonido en las testas<sup>1</sup> de la pieza. La combinación de esto último junto con el ensayo de especímenes de tamaño estructural son elementos que no han sido encontrados en la bibliografía. Este es el primer análisis de este tipo para la especie de madera en estudio.

<sup>1</sup> La testa es la sección transversal extrema de una barra prismática de madera aserrada.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1. Materiales

Se ensayaron probetas de sección rectangular de 150x50 mm<sup>2</sup> y 700 mm de largo, compuestas de *Pinus Elliottii* de procedencia uruguaya. Las probetas fueron cortadas con sierra mecánica de tablones de 6 m de largo, estos fueron clasificados visualmente con la categoría EC1 según la normativa nacional [14], esta clasificación se asocia a la clase resistente C14 europea [15].

A cada probeta se le realizaron 4 perforaciones de 12 mm para montaje en el herraje (ver 2.2.1). Se prepararon 4 probetas, 3 para ser ensayadas y una para control de condiciones ambientales (probeta testigo). En la Tabla 1 se muestra un resumen de sus características.

Tabla 1: Características de las probetas.

	PROBETA 1	PROBETA 2	PROBETA 3	PROBETA TESTIGO
<b>L<sub>prom</sub> (mm)</b>	698	702	702	701
<b>a<sub>prom</sub> (mm)</b>	50	50	49	49
<b>h<sub>prom</sub> (mm)</b>	150	150	150	150
<b>Masa (g)</b>	2239	2631	2400	2381
<b>Densidad (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	431.5	498.6	462.2	462.1
<b>Humedad en probeta testigo (%) *</b>	13.6	13.7	12.4	-

\* Previo al ensayo de la probeta correspondiente.

### 2.2. Instrumentación

#### 2.2.1. Herraje y prensa

La prensa usada es marca Controls, modelo UTM 300KN. Se controló mediante un software (PC propia del equipo) el cual permite controlar la carga y velocidad de la misma. Este último valor se estableció de 150 N/s basado en la norma ASTM D198-15 [16].

Se diseñó y construyó un dispositivo metálico (denominado “herraje”) que permitiese transmitir las cargas de la prensa a la probeta en estudio. Este dispositivo permite la inversión de esfuerzos entre compresión y tracción intercambiando la vinculación entre sus piezas. Está compuesto por placas y angulares normalizados. Se diseña para una capacidad en servicio de 40 kN, su diseño fue basado en la norma AISC 360-16 [17]. En la Figura 1 se muestra al dispositivo con la probeta colocada y el esquema de fuerzas que surge de la configuración de pernos. En los apéndices de este documento se encuentran la memoria de cálculo (Apéndice 2) y el plano de diseño (Apéndice 3).

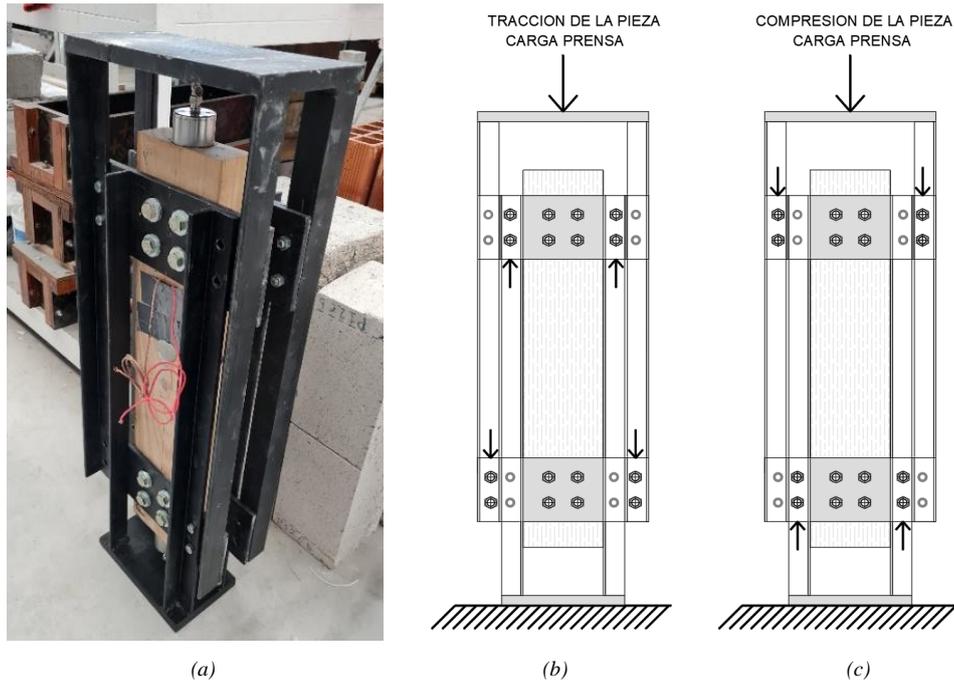


Figura 1: a) Dispositivo previo a ensayo, b) Configuración de pernos y esquema de fuerzas para tracción, c) Ídem a b) para compresión.

### 2.2.2. Medición de deformaciones

Se colocaron 2 galgas extensométricas lineales marca HBM (120  $\Omega$ ) por probeta a ensayar y probeta testigo, la disposición es mostrada en la Figura 2. El puente de Wheatstone usado es marca Micro-Measurements, modelo P3. La conexión entre las galgas y el puente se realizó mediante la configuración de 1/2 puente, vinculando las galgas de la probeta testigo con las de la probeta a ensayar para descontar efectos ambientales (configuración T-C).

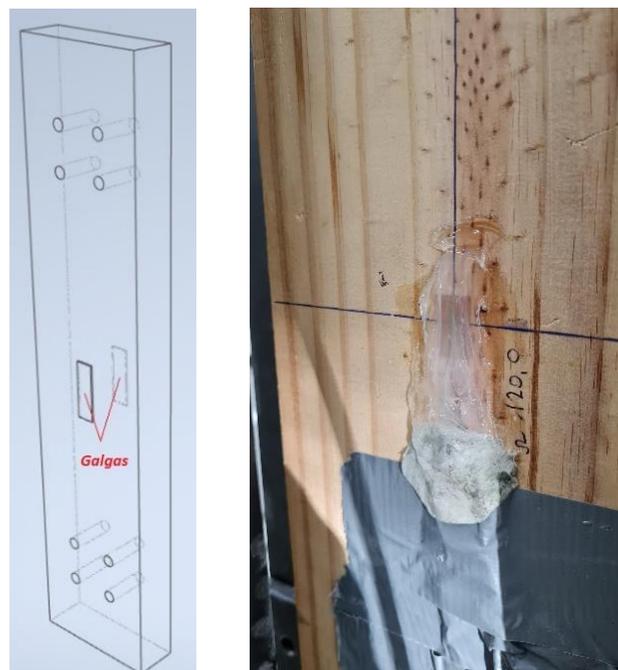


Figura 2: Galgas extensométricas, ubicación e instalación en la probeta.

### 2.2.3. Medición de propagación de ondas de ultrasonido

Para la generación de pulsos de ultrasonido se usó un generador de pulsos (UPV) marca Proceq, modelo Pundit Lab (PPL). Se usaron cuatro transductores de 54 kHz, dos se colocaron en las probetas a ensayar y dos se fijaron a la probeta testigo. Para el registro de las señales de los transductores se usó un Osciloscopio marca Siglent, modelo 1104 X-E conectado a una PC.

Se escribió un script en Python para la vinculación del osciloscopio y la PC. Luego, el procesamiento de datos experimentales se hizo en Matlab y Excel.

## 2.3. Metodología

### 2.3.1. Ensayos

Previo al montaje de la probeta en el herraje se midió el TOF<sup>2</sup> con el PPL, para esto se usó gel como acoplante<sup>3</sup>, los valores de TOF y velocidad de propagación son mostrados en la Tabla 2. Luego, se montó la probeta en el herraje y se fijaron los transductores a las testas. En este caso se usó un cemento de contacto instantáneo como acoplante debido a que se requirió rigidez en la unión transductor-testa.

Tabla 2: TOF y velocidad de propagación medidas con PPL.

	PROBETA 1	PROBETA 2	PROBETA 3
TOF ( $\mu$ s)	189.3	175.8	169.7
v (m/s)	3698	3982	4125

Se configuró al osciloscopio para el registro de señales con una resolución de 140000 datos, cada lectura es el promedio de 16 señales que el mismo equipo promedia. Para cada escalón de carga se tomaron 8 lecturas separadas por 2 segundos.

Se realizaron 3 ciclos de carga y descarga por probeta, tanto en compresión como en tracción. Cada ciclo de carga estuvo compuesto por escalones de 1 MPa de tensión (7.5 kN de fuerza en la prensa), se cargó hasta una tensión máxima de 5 MPa (37.5 kN). Por cada escalón de carga se registraron las lecturas de las galgas extensométricas y la fuerza de la prensa.

En la probeta testigo, se tomaron 8 lecturas antes y después del ensayo para ajuste de condiciones ambientales, además se midió la humedad de la madera con un higrómetro marca Gann Hydromette, modelo RTU 600.

La duración total del ensayo por probeta fue de aproximadamente 3 hs. Se ensayó primero a compresión y luego se cambió el orden de los pernos para ensayar a tracción (ver Figura 1). En la Figura 3 se muestra el esquema de ensayo utilizado, en la Figura 4 al esquema montado en laboratorio.

<sup>2</sup> El TOF (“Time Of Flight”) es el tiempo en el que una onda de ultrasonido recorre la distancia entre transductores, en este caso la probeta.

<sup>3</sup> El acoplante es el medio conductor entre la pieza y los transductores de ultrasonido, usualmente se usa cera, pegamentos, gel o vaselina.

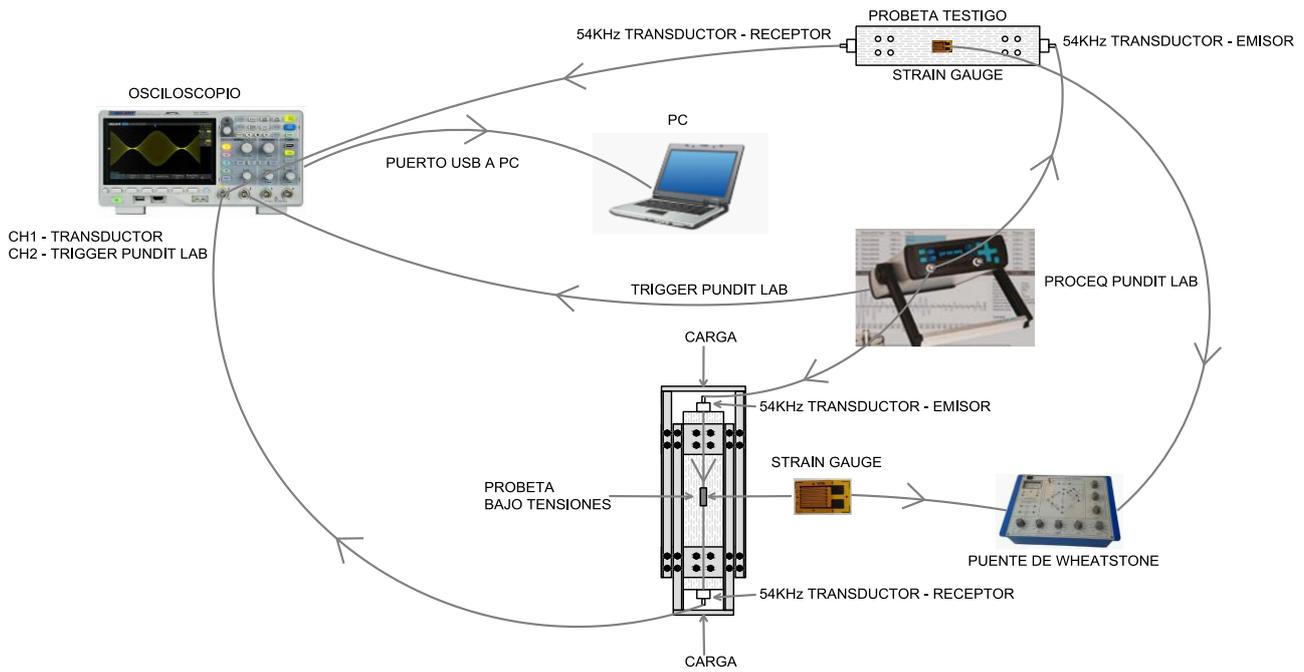


Figura 3: Esquema de ensayo.



Figura 4: Esquema de ensayo montado en laboratorio. Durante un ensayo.

## 2.3.2. Procesamiento de Datos

### 2.3.2.1. Probetas ensayadas

Para la obtención de la velocidad de propagación en las probetas ensayadas se calculó el TOF de cada lectura obtenido con el osciloscopio, la metodología empleada se presenta a continuación,

- 1- Se define un “tiempo de referencia” para todas las lecturas, que se corresponde con el primer corte con el eje Ox del gráfico *Amplitud vs Tiempo* de la misma. En la Figura 5 se indica gráficamente la obtención de este tiempo en la primera lectura del ensayo (probeta descargada), se define a este tiempo de referencia como  $t_{ref}^0$ , análogamente para cualquier lectura “i” el tiempo de referencia es  $t_{ref}^i$ .
- 2- A los TOF de la probeta descargada (ver Tabla 2) medidos con el PPL, se los llama  $t_p$ .
- 3- Se calcula el desfase ( $\Delta t$ ) entre el tiempo de referencia de la primera lectura con el TOF medido mediante el PPL, de modo que  $\Delta t = t_{ref}^0 - t_p$ .
- 4- Se resta  $\Delta t$  a todos los tiempos de referencia del ensayo, obtenido así el TOF de cada lectura, a este se lo define como  $t_i = t_{ref}^i - \Delta t$ .
- 5- Para cualquier  $t_i$ , se tiene que la velocidad de propagación es

$$v_i = L_i/t_i, \quad (5)$$

donde  $L_i$  es la longitud de la probeta ajustada por las deformaciones medidas por las galgas extensométricas.

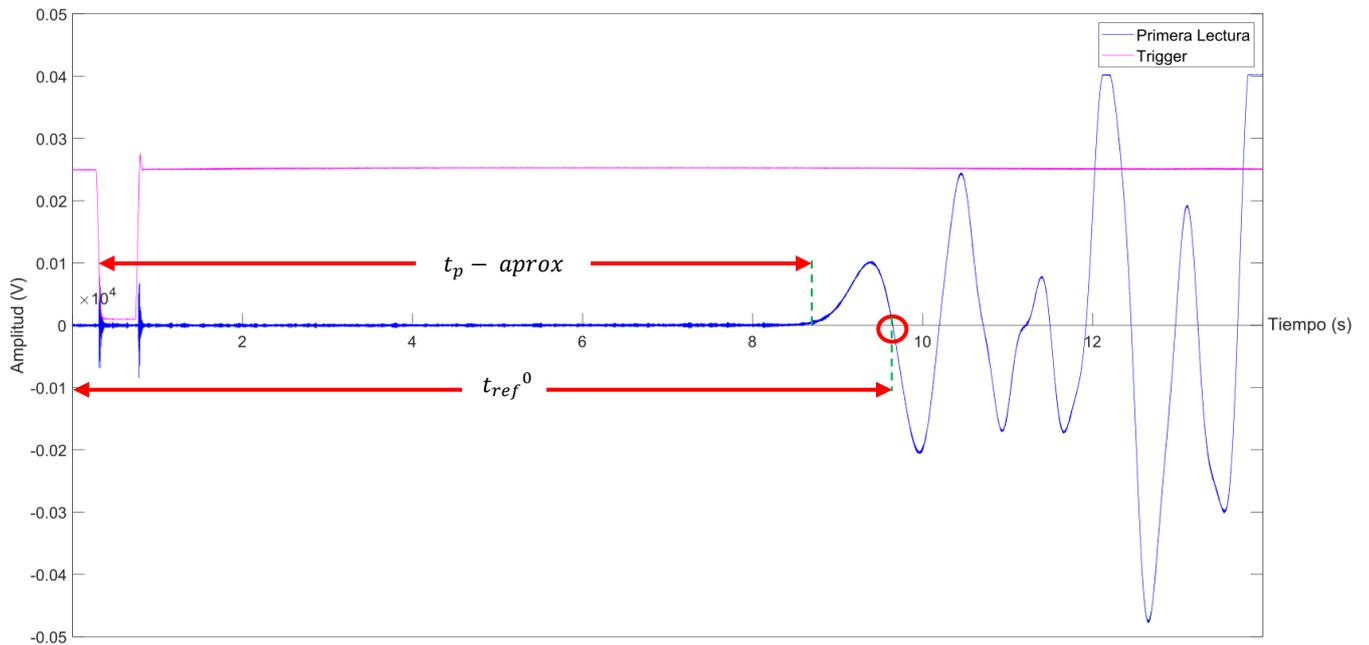


Figura 5: Tiempo de referencia de la primera lectura del ensayo con la probeta descargada.

