Comunicaciones Digitales

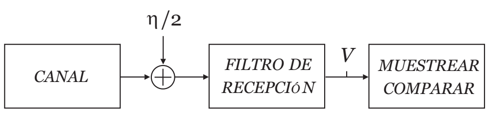
Práctico 2

Desempeño de sistemas digitales binarios bandabase

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cuál indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: ✦ básica, ★ media, ✷ avanzada, y ✹ difícil.

✦ Ejercicio 1

Se trasmite una señal binaria que toma valores 0 y A correspondientes a 0 y 1 lógicos en forma equiprobable e independiente de los valores anteriores por un canal con ruido blanco gaussiano aditivo de densidad espectral $\eta/2$. El receptor se esquematiza en la siguiente figura.



El filtro de recepción es un pasabajos ideal de ancho de banda B_T. Se supone que **no modifica los pulsos**, su finalidad es limitar el ruido.

(a) Si llamamos y a la señal a la entrada del comparador, hallar y graficar las probabilidades $p_Y(y|0)$, probabilidad de la señal y cuando se trasmitió un 0 lógico. Ídem con $p_Y(y|1)$ para el 1 lógico.

(b) Especificar los momentos estadísticos de interés.

(c) Dar el umbral de decisión y hallar la probabilidad de error.

★ Ejercicio 2

Sea un sistema de transmisión bandabase, binario y unipolar, donde los dígitos son equiprobables y se representan con los niveles $2A$ y 0, con un umbral de decisión A. Se utilizan pulsos cuadrados. El mensaje se transmite por un canal de atenuación L y se recibe con un receptor implementado con un filtro pasabajos, que agrega ruido de densidad espectral de potencia $\frac{\eta}{2}$.

(a) Realice un diagrama de bloques del sistema completo.

(b) Demuestre que la probabilidad de error de símbolo en recepción vale $P_e = Q(\sqrt{\frac{1}{2}SNR_R})$

(c) ¿Cómo quedaría la probabilidad de error de símbolo si el sistema fuera polar y con umbral de decisión en 0?

Ahora se desea recibir la señal con un pulso apareado.

(d) Realice un diagrama de bloques del nuevo sistema.

(e) Calcule las probabilidades de error de símbolo tanto para el caso polar como unipolar.

(f) Discuta todos los resultados anteriores.

⋆ Ejercicio 3

Halle, para cada uno de los cuatros casos del ejercicio anterior, la potencia mínima requerida en tramsisión de manera de lograr una probabilidad de error menor o igual a $P_e = 0.001$. Compare los resultados.

✶ Ejercicio 4

Se considera la transmisión de una señal binaria $x[k]$. Para transmitirla se utilizan pulsos $p(t)$ de duración T y forma sinusoidal:

$$p(t) = A\left[1 + cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right)\right] \qquad\qquad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

Los *unos* tiene probabilidad $\frac{2}{3}$ y se codificarán como $p(t)$; los *ceros* tienen probabilidad $\frac{1}{3}$ y se codificarán como $-p(t)$. Llamaremos $y(t)$ a esta señal conformada. El ruido que afecta a la señal recibida, $n(t)$, se podrá considerar blanco, gaussiano y aditivo, su densidad espectral de potencia será constante e igual a $\eta/2$. Para detectar los bits transmitidos utilizaremos un receptor de correlación.

(a) Dibujar un diagrama de bloques del receptor.

(b) Calcular los valores que toma la componente de señal $y'[k]$ y caracterizar la componente de ruido, $n'[k]$; siendo estas componentes las de la entrada al comparador.

(c) Calcular la probabilidad de error en la secuencia detectada, P_e, en función de las características de $p(t)$, de la potencia del ruido σ^2, y del umbral V.

(d) Calcule el valor óptimo (el que minimiza P_e) para el umbral V.

✶ Ejercicio 5

En un sistema de comunicación digital binario polar se transmite $s_i(t)$ con amplitudes 1 y -1 con pulsos rectangulares de ancho T equiprobables. El canal introduce ruido AWGN con densidad espectral de potencia $\eta/2$, siendo $\eta = 10^{-3}$ W/Hz. Si se recibe con un receptor de correlación, determinar la máxima tasa de transmisión que se puede alcanzar con una probabilidad de error $P_e \leq 10^{-3}$.

✷ Ejercicio 6

Se transmite información binaria por un canal, enviando durante un tiempo T, una amplitud nula si el bit es 0, o una amplitud $A\sqrt{L}$ si el bit es 1. Los bits son equiprobables e independientes entre sí. El canal tiene una atenuación en potencia L. El receptor introduce ruido aditivo, blanco y gaussiano (AWGN), con densidad espectral de potencia $\eta/2$. El filtro de recepción es un pasabajos ideal de ancho de banda $B = 1/T$ (que se supondrá que no modifica los pulsos) y V es el umbral de decisión.

(a) Calcular la potencia de la señal recibida y la potencia de ruido previo al muestreador.

(b) Hallar el umbral óptimo de decisión y la probabilidad de error resultante.

Ahora se modifica el protocolo de transmisión de bits, sin modificar el sistema de transmisión-recepción. Cada bit se envía 3 veces y el receptor decide por mayoría. Por ejemplo, si se desea enviar un '1' se transmite '111', si se recibe (con error) '011', por mayoría, se decide por '1'.

(c) Calcular la nueva probabilidad de error por bit.

✷ Ejercicio 7

Un sistema de comunicación binario utiliza las señales equiprobables $s_0(t)$ para trasmitir 0 y $s_1(t)$ para trasmitir 1. Las señales se definen como:

$$s_0(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T_b \\ 0 & otro\ \ caso \end{cases} \qquad s_1(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq aT_b \\ 0 & otro\ \ caso \end{cases}$$

Donde $0 \leq a \leq 1$. El canal cumple con las hipótesis usuales agregando ruido AWGN con densidad espectral de potencia (DEP) $G_n(f) = \frac{\eta}{2}$.

(a) Determinar la energía de bit (E_b).

(b) Determinar la energía de la diferencia de los pulsos (E_d).

(c) Dar el diagrama del receptor si se utiliza un filtro apareado, especificando todos sus parámetros y explicar su funcionamiento. Bosquejar la salida del filtro apareado cuando se recibe la cadena binaria 101.

(d) Calcular la probabilidad de error en función $\frac{E_b}{\eta}$ y a si el umbral es óptimo, no se presenta interferencia intersimbólica y se utiliza el filtro diseñado en la sección anterior.

(e) Se quiere que la probabilidad de error Pe no sea superior a 10^{-5}. Calcular los valores posibles de a de manera que $\frac{E_b}{\eta}$ sea 16dB.

Se quiere evaluar como es afectada la probabilidad de error (P_e) cuando se utiliza la modulación anterior con decodificación de errores y borrado. En lugar de hacer la decisión a favor de un símbolo podemos declarar borrado para algunos valores de detección. Asuma que los símbolos son equiprobables y que el ancho de la zona de borrado es $2m$, centrado en el umbral óptimo V_T.

(f) Hallar las expresiones para P_e y la P_{bor} (probabilidad de borrado) como una función de a y m.

(g) Determinar el valor de m para que se cumpla que $P_{\text{bor}} = 2P_e$, suponiendo que $P_e = 10^{-5}$.