Luego de calculados los  $v_i$  para cada lectura, los módulos de elasticidad dinámicos fueron calculados utilizando la expresión (2), se realizan gráficos de  $E_{din}$  vs *Tensión*.

Cabe aclarar una de las bases de este método es igualar al TOF de la primera lectura ( $t_0$ ) con la lectura del PPL ( $t_p$ ), de modo que

$$t_0 = t_{ref}^0 - \Delta t = t_{ref}^0 - (t_{ref}^0 - t_p) = t_p. \quad (6)$$

La otra es suponer que  $\Delta t$  se mantiene constante para todas las lecturas, esto es asumiendo que no se dan cambios de forma significativos en las mismas.

### 2.3.2.2. Probeta Testigo

Con el fin de reducir los errores inducidos por los cambios en las condiciones ambientales en el laboratorio durante el ensayo, se determinó la variación en el TOF en la probeta testigo durante el ensayo, esto es tomando lecturas antes y después del mismo. El análisis de estas lecturas se realizó de forma análoga al punto 2.3.2.1.

Se registraron cambios en el TOF de +0.14%, -0.11% y -0.12% en las probetas 1, 2 y 3, respectivamente. Esta variación que puede expresarse como " $\Delta_{TOF}$ " se adicionó de forma proporcional a cada  $t_i$  del ensayo, es decir, dado que cada ensayo tiene 32 escalones de carga se sumó el vector  $\left[ \frac{1}{32}\Delta_{TOF}, \frac{2}{32}\Delta_{TOF}, \dots, \frac{32}{32}\Delta_{TOF} \right]$  al conjunto de datos  $t_i$  obtenidos de cada escalón de carga.

### 2.3.2.3. Cálculo de $\beta$ y relación con $K$

Se define al módulo de elasticidad instantáneo  $E(\varepsilon)$  como la derivada de la ecuación (3) con respecto a  $\varepsilon$ , lo que resulta en

$$\frac{d\sigma(\varepsilon)}{d\varepsilon} = E(\varepsilon) = E_0(1 + 2\beta\varepsilon). \quad (7)$$

La ecuación (7) se iguala a la ecuación de una recta:  $C\varepsilon + E_0$ . Dicha recta se forma mediante una regresión lineal del conjunto de datos de  $E_{din}$  obtenido por ultrasonido vs  $\varepsilon$  obtenido por las galgas. Despejando se obtiene la constante no-lineal elástica  $\beta$  según se muestra a continuación,

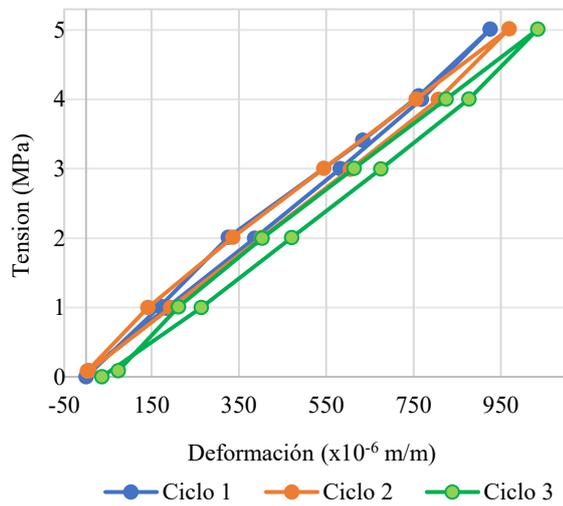
$$\begin{aligned} C\varepsilon + E_0 &= E_0(1 + 2\beta\varepsilon) = E_0 + 2E_0\beta\varepsilon \\ C &= 2E_0\beta \rightarrow \beta = C/(2E_0), \end{aligned} \quad (8)$$

se calculó un valor de  $\beta$  por cada escalón de carga. Con respecto a la relación entre  $\beta$  y  $K$ , tras realizar el análisis mostrado en el Apéndice 1 se arriba a que  $\beta = KE_0$ . Este es un resultado que permite evaluar los efectos acustoelásticos según los cambios relativos en la velocidad de propagación y por ende realizar comparaciones con valores obtenidos por otros autores. Las comparaciones realizadas son mostradas en la sección 3.5.

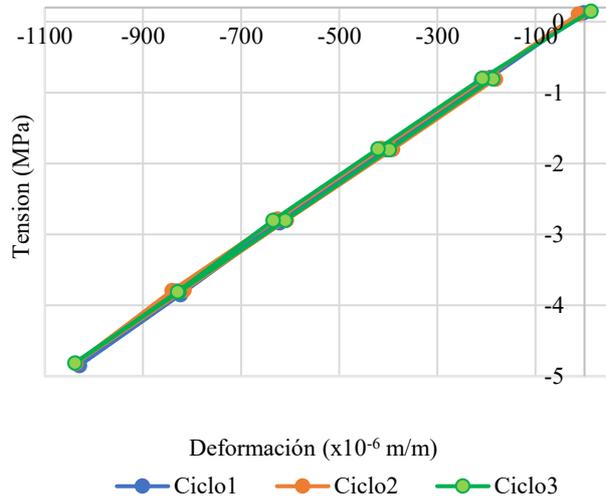
### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 3.1. Módulo de Elasticidad cuasi-estático vs. Tensión

En las Figuras 6, 7 y 8, se muestran los diagramas de *Tensión vs Deformación* de las tres probetas para los ciclos 1, 2 y 3, tanto en compresión como en tracción.

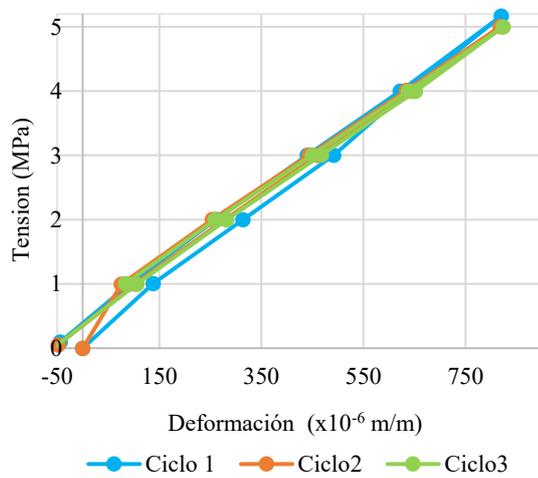


(a)

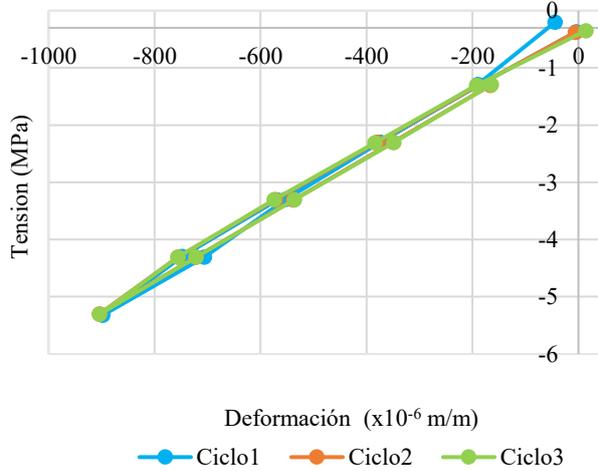


(b)

Figura 6: Diagrama Tensión vs Deformación Probeta 1, a) Tracción, b) Compresión.



(a)



(b)

Figura 7: Diagrama Tensión vs Deformación Probeta 2, a) Tracción, b) Compresión.

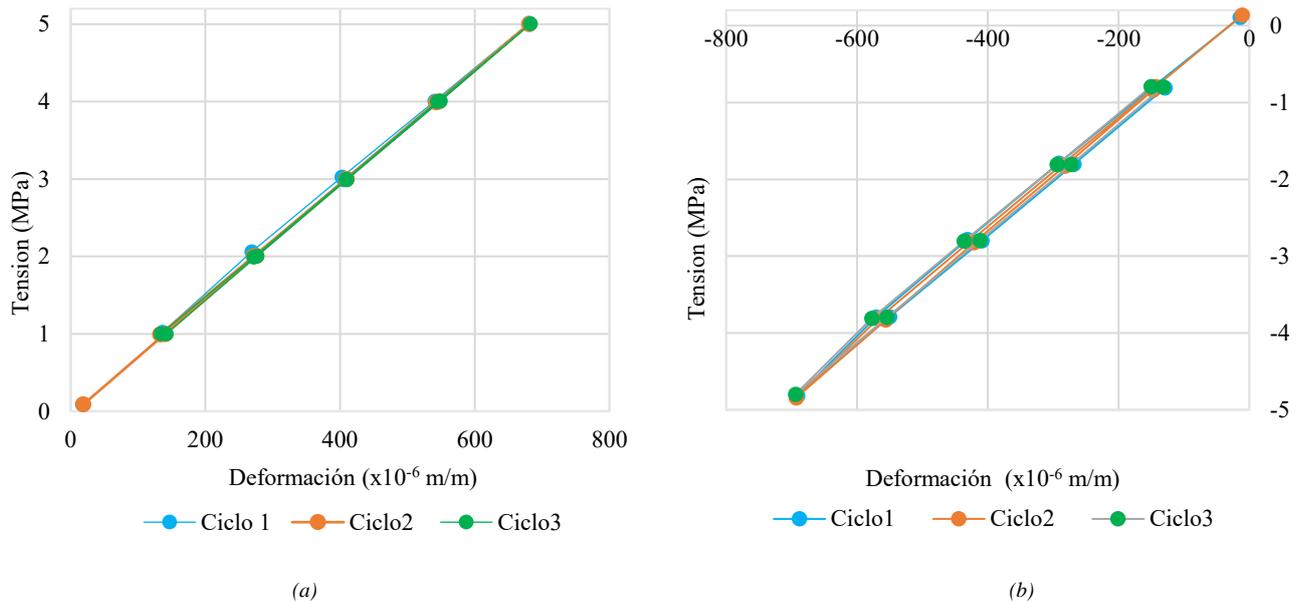


Figura 8: Diagrama Tensión vs Deformación Probeta 3, a) Tracción, b) Compresión.

Como se aprecia en los gráficos, la tensión y deformación presentan una relación lineal, esto es propio del rango de tensiones de trabajo. Es esperable que con la resolución de los instrumentos utilizados en el ensayo cuasi-estático, no sean apreciables los fenómenos de acustoelasticidad observados mediante el estudio de la velocidad de propagación (ver sección 3.2).

### 3.2. Módulo de elasticidad dinámico vs. Tensión

En las Figuras 9, 10 y 11 se muestran los gráficos de  $E_{din}$  (GPa) vs. Tensión (MPa) de las 3 probetas ensayadas. Se superpone en los gráficos los resultados de los ensayos de compresión y tracción.

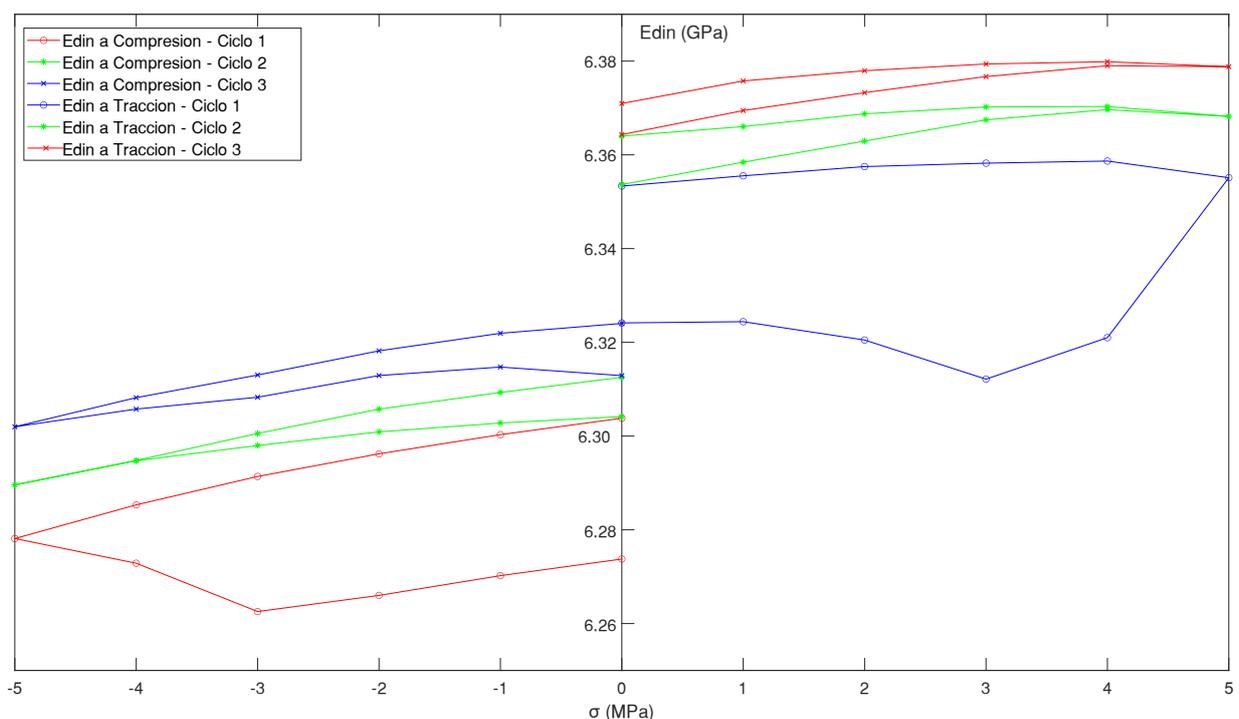


Figura 9: Probeta 1 - Módulo  $E_{din}$  (GPa) vs Tensión (MPa).

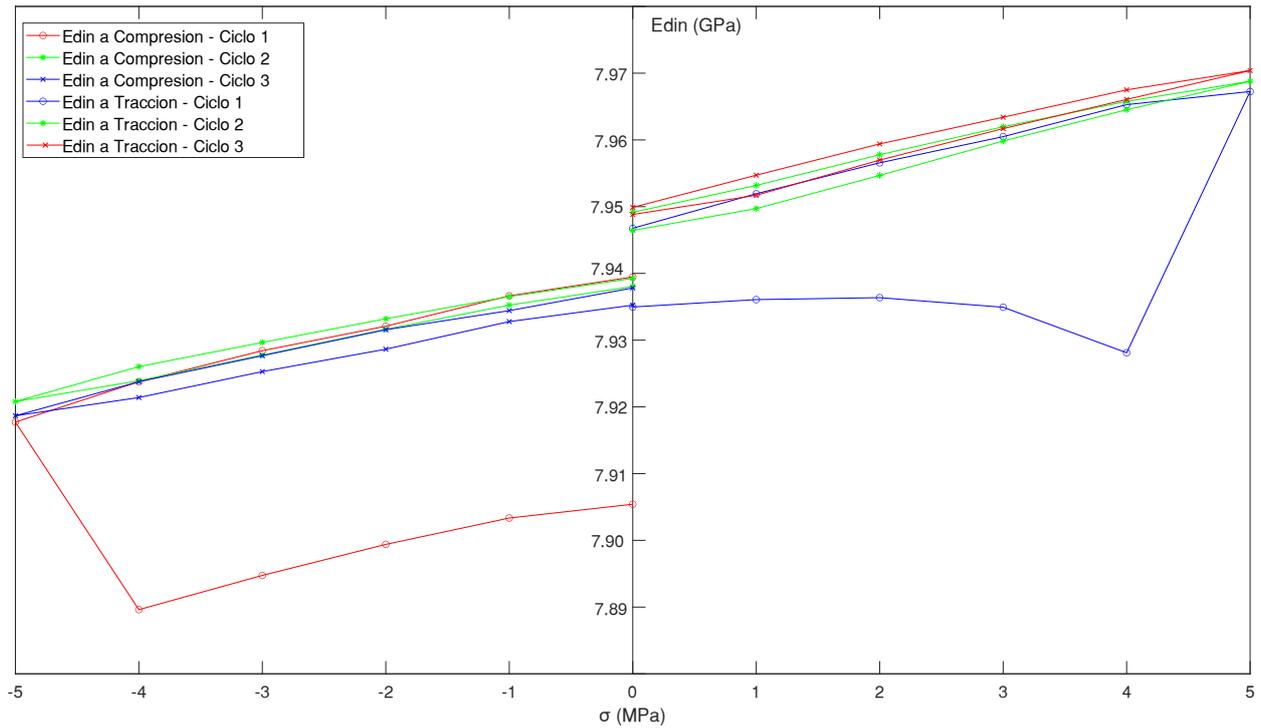


Figura 10: Probeta 2 - Módulo Edin (GPa) vs Tensión (MPa).

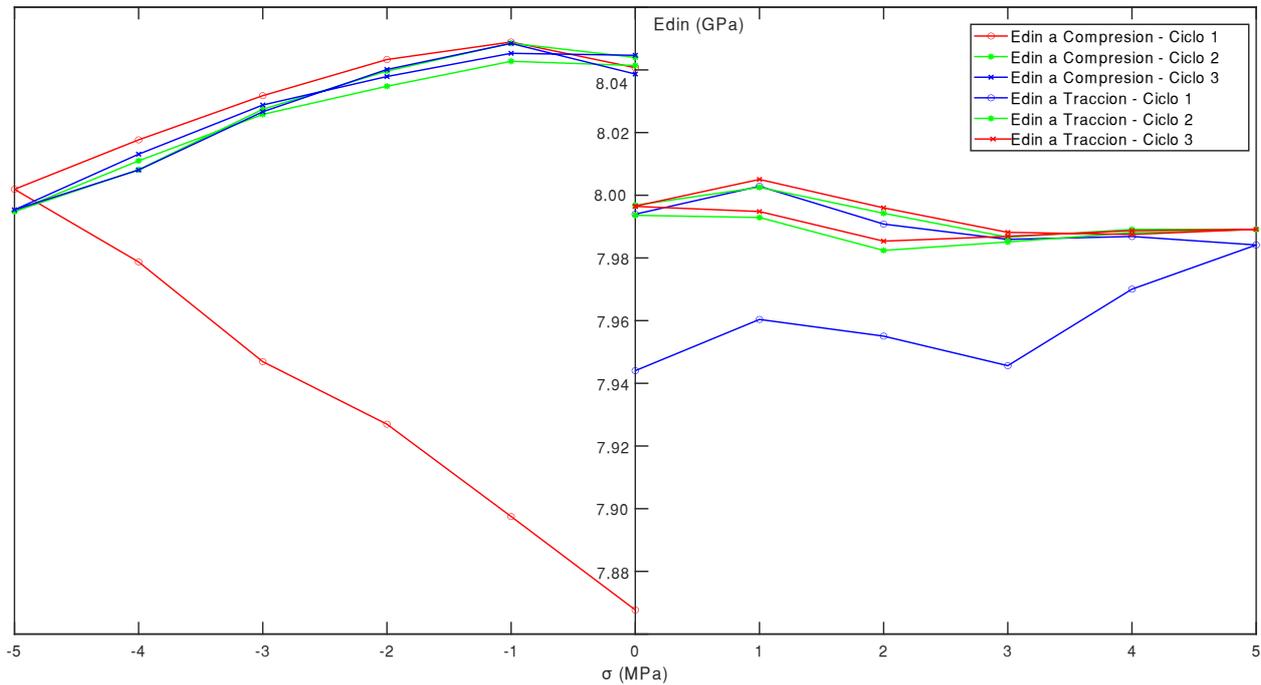


Figura 11: Probeta 3 - Módulo Edin (GPa) vs Tensión (MPa).

### 3.2.1. Análisis de probetas 1 y 2

Se observa que en la carga del primer ciclo (tanto en compresión como tracción) hay un cambio en el comportamiento del material entre los 3 MPa y 4 MPa, se observa un salto en el  $E_{din}$  en el siguiente escalón de carga. Este salto es de +0.25 % en la probeta 1 y de +0.35 % en la probeta 2. Es posible que este efecto este asociado a ciertas modificaciones en la estructura de la madera que den lugar a una rigidización del material.

Con respecto al comportamiento en los ciclos de carga 2, 3 y la descarga del ciclo 1, se observan efectos acustoelásticos que se reflejan en un cambio del módulo de elasticidad dinámico ( $E_{din}$ ) a medida que cambia el estado de tensiones axiales en la probeta. Este comportamiento en los diagramas  $E(\sigma)$  indica que la ecuación constitutiva del material  $-\sigma(\epsilon)$  no es lineal, y por lo tanto es adecuado el uso de la ley cuadrática mostrada en la ecuación (3) para modelar al material.

Se observa que  $E_{din}$  disminuye a medida que se incrementan las tensiones de compresión, de forma contraria, aumenta cuando se incrementan las tensiones de tracción. Descartando las cargas del ciclo 1 en compresión y tracción, las variaciones máximas de  $E_{din}$  (en valor absoluto) entre descarga y tensión máxima de 5 MPa fueron del 0.37 % para la probeta 1 y 0.30% para la probeta 2.

### 3.2.2. Análisis de probeta 3

El diagrama de  $E_{din}$  vs Tensión de la probeta 3 exhibe un comportamiento distinto al de las 2 primeras. En compresión, en la carga del ciclo 1 no se observa un salto en  $E_{din}$ , pero si se observa un posible proceso de rigidización;  $E_{din}$  aumenta +1.7% entre el inicio del ciclo y la máxima tensión de 5 MPa. En los ciclos 2, 3 y descarga del ciclo 1 se observan fenómenos acustoelásticos tal como se vieron en las 2 primeras probetas, además se mantiene el mismo comportamiento de  $E_{din}$  frente a los aumentos de tensión (disminuye cuando aumentan las tensiones). La variación máxima de  $E_{din}$  entre la probeta descargada y con máxima tensión de 5 MPa fue de -0.53 %.

En tracción, no se observa una tendencia clara en los ciclos 1, 2 y 3. Se observa que durante el ensayo a tracción las lecturas cambiaron su forma base entre el ciclo 1 y 2, se toma como referencia al tercer pico positivo del gráfico *Amplitud vs Tiempo* para observar este cambio.

En las Figuras 12, 13 y 14 se muestra esta zona del grafico para las 3 probetas. Si bien, se observa un leve cambio de forma en la probeta 1, queda claro un fenómeno significativo en la probeta 3, esto se muestra con círculos rojos en las imágenes. Cabe acotar, que cada ciclo de carga está compuesto por 88 lecturas, en las figuras las mismas están superpuestas.

Adicionalmente, se observa que no hay coincidencia entre la velocidad de propagación de la probeta al final del ensayo a compresión y al comienzo del ensayo a tracción. Esto claramente es una anomalía dado que la probeta está descargada en ambos casos y no hay motivo para que la velocidad de propagación sea diferente. De hecho, hay coincidencia casi exacta en las probetas 1 y 2.

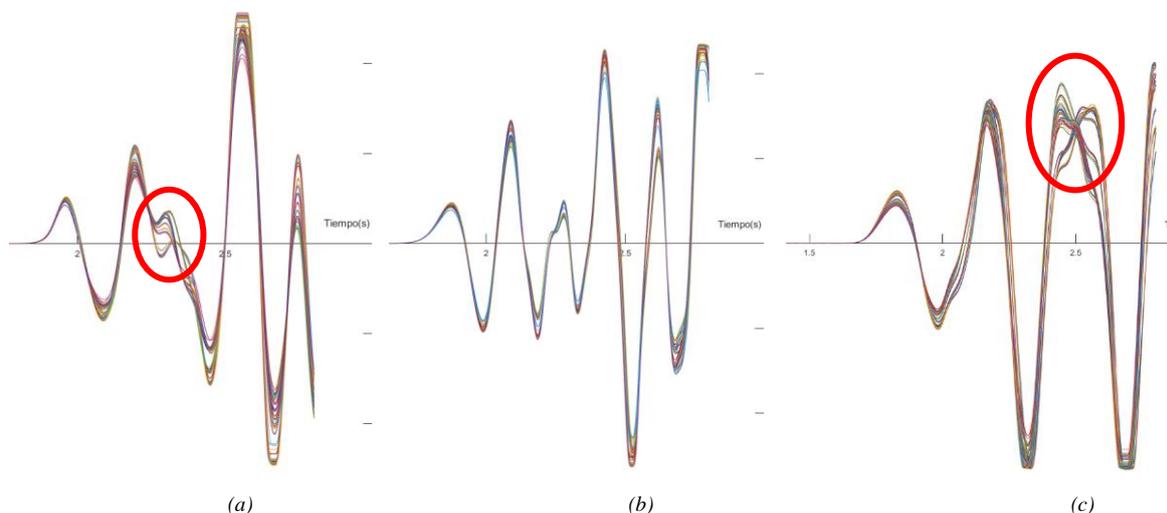


Figura 12: Tercer pico en tracción Ciclo 1: a) Probeta 1, b) Probeta 2, c) Probeta 3.

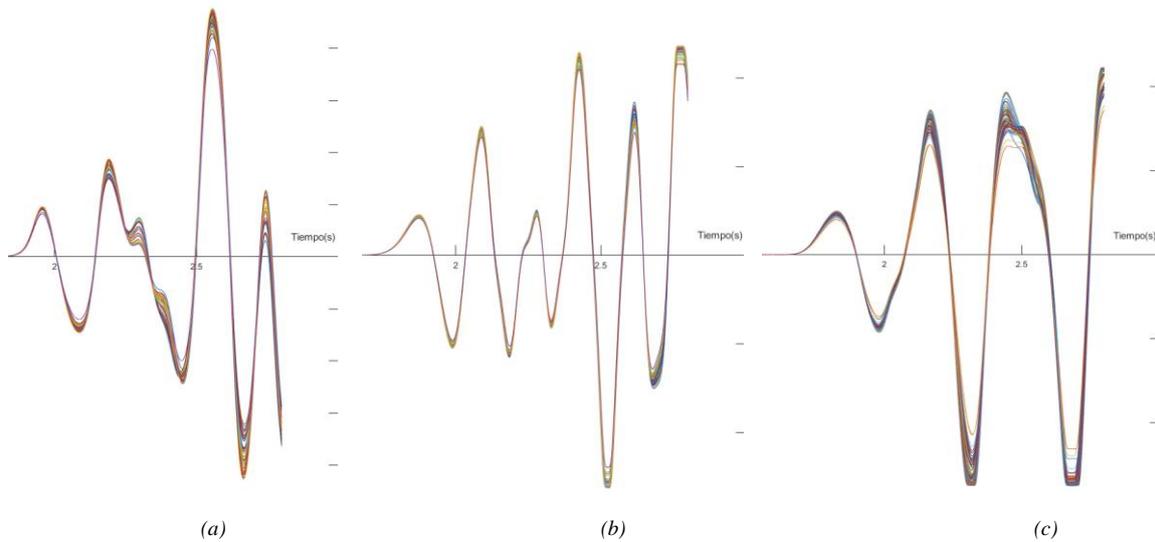


Figura 13: Tercer pico en tracción Ciclo 2: a) Probeta 1, b) Probeta 2, c) Probeta 3.

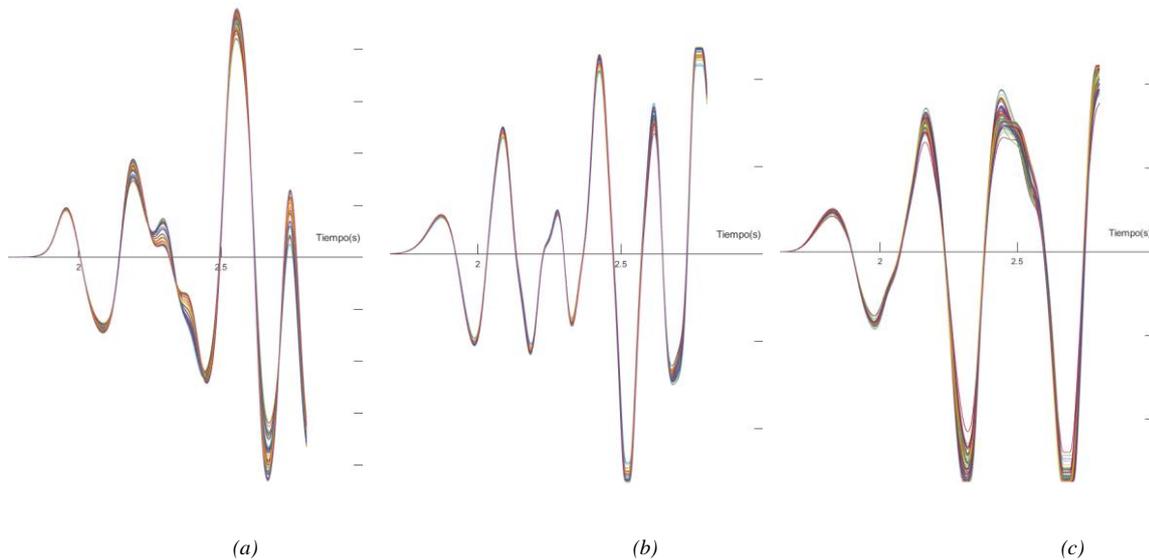


Figura 14: Tercer pico en tracción Ciclo 3: a) Probeta 1, b) Probeta 2, c) Probeta 3.

Analizando las posibles causas de este fenómeno, se cree que fue provocado por un cambio en la adhesión de los transductores cuando se cambió el herraje de compresión a tracción. Pudo suceder que al mover el herraje para cambiar los pernos de lugar (ver Figura 1) se dañase el puente de adherencia del acoplante entre la testa y transductor. Se observó durante los ensayos que el fenómeno de aplastamiento de la madera en el área circúndate a los pernos provocó un mínimo deslizamiento ( $F_{perno}/K_{ser} \approx 2mm$ ) entre las perforaciones, este deslizamiento dificultó el cambio de pernos, debiendo aplicarse un pequeño impacto para quitarlos y volver a alinear las perforaciones.

### 3.3. Comparación entre módulos cuasi-estáticos y dinámicos

Los módulos  $E_{t,0}$  y  $E_{c,0}$  se obtuvieron aplicando regresión lineal al conjunto de datos obtenidos de *Tensión vs Deformación* y calculando la pendiente de los gráficos obtenidos. Para el cálculo de  $E_{din}$  se promediaron los valores obtenidos de los escalones de carga que componen cada ciclo, se recuerda que cada escalón de carga está compuesto por 8 lecturas, y a su vez cada ciclo de carga por 5 escalones.

Se calculan algunas relaciones entre los módulos  $E_{t,0}$ ,  $E_{c,0}$  y  $E_{din}$ , estas son mostradas en las Tablas 3, 4 y 5. En la Tabla 5 se aprecian valores de  $E_{din}$  en blanco, según lo observado en 3.2.2 se descartan todos los valores de tracción obtenidos para la probeta 3.

Tabla 3: Módulos de elasticidad cuasi-estáticos y dinámicos en la Probeta 1 (GPa).

Probeta 1		Ciclo 1		Ciclo 2		Ciclo 3	
		Carga	Descarga	Carga	Descarga	Carga	Descarga
$E_{tracc}$	Cuasi Estático	5.12	5.12	4.83	4.88	4.84	4.78
	Dinámico	6.31	6.34	6.35	6.35	6.35	6.36
$E_{comp}$	Cuasi Estático	4.93	4.73	4.69	4.71	4.70	4.69
	Dinámico	6.27	6.29	6.29	6.30	6.30	6.30
$E_{tracc} / E_{comp}$	Cuasi Estático	1.038	1.082	1.031	1.037	1.031	1.019
	Dinámico	1.007	1.008	1.009	1.009	1.009	1.008
		$E_{dinámico} / E_{cuasi-estático}$					
<b>Tracción</b>		1.233	1.238	1.314	1.301	1.312	1.329
<b>Compresión</b>		1.271	1.329	1.343	1.338	1.341	1.343

Tabla 4: Módulos de elasticidad cuasi-estáticos y dinámicos en la Probeta 2 (GPa).

Probeta 2		Ciclo 1		Ciclo 2		Ciclo 3	
		Carga	Descarga	Carga	Descarga	Carga	Descarga
$E_{tracc}$	Cuasi Estático	6.12	5.83	5.38	5.66	5.38	5.61
	Dinámico	7.95	7.97	7.97	7.97	7.97	7.98
$E_{comp}$	Cuasi Estático	5.76	5.27	5.41	5.23	5.41	5.15
	Dinámico	7.90	7.93	7.93	7.93	7.93	7.93
$E_{tracc} / E_{comp}$	Cuasi Estático	1.063	1.106	0.993	1.083	0.994	1.088
	Dinámico	1.006	1.005	1.004	1.005	1.005	1.006
		$E_{dinámico} / E_{cuasi-estático}$					
<b>Tracción</b>		1.298	1.367	1.482	1.408	1.483	1.422
<b>Compresión</b>		1.373	1.504	1.466	1.517	1.467	1.539

Tabla 5: Módulos de elasticidad cuasi-estáticos y dinámicos en la Probeta 3 (GPa).

Probeta 3		Ciclo 1		Ciclo 2		Ciclo 3	
		Carga	Descarga	Carga	Descarga	Carga	Descarga
$E_{tracc}$	Cuasi Estático	7.44	7.37	7.32	7.42	7.30	7.35
	Dinámico	-	-	-	-	-	-
$E_{comp}$	Cuasi Estático	7.33	7.09	7.11	7.00	7.11	7.06
	Dinámico	7.93	8.03	8.02	8.01	8.01	8.01
$E_{tracc} / E_{comp}$	Cuasi Estático	1.015	1.039	1.029	1.059	1.027	1.041
	Dinámico	-	-	-	-	-	-
		$E_{dinámico} / E_{cuasi-estático}$					
<b>Tracción</b>		-	-	-	-	-	-
<b>Compresión</b>		1.082	1.132	1.127	1.145	1.127	1.134

Se observa que el módulo de elasticidad dinámico es mayor que el módulo de elasticidad cuasi-estático, en un 30% a compresión y un 26% a tracción, valores promedio. La diferencia entre los módulos de elasticidad dinámicos en tracción y compresión es menor al 1% en todos los casos. Por otro lado, la relación máxima entre los módulos de elasticidad cuasi-estáticos de tracción y compresión ( $E_{t0}/E_{c0}$ ) es de 1,106, la mínima es de 0,993 y la media es de 1,043.

### 3.4. Análisis estadístico

Con el fin de establecer si existe o no una asociación entre los módulos de elasticidad  $E_{c0}$  y  $E_{t0}$  se realiza una prueba estadística paramétrica, en este caso el análisis de varianza (ANOVA, por sus siglas en inglés). En este estudio, los valores muestreados de  $E_{c0}$  y  $E_{t0}$  son agrupados por sollicitación (compresión o tracción) y por probeta. Se observa que, el estudio rechaza la hipótesis de igualdad entre las medias (Hipótesis “0”) y confirma a la hipótesis alternativa, lo que implica que las medias son diferentes entre los grupos ( $E_{c0}$  y  $E_{t0}$ ) y que similitudes entre ellos son producto del azar y no de una dependencia. De esta forma se verifica estadísticamente que los módulos  $E_{c0}$  y  $E_{t0}$  difieren entre sí, por lo que tiene sentido calcular la relación entre ellos.

Los resultados del test se muestran en la Tabla 6. El valor de probabilidad del estadístico  $P(F \leq F_{crit})$  es 0.0002 para las variaciones entre los módulos, esto permite asegurar con una confiabilidad del 95% de que las medias de los grupos sean diferentes. Las variaciones de los grupos entre probetas se observan en la primera fila, donde se rechaza que las medias poblacionales sean iguales. En la interacción, queda expuesta la fuerte dependencia tanto al factor sollicitación como al factor probeta.

Tabla 6: Resultados ANOVA.

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
<b>Muestra</b>	36.871	2	18.435	634.460	2.8E-25	3.315
<b>Módulos</b>	0.528	1	0.528	18.191	0.0002	4.170
<b>Interacción</b>	0.015	2	0.007	0.268	0.7664	3.315
<b>Dentro del grupo</b>	0.871	30	0.029			
<b>Total</b>	38.287	35				

### 3.5. Valores obtenidos de $\beta$ , $K$ y comparación con otros materiales

Aplicando lo que se expresa en la sección 2.3.2.3 se obtienen los valores  $\beta$  promediados por cada ensayo, es decir se promedian los valores obtenidos de todos los ciclos, tanto en compresión como en tracción. Se calcula la equivalencia con la constante  $K$ , esto último para poder comparar con valores disponibles para otros materiales [6, 9, 11, 12]. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7: Valores de coeficientes  $\beta$  y  $K$ , *Pinus Elliottii* y otros materiales.

	$\beta_{tracción}$	$\beta_{compresión}$	$K_{tracción}$ (MPa <sup>-1</sup> )	$K_{compresión}$ (MPa <sup>-1</sup> )
Probeta 1 ( <i>Pinus Elliottii</i> ) <sup>1</sup>	0.75	1.45	<b><i>1.52 E-04</i></b>	<b><i>3.06 E-04</i></b>
Probeta 2 ( <i>Pinus Elliottii</i> ) <sup>1</sup>	0.98	1.31	<b><i>1.54 E-04</i></b>	<b><i>2.08 E-04</i></b>
Probeta 3 ( <i>Pinus Elliottii</i> ) <sup>1</sup>	-	1.63	-	<b><i>1.57 E-03</i></b>
Hierro al carbono [9] <sup>2</sup>	<b><i>0.03</i></b>	-	1.96 E-07	-
Aluminio [9] <sup>2</sup>	<b><i>1.09</i></b>	-	1.56 E-05	-
Acero [9] <sup>2</sup>	<b><i>0.63</i></b>	-	3.00 E-06	-
Hormigón [6] <sup>3</sup>	-	-59	-	<b><i>-1.88 E-03</i></b>
Hormigón [6] <sup>3</sup>	-	-109	-	<b><i>-2.57 E-03</i></b>
Hormigón [11] <sup>4</sup>	-	<b><i>-64</i></b>	-	-2.13 E-03
Hormigón [12] <sup>5</sup>	-	<b><i>-39</i></b>	-	-1.30 E-03

Los valores calculados aplicando la relación  $\beta = KE_0$ , se muestran en negrita y cursiva.

- 1 - Los valores  $E_0$  usados son los promedios de  $E_{c0}$  y  $E_{t0}$  obtenidos con los ensayos cuasi-estáticos.
- 2 - Extraído de Tabla 2. Se supone  $E_0$  de 210 GPa para el acero, 70 GPa para el aluminio y 175 GPa para el hierro al carbono.
- 3 - Extraído de Tabla 5, usando:  $\beta E_0 = 2m - l(-1 + 2v_0) + v_0^2[3n - 2m(3 + 2v_0)]$  [18,19]
- 4 - Extraído de Fig. 13, con  $\sigma = 5$  MPa. Se supone  $E_0$  de 30 GPa.
- 5 - Extraído de Tabla 3. Se supone  $E_0$  de 30 GPa.

Analizando los valores  $\beta$  obtenidos de *Pinus Elliottii*, se observan similitudes con respecto al acero y al aluminio, no así con el hormigón y el hierro al carbono. Con respecto a los valores  $K$  de *Pinus Elliottii* calculados con la relación  $\beta = KE_0$ , no se observan similitudes con los materiales comparados. Se considera al parámetro  $\beta$  como de mayor significado físico que  $K$ , dado que el primero está directamente relacionado con la ecuación constitutiva del material (3), el segundo expresa la variación de una propiedad como es la velocidad de propagación.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se propuso como objetivo la caracterización elástica y acustoelástica de *Pinus Elliottii* de procedencia uruguaya en piezas de madera aserrada de tamaño estructural.

Se calcularon las relaciones entre los módulos de elasticidad cuasi-estáticos  $E_{c0}$  y  $E_{t0}$ . Se obtuvieron valores de  $E_{t0}/E_{c0}$  entre 0,993 y 1,106, con una media de 1,043. Estos valores son menores a los obtenidos en otros estudios para otras clases de madera. Tras realizar un test de hipótesis se concluyó que  $E_{c0}$  y  $E_{t0}$  difieren entre sí, por lo que es de aplicación calcular la relación entre estos parámetros. Además, del test se desprende que existe una fuerte variabilidad de los valores de los módulos entre probetas, esto es consecuencia de la naturaleza orgánica de la madera y por ende de la estructura del árbol de donde ésta es extraída.

En lo que respecta a los módulos de elasticidad dinámicos, se observó que prácticamente no hay diferencias entre tracción y compresión, dado que la relación entre ellos es menor al 1 % en todas las probetas ensayadas. Se observó que los módulos de elasticidad dinámicos son mayores a los cuasi-estáticos en todos los casos, con una variación que va desde el 8 % al 55 %.

Se observaron efectos acustoelásticos en las 3 probetas, se descarta la carga de los primeros ciclos debido a un posible proceso de rigidización, por otro lado, se descartan los valores obtenidos en tracción de la probeta 3 debido a que se detectaron anomalías en los valores obtenidos. En línea con lo último, se reconoce al cambio de forma del gráfico *Amplitud vs Tiempo* como un parámetro de especial interés. Con la metodología adecuada pueden reconocerse problemas en tiempo real durante en ensayo, permitiendo rechazar rápidamente probetas con problemas.

El hecho de comparar resultados de ensayos cuasi-estáticos y de ultrasonido permitió, por un lado, observar un comportamiento elástico-lineal esperado para el rango de tensiones propuesto, pero por el otro se observó la no-linealidad del material por medio del análisis de los módulos de elasticidad dinámicos. Es por esto, que fenómenos como la acustoelasticidad son de tal sensibilidad que por el momento solo pueden ser considerados en el estudio de la ciencia de los materiales y no para fines estructurales.

Se desarrolló una equivalencia entre los parámetros acustoelásticos  $\beta$  y  $K$ , esto permitió comparar a los valores obtenidos en este trabajo con los de otros autores para diversos materiales. Con respecto al parámetro  $\beta$ , se encontró similitud entre los valores de *Pinus Elliottii* con los del acero y el aluminio. Por otro lado, no se encontraron similitudes entre los parámetros  $K$  de *Pinus Elliottii* calculados con los de otros materiales. Se considera por parte de los autores que la constante no-lineal elástica  $\beta$  tiene mayor significado físico que  $K$ , dado que  $\beta$  deriva de la ecuación constitutiva del material y  $K$  es un parámetro que mide cambios relativos en la evolución de una propiedad, en este caso la velocidad de propagación.

Por último, los autores alientan a realizar más estudios con mayor cantidad de especímenes y clases de madera, con el fin de seguir aportando conocimiento de los fenómenos observados para esta y otras especies.

## 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo quieren agradecer muy especialmente a nuestros tutores, Leandro Domenech y Agustin Spalvier, quienes tuvieron la mayor de las predisposiciones para con nosotros y fueron una fuente de motivación indispensable para el desarrollo de este trabajo.

A Gonzalo Centrángolo, por poner a nuestra disposición los recursos del Instituto de Estructuras y Transporte, además de aportarnos su valioso conocimiento en el intercambio de ideas durante los ensayos.

A Daniel Godoy, por su tiempo y la gentileza de ofrecernos el equipamiento del Instituto de Ensayos de Materiales, cuando en etapas tempranas se estudiaba el diseño de los ensayos.

A Metalúrgica Gustavo, los cuales fabricaron el herraje que sirvió de soporte para los ensayos, cumpliendo con los requisitos solicitados.

Por último, a todos los que directa e indirectamente aportaron al desarrollo de este trabajo, el cual fue una motivante y valiosa experiencia.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. Argüelles Alvarez y F. Arriaga Martitegui, *Estructuras de Madera - Bases de Calculo*, Madrid: AITIM, 2013.
- [2] V. Baño Gomez, R. Argüelles Bustillo, R. Regueira y M. Guaita Fernández «Determinación de la curva tensión-deformación en madera de ‘Pinus sylvestris’ L. para la simulación numérica de vigas de madera libre de defectos» *Materiales de construcción*, vol. 62, n° 306, pp. 269-284, 2012.
- [3] E. Hermoso Prieto, J. Fernández Golfín Seco y M. Díez Barra, «Mechanical characterization of timber according to European standards from Spanish provinces of Scots Pine» *Invest. Agrar.*, vol. 12, n° 3, pp. 103-110, 2003.
- [4] J. Krautkrämer y H. Krautkrämer, *Ultrasonic Testing of Materials 4th Edition*, Berlin: Springer, 1990.
- [5] Y.-H. Pao, «Theory of Acoustoelasticity and Acoustoplasticity» Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1987.
- [6] A. Spalvier, L. Domenech, G. Centrangolo y J. S. Popovics, «Torsional vibration technique for the acoustoelastic characterization of concrete» Springer, 2020.
- [7] R. Guyer y P. Johnson, *Nonlinear Mesoscopic Elasticity: The Complex Behaviour of Rocks, Soil, Concrete*, Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co., 2009.
- [8] M. Hasegawa y Y. Sasaki, «Acoustoelastic birefringence effect in wood I: effect of applied stresses on the velocities of ultrasonic shear waves propagating transversely to the stress direction» *The Japan Wood Research Society*, n° 50, pp. 47-52, 2004.
- [9] M. Hasegawa, Y. Sasaki and T. Iwata, «Acoustoelastic effect of wood III: effect of applied stresses on the velocity» *The Japan Wood Research Society*, Nagoya, 1999.
- [10] Y. Sasaki, T. Iwata y K. Ando, «Acoustoelastic effect of wood II: Effect of compressive stress on the velocity of ultrasonic longitudinal waves parallel to the transverse direction of the wood» *The Japan Wood Research Society*, n° 44, pp. 21-27, 1998.
- [11] K. F. Bompan y V. G. Haach, «Ultrasonic tests in the evaluation of the stress level in concrete prisms based on the acoustoelasticity» *Construction and Building Materials*, vol. 162, p. 740–750, 2017.
- [12] I. Lillamand, J.-F.-o. Chaix, M.-A. Ploix y V. Garnier, «Acoustoelastic effect in concrete material under uni-axial compressive loading» *NDT&E International*, vol. 43, n° 8, p. 655–660, 2010.
- [13] V. Bucur, *Acoustic of Wood*, Berlin: Springer, 2006.
- [14] UNIT, *1261 -18 - Madera aserrada de uso estructural Clasificación visual*, Montevideo: UNIT, 2018.
- [15] AENOR, *UNE-EN 338:2016 - Madera estructural. Clases resistentes.*, Madrid: AENOR, 2016.
- [16] ASTM, *D198-15 - Standard Test Methods of Static Tests of Lumber in Structural Sizes*, United States: ASTM, 2015.
- [17] AISC, *ANSI/AISC 360-16: Specification for Structural Steel Buildings*, Chicago: AISC, 2016.
- [18] D. M. Egle y B. D. E., «Measurement of acoustoelastic and third-order elastic constants for rail steel» *Acoustical Society of America*, vol. 60, n° 3, pp. 741-744, 1976.
- [19] D. Huges y J. Kelly, «Second-order elastic deformations» *Physical Review*, vol. 92, n° 5, 1953.

## 7. APÉNDICE 1: Relación entre $\beta$ y $K$

Para calcular la relación entre  $\beta$  con  $K$  se deben combinar las siguientes expresiones:

$$K\sigma = \frac{(V - V_0)}{V_0}, \quad \sigma = E(1 + \beta\varepsilon)\varepsilon, \quad V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad V_0 = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}}$$

Operando se tiene que:

$$\sqrt{\frac{E}{E_0}} - 1 = KE(1 + \beta\varepsilon)\varepsilon = KE\varepsilon + K\beta E\varepsilon^2 = (\sqrt{E})^2(K\varepsilon + K\beta\varepsilon^2)$$

Se reescribe como una ecuación de segundo orden en  $\sqrt{E}$ :

$$(\sqrt{E})^2(K\varepsilon + K\beta\varepsilon^2) - \frac{1}{\sqrt{E_0}}\sqrt{E} + 1 = 0,$$

las raíces de este polinomio se obtienen con la fórmula de Bhaskara, se elevan al cuadrado las mismas para obtener las soluciones de  $E$ :

$$\frac{-2K\varepsilon - 2K\beta\varepsilon^2 + \frac{1}{E_0} - \frac{\sqrt{1 - 4k\varepsilon E_0 - 4k\beta\varepsilon^2 E_0}}{E_0}}{2K^2\varepsilon^2(1 + 2\beta\varepsilon + \beta^2\varepsilon^2)} ; \frac{-2K\varepsilon - 2K\beta\varepsilon^2 + \frac{1}{E_0} + \frac{\sqrt{1 - 4k\varepsilon E_0 - 4k\beta\varepsilon^2 E_0}}{E_0}}{2K^2\varepsilon^2(1 + 2\beta\varepsilon + \beta^2\varepsilon^2)}.$$

Ahora, solo una de estas raíces es la real y se sabe que el límite de esa raíz con  $\varepsilon \rightarrow 0$  es  $E_0$ , esta raíz es:

$$\frac{-2K\varepsilon - 2K\beta\varepsilon^2 + \frac{1}{E_0} - \frac{\sqrt{1 - 4k\varepsilon E_0 - 4k\beta\varepsilon^2 E_0}}{E_0}}{2K^2\varepsilon^2(1 + 2\beta\varepsilon + \beta^2\varepsilon^2)}.$$

Se realiza el desarrollo de Taylor de primer orden en  $\varepsilon$  para la raíz anterior, el mismo resulta en:

$$E_0 + 2K\varepsilon E_0^2.$$

Se iguala el desarrollo obtenido a:

$$\frac{d\sigma(\varepsilon)}{d\varepsilon} = E(\varepsilon) = E_0(1 + 2\beta\varepsilon),$$

que se define como el módulo de elasticidad instantáneo, resultando en la siguiente igualdad de expresiones:

$$E_0 + 2K\varepsilon E_0^2 = E_0(1 + 2\beta\varepsilon).$$

Finalmente, se despeja  $\beta$  resultando en:

$$\beta = KE_0.$$

Este resultado demuestra que si se toma a  $K$  como parámetro de acustoelasticidad, basta con multiplicarlo por el módulo de Young del material descargado para obtener la constante elástica no-lineal  $\beta$ .

## 8. APÉNDICE 2: Memoria del herraje

### TABLA DE CONTENIDOS

8.1. INTRODUCCIÓN .....	25
8.2. BASES DE CÁLCULO Y MATERIALES .....	27
8.3. VERIFICACIONES DE DISEÑO .....	28
8.3.1. Placas superior e inferior .....	30
8.3.2. Angulares .....	34
8.3.3. Placas laterales .....	39
8.3.4. Uniones por pernos.....	41
8.3.5. Uniones Soldadas .....	44

### ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figura 15: a) Dispositivo listo para el ensayo, b) Configuración de pernos y esquema de fuerzas para tracción, c) Ídem. b) para compresión.....	25
Figura 16: Herraje con la probeta, colocado en la prensa.....	26
Figura 17: Alzado y dimensiones (mm).....	26
Figura 18: Despiece del herraje (mm).....	27
Figura 19: Solicitaciones con introducción de carga desalineada.....	28
Figura 20: Efecto por falta de escuadra en las uniones .....	29
Figura 21: a) Modelo pórtico para placa inferior (N.m), b) para placa superior (N.m).....	30
Figura 22: Momentos $M_{yy}$ obtenido para placa superior (N.m/m).....	31
Figura 23: Tensiones rasantes V13 en placa superior (MPa).....	32
Figura 24: Desplazamientos verticales placa superior (mm).....	32
Figura 25: Momentos $M_{yy}$ en placa inferior (N.m/m).....	33
Figura 26: Tensiones rasantes V13 en placa inferior (MPa).....	33
Figura 27: Ejes y medidas angular.....	34
Figura 28: a) Momentos en pórtico no traslacional (N.m), b) en pórtico traslacional (N.m).....	37
Figura 29: Esquema estático de la placa (medidas mm).....	39
Figura 30: Zonas de bloque de cortante (mm).....	40
Figura 31: Disposición de soldadura en placa superior (mm).....	45
Figura 32: Disposición de soldadura en placa inferior (mm).....	45

### ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 8: Piezas del herraje.....	27
Tabla 9: Dimensiones de las placas .....	30
Tabla 10: Dimensiones y propiedades de los angulares.....	34
Tabla 11: Resumen de valores para pandeo de angulares.....	35
Tabla 12: Verificación a presoflexión.....	38

Tabla 13: Resistencia a corte de las soldaduras. .... 45

## 8.1. INTRODUCCIÓN

En este documento se indican las verificaciones para el diseño de un dispositivo de ensayo que de aquí en más se denominará “herraje”. El mismo está compuesto por placas de acero y perfiles angulares, las uniones entre sus piezas se realizan por soldadura y uniones pernadas.

El objetivo de este dispositivo es el de comprimir o traccionar probetas de madera de sección rectangular de  $150 \times 50 \text{ mm}^2$  y largo 700 mm. La compresión o tracción en la probeta a ensayar se logra intercambiando el orden de los pernos que vinculan a sus piezas, la introducción de carga se logra colocando al herraje en una prensa de compresión. Adicionalmente, el herraje permite la colocación de transductores de ultrasonido en las testas de las probetas a ensayar. En la Figura 15 se muestra el esquema de cargas que son conducidas desde la prensa a las piezas del herraje y posteriormente a la probeta. Adjunto a este documento se entrega su plano de despiece.

El herraje cuenta con una placa metálica por cada extremo cuya función es la de recibir la carga de la prensa. Cada una de estas placas transfiere la compresión a cuatro perfiles angulares que se sueldan a estas en sus extremos. Los angulares se vinculan a la probeta por medio de otras cuatro placas perforadas que se unen a la probeta y a los angulares por medio de pernos, estas placas son las encargadas de transmitir la carga de los angulares a la probeta (por medio de los pernos), ya sea de compresión o de tracción según se desee.

Además de resistir las sollicitaciones a las cuales estará sometido, una de las condiciones de diseño es la de generar el espacio suficiente para colocar los transductores de ultrasonido en las testas de las piezas, la otra es la de generar una zona en la probeta donde las tensiones se supongan libres de efectos de borde, es por esto, que el alto del herraje (y por ende el largo de la probeta) está condicionado para generar en la probeta una zona de largo igual a 150 mm (igual a  $h$ ) donde las tensiones son supuestas uniformes.

En la Figura 16 se muestra al herraje montado con la probeta en la prensa de compresión, en las Figuras 17 y 18 se muestran el alzado y el despiece, respectivamente. En la Tabla 8 el listado de piezas.

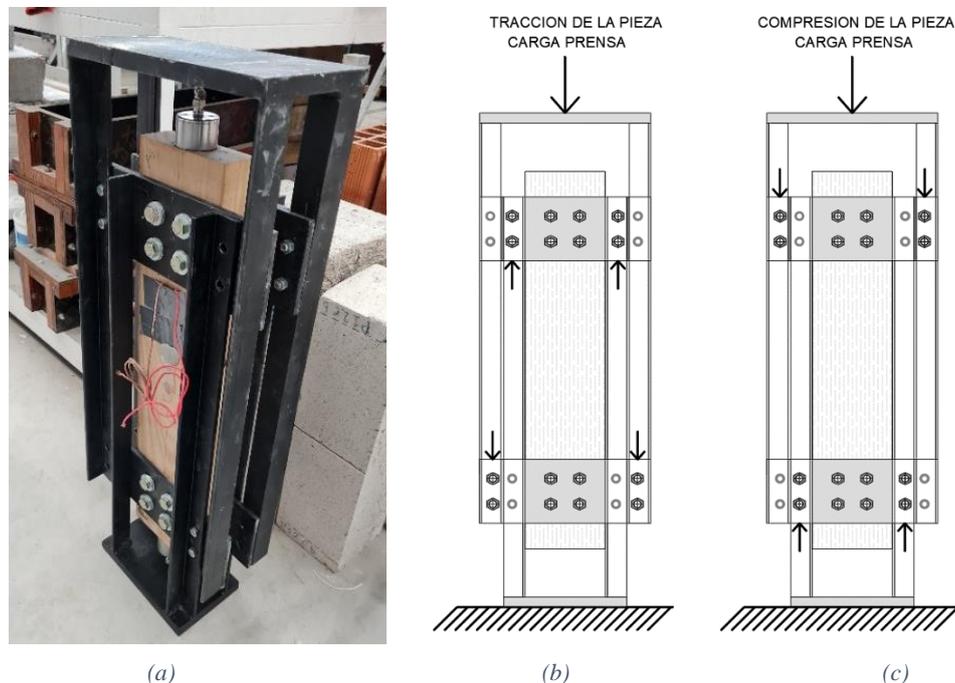


Figura 15: a) Dispositivo listo para el ensayo, b) Configuración de pernos y esquema de fuerzas para tracción, c) Ídem. b) para compresión.



Figura 16: Herraje con la probeta, colocado en la prensa.

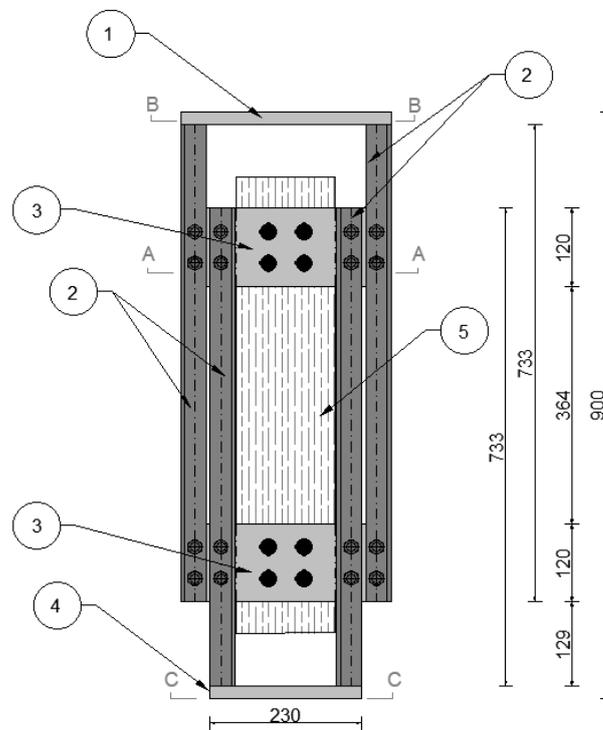


Figura 17: Alzado y dimensiones (mm).

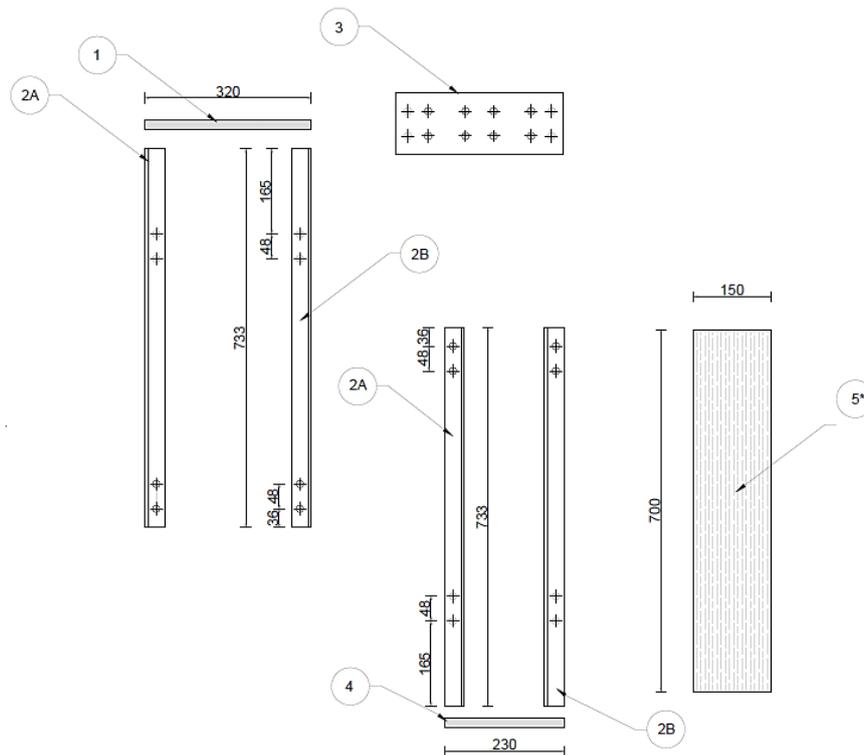


Figura 18: Despiece del herraje (mm).

Tabla 8: Piezas del herraje.

Pieza N°	Tipo	Cantidad	Material	Largo (mm)	Ancho (mm)	Espesor (mm)
1	Placa Plana	1	Acero A36	320	145	19.05 (3/4")
2	Perfil Angular	4	Acero A36	733	38.1 x 38.1 (1 1/2")	6.35 (1/4")
3	Placa Plana	4	Acero A36	320	120	9.52 (3/8")
4	Placa Plana	1	Acero A36	230	145	19.05 (3/4")
5*	Probeta	1	Madera aserrada	700	150	50

--- ALTURA TOTAL DEL HERRAJE 900mm --- \* Nota: La pieza N°5 no es parte del herraje, se muestra a modo ilustrativo

**Nota:** A la placa extrema más grande (320 x 145 mm<sup>2</sup>) se la llama “placa superior”, a la placa extrema de 230 x 145 mm<sup>2</sup> se la llama “placa inferior”.

## 8.2. BASES DE CÁLCULO Y MATERIALES

Las verificaciones del herraje se realizan conforme a la indicado en la norma AISC 360-16, se dimensiona mediante el método ASD (*Allowable Strength Design*). Solamente las verificaciones de las uniones pernos-probeta se realizan utilizando el Eurocódigo 5, UNE-EN 1995-1-1-2006.

Con respecto a los materiales se realizan las siguientes consideraciones:

- Angulares y placas de acero ASTM A36.
- Tensión de fluencia considerada de 2530 Kg/cm<sup>2</sup> (36 ksi).
- Pernos ASTM A307.
- Soldaduras con electrodos E60 (60 ksi).

La única carga a considerar es la introducida por la prensa, se realizan algunas verificaciones generando excentricidades en la aplicación de esta carga a efectos de simular defectos de construcción y errores en el centrado de la pieza en la prensa.

### 8.3. VERIFICACIONES DE DISEÑO

En esta sección se presentan todas las verificaciones correspondientes para validar el diseño del herraje.

#### *Solicitaciones por defectos*

El herraje es sometido a un esfuerzo que permite someter a la probeta a una tensión axial de 5 MPa. Para esto, el plato de la prensa deberá ejercer sobre la placa superior una fuerza de 37500 N, si no existiesen excentricidades se transmitiría a cada angular una carga axial de 9370 N.

Se estudian los efectos de posibles imperfecciones en la fabricación de la pieza o en la manipulación del herraje que tengan como consecuencia mayores esfuerzos axiales, de cortante y momentos flectores.

#### *Falta de alineación con el plato de la prensa*

Se considera como admisible un error de alineación de cargas en la dirección vertical de 2 cm, en cuyo caso la directa en los angulares con mayor proximidad a donde se realiza la aplicación de la carga se incrementa de la condición ideal de 9370 N a 10600 N. Esto es, en el extremo donde se ubica la placa de mayores dimensiones, en la placa de menor tamaño el incremento sobre los angulares llega a 11600 N.

Por otro lado, la resultante de cargas que ingresa a la probeta en cada extremo es la misma, pero tiene un desfase de 0,82 cm de su eje medio, lo que induce un momento de 310,4 N.m. Este momento se descompone en un par de fuerzas de 441 N que se aplican en los tornillos de sujeción, generando un cortante en los angulares. El esquema de cargas para este caso se muestra en la Figura 19.

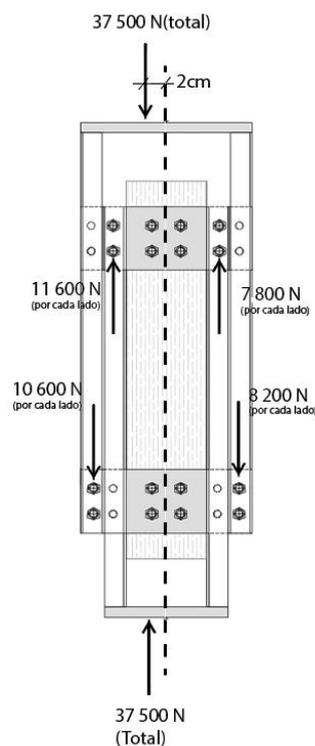


Figura 19: Solicitaciones con introducción de carga desalineada.

### Falta de escuadra en el herraje

Otra posibilidad de error al momento de aplicación de la carga, es por imperfecciones de fabricación donde el herraje no quede a escuadra. Esto genera que la aplicación de la carga quede desfasada en su eje de acción como se aprecia en la Figura 20.

Considerando un desfasaje total de 2 cm (1 cm a cada lado del eje medio de la pieza) se obtiene un momento de 750 N.m, que se equilibra con un par de fuerzas horizontales de 800 N entre las platinas extremas del herraje y los cabezales de la prensa. A su vez, estas fuerzas se transmiten como esfuerzo cortante a los cuatro angulares en cada extremo, a cada angular se aplica un cuarto de dicha sollicitación. Con respecto a la probeta, el ingreso de carga sufre un desfasaje de 0,4 cm en su eje de acción, lo que genera un momento de 155 N.m que se equilibra con fuerzas horizontales de 199 N en los tornillos de sujeción, estas se transmiten por corte a los angulares.

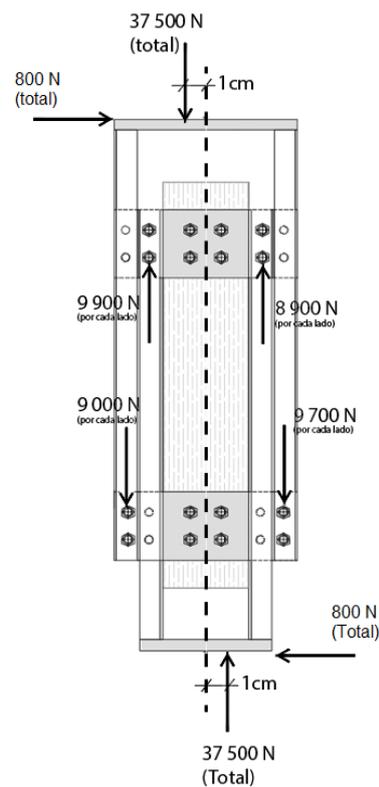


Figura 20: Efecto por falta de escuadra en las uniones

Se modela el desfase de carga y la reacción horizontal en un modelo de pórtico plano, considerando la mitad frontal (o posterior) del herraje, dado su simetría. Se considera un modelo de pórtico plano tomando la mitad del sistema y se defasa la carga 1 cm (de la mitad del vano del pórtico simulando la excentricidad), se introduce en el diseño el corte que se genera en los angulares. En la Figura 21 se muestran los diagramas obtenidos.

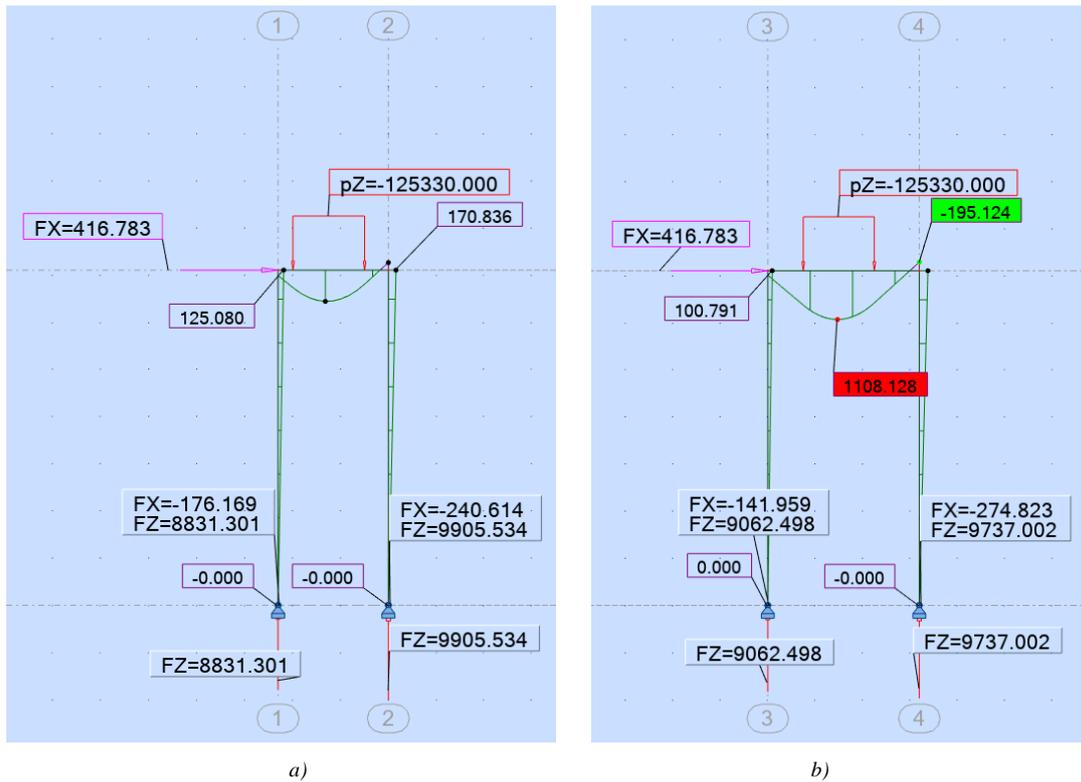


Figura 21: a) Modelo p<sub>ó</sub>rtico para placa inferior (N.m), b) para placa superior (N.m).

### 8.3.1. Placas superior e inferior

Las placas superior e inferior reciben los platos de la prensa y transmiten las solicitaciones por flexión y corte a los angulares. Las placas se verifican a flexión y corte, para ello se las modela como un elemento de losa (shell) y se verifican las deformaciones y el momento flector máximo. Se iteraron varios espesores llegando a 3/4" (19,05 mm). En la Tabla 9 se muestran las características de las placas utilizadas.

Tabla 9: Dimensiones de las placas

Placa Superior	
L (mm)	320
a (mm)	145
e (mm)	19,05
Placa Inferior	
L (mm)	230
a (mm)	145
e (mm)	19,05

## Momento nominal de la placa

El momento nominal resistente de la placa es igual al momento plástico capaz de desarrollar en su sección, el mismo se calcula mediante la siguiente expresión:

$$M_n = M_p = Z_x \cdot F_y = 3149 \text{ N.m}$$

$$\frac{M_n}{\Omega} = \frac{3149}{1,67} = 1885,6 \text{ N.m}$$

## Modelado en Elementos Finitos

La placa se modela apoyada en el contorno de los perfiles angulares y se la carga en el centro con una presión de distribución circular de 2.12 MPa, equivalente a la introducción de carga del plato de la prensa. Esta presión es la equivalente a 37500 N aplicados en un plato de 15 cm de diámetro.

Tal como se mencionó anteriormente, esta carga genera una tensión axial de 5 MPa en la probeta de madera. En la Figura 22 se muestra el diagrama de momentos obtenido.

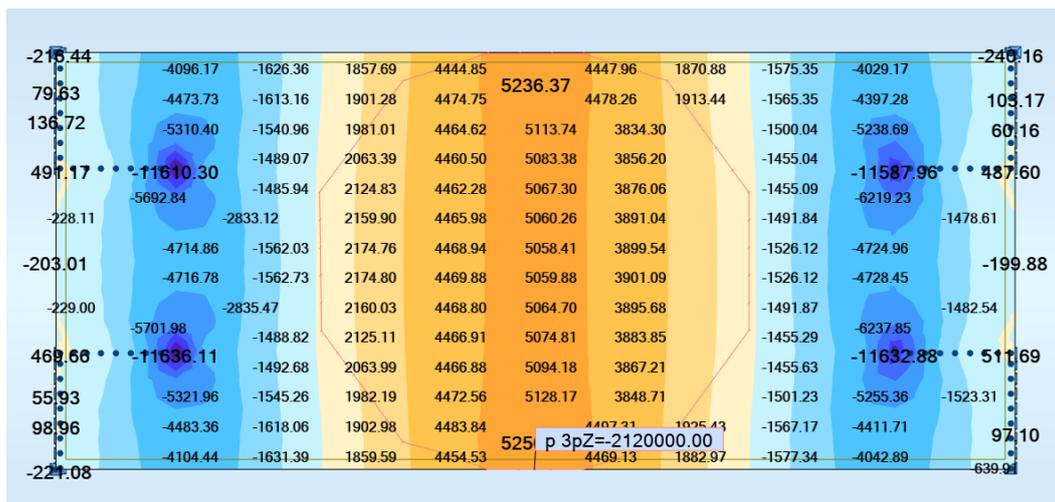


Figura 22: Momentos  $M_{yy}$  obtenido para placa superior (N.m/m).

El momento máximo positivo requerido que se obtiene con el modelo es de 5236,37 N.m/m, integrando en el ancho de la placa se obtiene un momento total en la sección media de:

$$M_r^+ = 733,091 \text{ N.m}$$

El momento máximo negativo es de 11636,11 N.m/m y se da en el apoyo de la placa con el borde del ala interna de los angulares, en el centro de la placa hay momentos positivos del orden de los 5000 N.m/m. Se promedian e integran los valores en el ancho de la placa obteniendo un momento negativo de:

$$M_r^- = 829,295 \text{ N.m}$$

La sección trabaja al **44 %** de su capacidad.

Se verifican las tensiones rasantes, observándose máximos del orden de 93,6 MPa. Este valor está por debajo del valor admisible de 144 MPa (0.6.F<sub>y</sub>) para un acero con F<sub>y</sub> = 240 MPa de tensión de fluencia. En la Figura 23 se muestra el diagrama de tensiones rasantes obtenido.

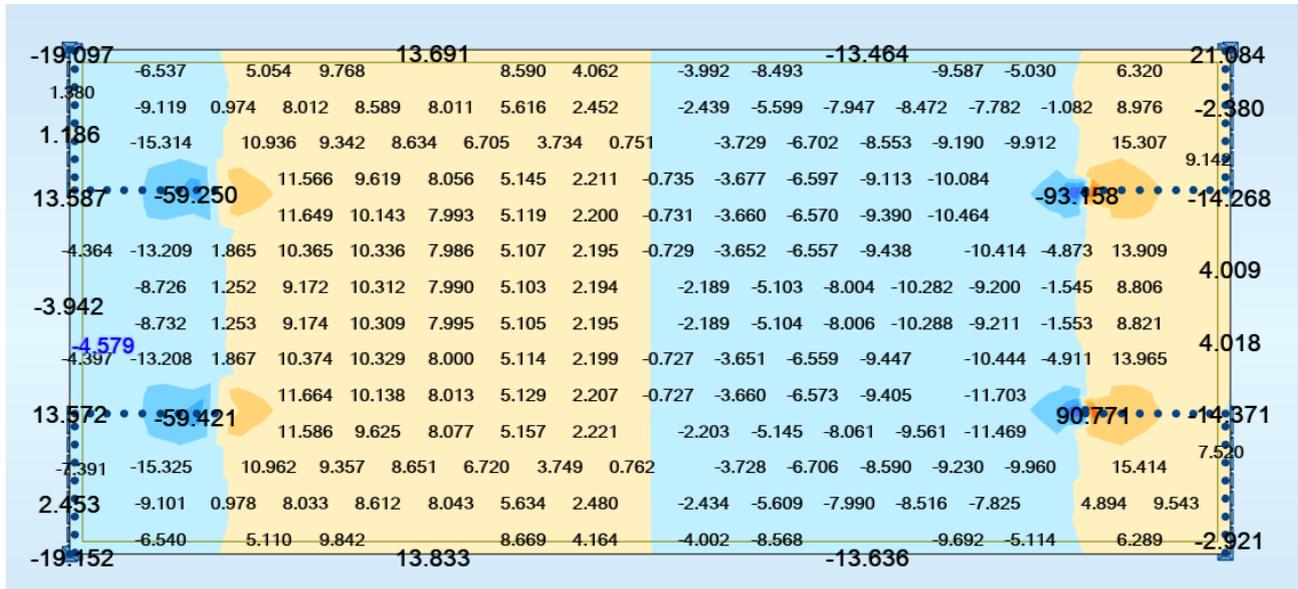


Figura 23: Tensiones rasantes  $V_{13}$  en placa superior (MPa).

Los desplazamientos perpendiculares al plano de la placa se encuentran en el orden de 0,2 mm, valores despreciables para las dimensiones de la pieza. El mapa de desplazamientos se muestra en la Figura 24.

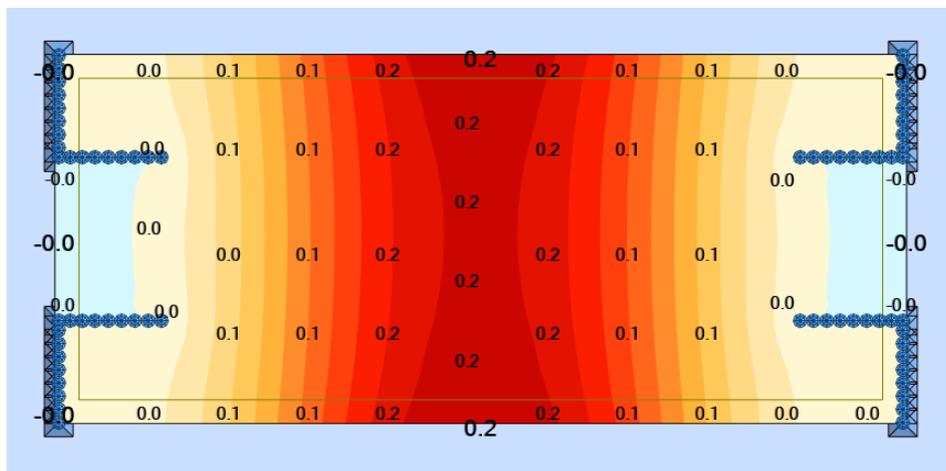


Figura 24: Desplazamientos verticales placa superior (mm).

Se verifica a la placa del cabezal opuesto de forma análoga, verificando los momentos y las tensiones de corte. Los diagramas de momentos y tensiones de corte se muestran en las Figuras 25 y 26.

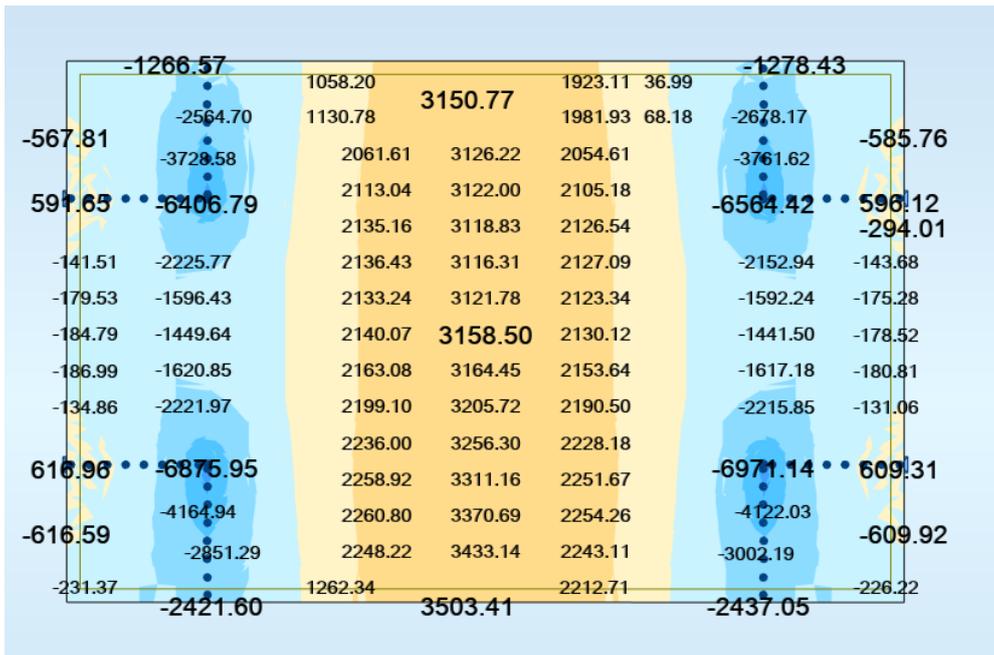


Figura 25: Momentos  $M_{yy}$  en placa inferior (N.m/m).

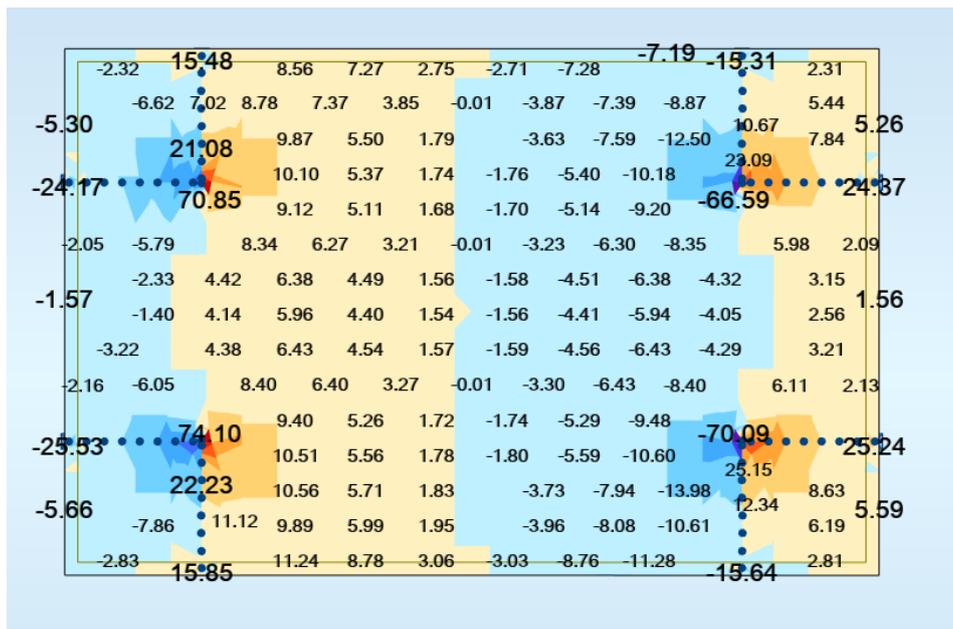


Figura 26: Tensiones rasantes  $V_{13}$  en placa inferior (MPa).

### 8.3.2. Angulares

#### Compresión

Los angulares elegidos son L 1/2'' x 1/2'' x 1/4'', las dimensiones y propiedades geométricas de los mismos se muestran en la Tabla 10. La nomenclatura de sus ejes y dimensiones en la Figura 27.

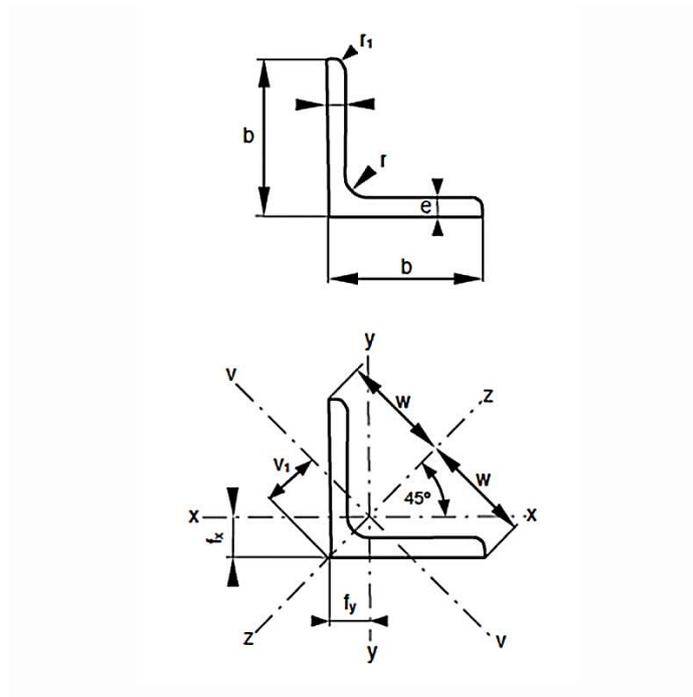


Figura 27: Ejes y medidas angular.

Tabla 10: Dimensiones y propiedades de los angulares.

Dimensiones y propiedades geométricas	
Largo (mm)	733
b (mm)	38.1
e (mm)	6.40
$f_x = f_y$ (mm)	1.17
A (mm <sup>2</sup> )	449
$I_x = I_y$ (mm <sup>4</sup> )	56300
$S_x$ (mm <sup>3</sup> )	2140
$r_x$ (mm)	11.2

La carga de compresión de diseño para los angulares es de 11600 N.

La resistencia nominal a compresión en la sección bruta de las piezas está dada por la expresión:

$$P_n = F_{cr} \cdot A_g$$

Donde  $F_{cr}$  es la carga crítica de pandeo de la sección y  $A_g$  es el área bruta de la sección.

Se usa la sección E5 de la norma que es específica para angulares simples a compresión. En este apartado se indican factores de ajuste para la esbeltez de la pieza, los cuáles son los siguientes:

$$L/r_x < 72$$

$$\frac{KL}{r} = 60 + 0,8 \frac{L}{r_x} \leq 200$$

**Nota:**  $L = 670$  mm es la distancia entre eje de bulones de las placas laterales, menor a la longitud total de los angulares ( $L = 733$  mm).

$$\frac{L}{r_x} = 58,77 \text{ por lo tanto, } \frac{KL}{r} = 107$$

$$\frac{KL}{r} < \lambda_0 = 4,75 \sqrt{E/F_y}$$

$F_{cr} = (0,658^{F_y/F_e})F_y$ , siendo  $F_e$  la tensión crítica de pandeo de Euler, su expresión es la siguiente:

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

Se muestra un resumen de los cálculos en la Tabla 11.

Tabla 11: Resumen de valores para pandeo de angulares.

Resumen de valores resultantes	
<b>P<sub>r</sub> (N)</b>	11600
<b>KL/r</b>	107,0
<b>λ<sub>0</sub></b>	136,0
<b>F<sub>e</sub> (Mpa)</b>	131
<b>F<sub>cr</sub> (Mpa)</b>	112
<b>A (cm<sup>2</sup>)</b>	4,4
<b>P<sub>n</sub> (N)</b>	61300
<b>P<sub>n</sub>/Ω (N)</b>	36700
<b>Capacidad (%)</b>	31,6

La sección trabaja al **31.6 %** de su capacidad.

### Flexión

Para el estudio de la flexión en angulares se usa el capítulo F10 de la norma y los modelos de pórtico planos presentados anteriormente. La capacidad a flexión del angular viene dada por la ecuación:

$$M_n = \left( 1,92 - 1,17 \sqrt{\frac{M_y}{M_{cr}}} \right) M_y \leq 1,5 M_y$$

Donde:

$$M_y = S_x \cdot F_y = 545,120 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{cr} = \frac{0,58Eb^4tC_b}{L_b^2} \left[ \sqrt{1 + 0,88 \left( \frac{L_b t}{b^2} \right)^2} - 1 \right] = 10440,552 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- $L_b = 673 \text{ mm}$  (longitud arriostrada del angular, desde la soldadura hasta el eje de los tornillos)

Por lo tanto, con  $\Omega = 1,67$  y  $C_b = 1,5$

$$\frac{M_n}{\Omega} = \frac{817,68}{1,67} = 489.630 \text{ N} \cdot \text{m} > M_r = 195,124 \text{ N} \cdot \text{m}$$

La sección trabaja al **39.9 %** de su capacidad.

### Presflexión

Para estudiar la presflexión en los angulares se considera el modelo de pórtico y se utilizan los capítulos F y H de la norma. Se estudia la excentricidad en la dirección de mayor luz (cuando está configurado para tracción) por ser la más crítica en cuanto a solicitaciones.

De acuerdo al modelo de pórtico, la compresión máxima en el angular es de 11600 N y el momento máximo es de 289 N.m.

Siguiendo la fórmula para solicitaciones combinadas del capítulo H.1 de la norma para:

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{11.6}{36.7} = 0.32 \geq 0.2$$

Se debe cumplir que:

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0$$

Se usa el método simplificado indicado en el Apéndice 8, considerando a la estructura como desplazable. Para esto se calculan los factores  $B_1$  y  $B_2$  que ajustan a las solicitaciones para tener en cuenta los efectos  $\mathbf{P}\text{-}\delta$  y  $\mathbf{P}\text{-}\Delta$ , los mismos ajustan las solicitaciones resistentes de la siguiente forma:

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt}$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{\alpha P_r}{P_{e1}}} \geq 1$$

Donde:

- $\alpha = 1,67$  para el método ASD.
- $C_m = 0,6 - 0,4(M_1/M_2)$  donde  $M_1$  y  $M_2$  son el mayor y menor momento de primer orden en los extremos del elemento a estudiar.
- $P_{e1}$  es la carga crítica de pandeo en el plano del momento, asumiendo que no hay desplazamiento lateral y considerando la inercia disminuida:  $P_{e1} = 209,310 \text{ kN}$ .

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{story}}{P_{estory}}} \geq 1$$

- $P_{story}$  es la carga vertical total del elemento (pórtico) = 18,8 kN
- $P_{estory}$  es la carga crítica elástica de pandeo para todo el pórtico:  $P_{estory} = R_M \cdot \frac{HL}{\Delta_H}$

Siendo:  $R_M = 0,85$ , H el cortante total, L la altura total del elemento y  $\Delta_H$  el desplazamiento lateral del pórtico que es de 3 mm.

En la Figura 28.a se muestra el modelo de pórtico sometido a cargas que no provocan desplazamientos laterales, en la Figura 28.b se muestra el modelo de pórtico que tiene cargas horizontales que lo desplazan lateralmente. Las reacciones obtenidas en estos modelos son las requeridas para realizar el método simplificado.

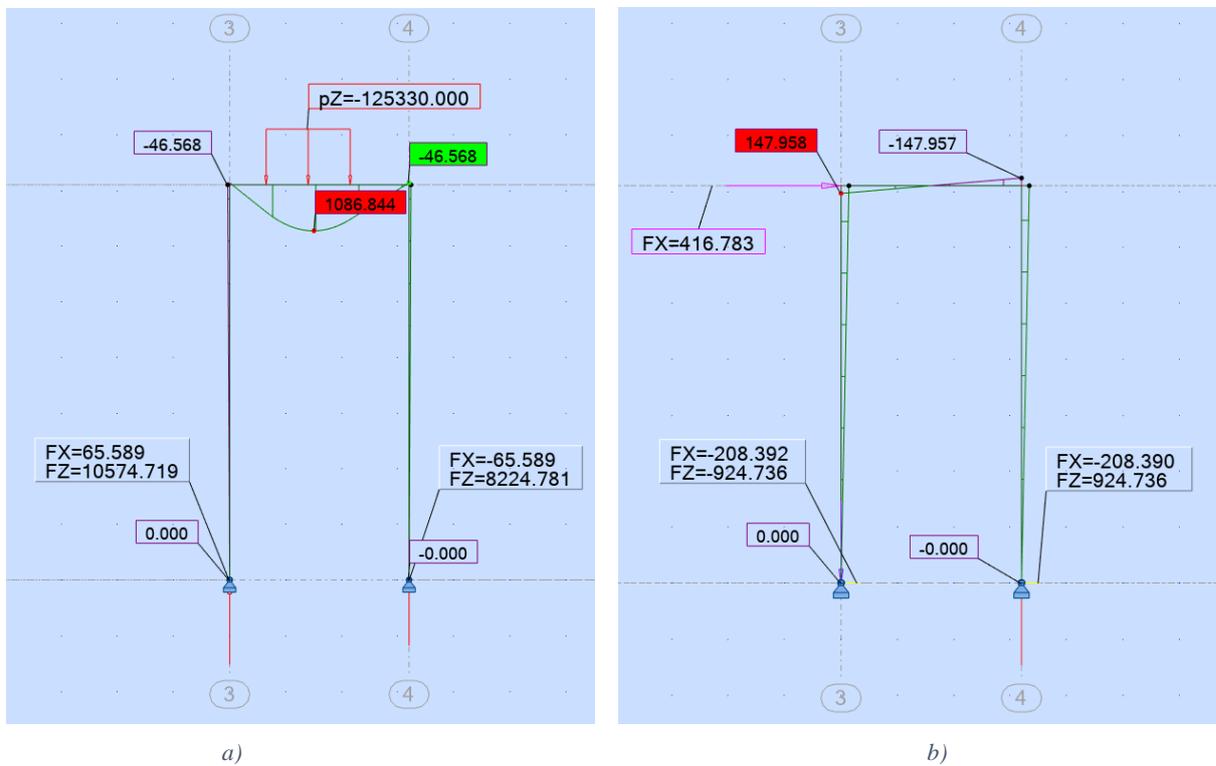


Figura 28: a) Momentos en pórtico no traslacional (N.m), b) en pórtico traslacional (N.m).

Los resultados de la verificación de este estado se muestran en la Tabla 12.

Tabla 12: Verificación a presflexión.

$V_{tot}$ (N)	<b>833,566</b>
$V_{angular}$ (N)	208,391
$M_{lt}$ (N.m)	150
$M_{nt}$ (N.m)	50
$P_{nt}$ (N)	11613
$P_{lt}$ (N)	925
$M_y = F_y \cdot S_x$ (N.m)	531
$C_b$	1,5
$M_{cr}$ (kN.m) [F10-5a]	10,471
$M_y/M_{cr}$	0,051
$M_n$ (N.m)	796
$\tau_b$	1,0
$C_m$	0,60
$P_{e1}$ (N)	207446,720
$B1$ ec. [A-8-3]	1.04
$P_{story}$ (N)	18,750
$P_{estory}$ (N)	158,267
$B_2$	1,24
$M_{rx}$ (N.m)	251,280
$M_{rx}/M_n$	0,307
$P_r$ (kN) ec. [A-8-2]	12741,345
$P_{adm}$ (N)	36649,102
$P_r/P_{adm}$	0,347
$P_r/P_c + 8/9(M_r/M_n) < 1$	0,6208

### Cortante

La verificación a corte se hará conforme al capítulo sección G4 (cortante en ángulos simples) de la norma. El cortante nominal en angulares viene dado por la ecuación:

$$V_n = 0,6F_y A_w C_v$$

Donde:

- $C_v = 1$
- $A_w$ , espesor por la longitud del ala del angular que se posicione paralela al corte.

Para cada angular es:

$$V_n = 36289,13 \text{ N}$$

$$\frac{V_n}{\Omega} = V_{adm} = 24192,75 \text{ N} \quad , \quad \Omega = 1,50$$

Se verifica el cortante máximo de 274,82 N, trabajando la sección a un **1.13 %** de su capacidad.

### 8.3.3. Placas laterales

A este elemento se lo modela como una viga apoyada en sus vínculos con la probeta (por medio de pernos) recibiendo la carga en sus extremos a través de los pernos unidos a los angulares. Para el cálculo de este elemento se utiliza el capítulo F11 de la norma. El esquema estático de la pieza y el diagrama de momentos obtenido se muestra en la Figura 29.

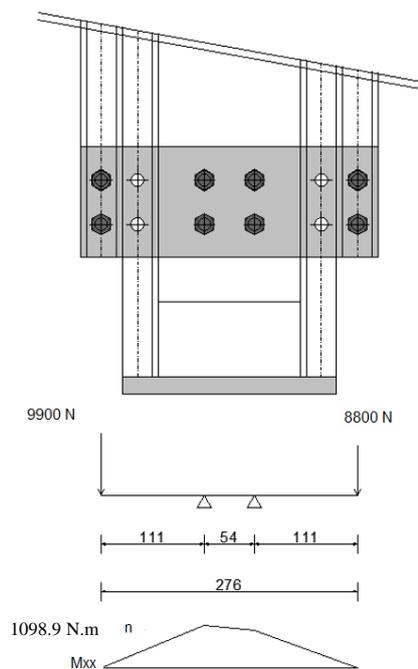


Figura 29: Esquema estático de la placa (medidas mm).

Se observa que el momento requerido es  $M_r = 1098.9 \text{ N.m}$ . El momento nominal de la placa se calcula con la siguiente expresión:

$$M_n = C_b \left[ 1,52 - 0,274 \left( \frac{L_b d}{t^2} \right) \frac{F_y}{E} \right] M_y \leq M_p,$$

se toma en consideración que las perforaciones ocupan un porcentaje de la sección de la placa en los lugares de los momentos máximos, se aplica una reducción en esa sección. El módulo plástico para la sección con perforaciones es de:

$$Z_x = 20506.9 \text{ mm}^4$$

Por lo tanto, el momento plástico es:

$$M_p = Z_x \cdot F_y = 51882.57 \text{ N.m}$$

El momento crítico por pandeo lateral torsional es de:

$$M_n = M_{cr} \leq M_p = 5049.00 \text{ N.m}$$

Aplicando la desigualdad, el momento nominal a considerar es igual al momento por pandeo lateral torsional ( $M_{cr}$ ) y el momento admisible es:

$$M_{adm} = \frac{M_n}{\Omega} = 3023.35 \text{ N.m}$$

$$\Omega = 1,67$$

La sección trabaja a un **36.32 %** de su capacidad.

### Verificación a corte

El valor de cortante nominal en la placa lateral viene dado por la siguiente ecuación obtenida de la sección G de la norma:

$$V_n = 0,6F_y A_n C_v$$

Donde:

- $C_v = 1$
- $F_y = 248 \text{ Mpa}$
- $A_n = 883,92 \text{ mm}^2$ , se descuentan las 2 perforaciones de 13,6 mm para determinar el área
- $\Omega = 1,67$

$$V_n = 131,55 \text{ kN}$$

$$V_{adm} = 87.70 \text{ kN}$$

$$V_r = 10,60 \text{ kN}$$

Se trabaja al **8.03 %** de la capacidad de la placa a corte.

### Bloque de cortante

Se estudian 3 áreas de bloque de cortante en la chapa lateral según el capítulo J4.2 de la norma. Los bloques de verificación se muestran en la Figura 30.

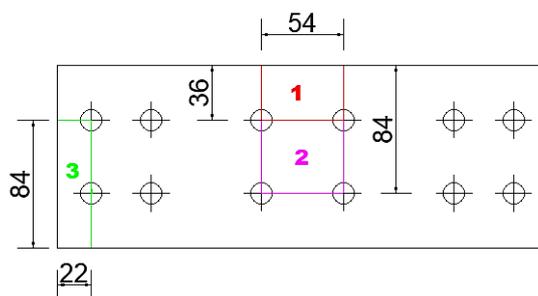


Figura 30: Zonas de bloque de cortante (mm).

La resistencia nominal está dada por la siguiente expresión:

$$R_n = 0,6F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \leq 0,6F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$$

Donde:

- $A_{nv}$  es el área neta a cortante.
- $A_{nt}$  es el área neta a tracción.
- $A_{gv}$  es el área bruta a cortante.
- $U_{bs}$  es el coeficiente que considera la distribución de tensiones y vale 1.
- $\Omega = 2$ .

Los valores obtenidos por zonas son los siguientes:

$$\text{Bloque 1) } \frac{R_n}{\Omega} = 125,65 \text{ kN} \geq 21,20 \text{ kN}$$

$$\text{Bloque 2) } \frac{R_n}{\Omega} = 198,42 \text{ kN} \geq 21,20 \text{ kN}$$

$$\text{Bloque 3) } \frac{R_n}{\Omega} = 198,42 \text{ kN} \geq 10,60 \text{ kN}$$

En todos los casos se verifica el estado límite con una holgura mínima del **16.7 %**.

### 8.3.4. Uniones por pernos

Estas uniones se realizan mediante pernos de acero A307. Los angulares se fijan a las placas laterales mediante pernos de 10mm de diámetro. La probeta se fija a las placas laterales con pernos de 12 mm de diámetro. Las verificaciones se realizan según la sección J de la norma.

#### *Unión Angular – placa lateral*

Las verificaciones en este caso se realizan a corte simple y aplastamiento de la chapa.

#### *Corte Simple*

El cortante requerido es de  $V_r = 5300 \text{ N}$  por perno, las uniones de los angulares con la chapa se dan con dos pernos cada una.

$$R_n = F_n \cdot A_b = 13410 \text{ N}$$

$$F_n = 188 \text{ Mpa}$$

$$R_{adm} = \frac{R_n}{\Omega} = 6705 \text{ N}, \text{ por perno.}$$

$$\Omega = 2,00$$

Por lo que los pernos de 10mm A307 verifican a corte en un **37,6 %** en las uniones con los angulares.

### ***Aplastamiento en chapa***

La expresión a verificar es la siguiente:

$$R_n = 1,2l_c t F_u \leq 2,4dt F_u = 89691 \text{ N}$$

- $F_u = 413 \text{ MPa}$
- $l_c = 48 \text{ mm}$  (distancia entre tornillos)
- $d = 9,53 \text{ mm}$
- $t = 9,5 \text{ mm}$  (espesor placa)

La resistencia nominal al aplastamiento resulta en:

$$\frac{R_n}{\Omega} = 44845 \text{ N}$$

$$\Omega = 2,00$$

No se excede el límite de aplastamiento para el cortante requerido de 5300 N, se trabaja en un **11.8 %** de la capacidad.

### ***Aplastamiento de chapa en unión con angular***

Nuevamente como en el caso anterior:

$$R_n = 1,2l_c t F_u \leq 2,4dt F_u = 60264,96 \text{ N}$$

- $F_u = 413 \text{ MPa}$
- $l_c = 48 \text{ mm}$  (distancia entre tornillos)
- $d = 9,53 \text{ mm}$
- $t = 6,4 \text{ mm}$  (espesor angular)

$$\frac{R_n}{\Omega} = 30147 \text{ N}$$

$$\Omega = 2,00$$

Por lo tanto, se verifica el estado para el valor requerido, se trabaja en un **17.6 %** de la capacidad.

### ***Unión probeta – placa lateral***

Para verificar a las uniones se recurren a las ecuaciones de Johansen (1949), las mismas se recogen en el EC-5 (Eurocódigo 5, UNE-EN 1995-1-1-2006). Las uniones trabajan a corte doble, con dos placas de acero laterales a la probeta. Dado que el espesor de las placas es menor al diámetro de los pernos, se utilizan las ecuaciones para placas delgadas.

Para la obtención del valor de diseño desde un valor característico se consideran los siguientes coeficientes de seguridad dados por el EC-5 para madera aserrada sólida:

$$\gamma_M = 1.3$$

$$k_{mod} = 1.00$$

Por ende, la capacidad de carga de diseño de la unión se calcula como:

$$F_{(V,d)} = k_{mod} F_{V,k} / \gamma_M$$

Donde:

$$F_{V,k} = \begin{cases} 0.5 f_{h,k} t d \\ 1.15 \sqrt{2 M_{y,Rk} f_{h,k} d + F_{ax,Rk} / 4} \end{cases}$$

$$M_{y,Rk} = 0.3 f_{u,k} d^{2.6}$$

$$F_{ax,Rk} = 0$$

Donde:

- $f_{h,k}$  es la capacidad característica de aplastamiento de la madera la misma se calcula como:

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \text{sen}^2 \alpha + k_{90} \text{cos}^2 \alpha}$$

$$f_{h,0,k} = 0.082(1 - 0.01d) \rho_k$$

- $f_{h,0,k}$ , es resistencia al aplastamiento paralelo a la fibra en MPa.
- $\rho_k$ , densidad característica de la pieza en  $\text{kg/m}^3$ .
- $\alpha$ , ángulo formado entre la dirección de carga y la fibra.
- $d$ , diámetro del perno en mm.
- Al termino  $F_{ax,Rk}$  se lo conoce como efecto “soga”, el mismo se deprecia dado que no se puede estimar su valor, según recomienda el EC-5.

Por otro lado  $M_{y,Rk}$  es el momento de plastificación del perno, se lo calcula como:

$$M_{y,Rk} = 0.3 f_{u,k} d^{2.6}$$

Donde:

- $d$  diámetro del perno en mm.
- $f_{u,k}$  valor ultimo característico de la resistencia a tracción. Se toma como 400 MPa.

Para los pernos de 12mm en estudio se obtienen los siguientes valores (Con  $\alpha = 0$ ):

$$M_{y,Rk} = 76,74 \text{ Nm}$$

$$f_{h,k} = 28,86 \text{ MPa}$$

Se obtiene una capacidad de carga característica:

$$F_{V,Rk} = 8385 \text{ N}$$

Capacidad de carga de diseño por plano de corte:

$$F_{V,d} = \frac{1,0}{1,3} \cdot 8385 = 6450 \text{ N}$$

Capacidad total por unión (ambos lados):

$$F_{V,d} = 12900 \text{ N}$$

$P = 37500 \text{ N}$ , carga aplicar a la pieza.

$$n = \frac{12900}{37500} \cdot 4 = 1,38 \rightarrow 4 \text{ bulones con } \mathbf{38\%} \text{ de holgura en su capacidad}$$

### 8.3.5. Uniones Soldadas

#### Introducción

Los angulares y las placas se unen por soldadura, las mismas se realizarán con electrodos E6013, con una resistencia mínima de 60 ksi (414 MPa). Se unirá por soldadura a la placa todo el perímetro de los angulares, se utiliza la tabla J2.4 de la norma. Se considera un tamaño de cateo de soldadura de 5mm, cuya garganta es:  $g = D/\sqrt{2} = 3,53 \text{ mm}$ . Se sueldan de la misma forma ambas placas. Como verificación, se calcula la capacidad de corte de las soldaduras frente a un cortante en la placa en ambas direcciones.

La resistencia nominal de la soldadura a corte se calcula con el mayor valor de las siguientes expresiones (ecuaciones J2-10a y J2-10b):

- 1)  $R_n = R_{wl} + R_{wt} = 0,6 \cdot F_{nw} \cdot A_{wl} + 0,6 \cdot F_{nw} \cdot A_{wt}$
- 2)  $R_n = 0,85 \cdot R_{wl} + 1,50 \cdot R_{wt} = 0,85 \cdot (0,60 \cdot F_{nw} \cdot A_{wl}) + 1,50 \cdot (0,60 \cdot F_{nw} \cdot A_{wt})$ 
  - $R_{adm} = R_n / \Omega$
  - $\Omega = 2,00$

Donde:

- $F_{nw}$  es el esfuerzo nominal del metal de la soldadura.
- $A_{wl}$  y  $A_{wt} = g \cdot L$  es el área nominal de la soldadura en el largo  $L$ , garganta  $g$ .

### Capacidad de soldadura en placa superior e inferior

La disposición de las soldaduras en las placas se muestra en las Figuras 31 y 32.

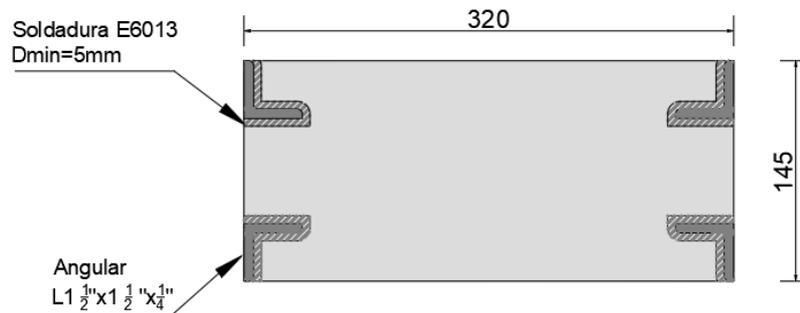


Figura 31: Disposición de soldadura en placa superior (mm).

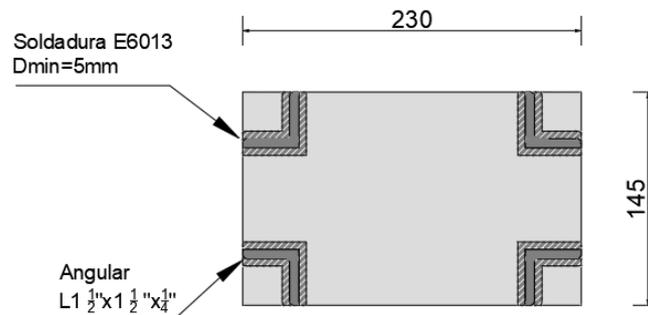


Figura 32: Disposición de soldadura en placa inferior (mm).

En la Tabla 13 se muestran los resultados del cálculo.

Tabla 13: Resistencia a corte de las soldaduras.

PLACA SUPERIOR		PLACA INFERIOR	
<b>L<sub>l</sub> (mm)</b>	284	<b>L<sub>l</sub> (mm)</b>	284
<b>L<sub>t</sub> (mm)</b>	112	<b>L<sub>t</sub> (mm)</b>	284
<b>F<sub>nw</sub> (MPa)</b>	414	<b>F<sub>nw</sub> (MPa)</b>	414
<b>D (mm)</b>	3	<b>D (mm)</b>	3
<b>g (mm)</b>	2,121	<b>g (mm)</b>	2,121
<b>R<sub>nl</sub> (kN)</b>	149	<b>R<sub>nl</sub> (kN)</b>	149
<b>R<sub>nt</sub> (kN)</b>	59	<b>R<sub>nt</sub> (kN)</b>	149
<b>R<sub>n</sub> (kN)</b>	216	<b>R<sub>n</sub> (kN)</b>	351
<b>Ω</b>	2,00	<b>Ω</b>	2,00
<b>R<sub>adm</sub> (N)</b>	108000	<b>R<sub>adm</sub> (N)</b>	176000

Como se aprecia, la capacidad a corte de las soldaduras es muy superior al cortante requerido de 5300 N, por lo cual se verifica el tipo y diseño de las soldaduras.

9. APÉNDICE 3: Plano de herraje

