# Fundamentos de Programación Entera

## Prueba final - 29/05/2018

- La prueba dura tres horas, es individual y sin material de consulta.
- Incluir en el margen superior derecho de cada hoja: nombre, CI, número de hoja y cantidad de hojas a entregar.
- Utilizar las hojas de un solo lado, cuidando la legibilidad.

1. Para el problema de programación entera $z = \min\{c^\tau x : x \in X \subseteq \mathbb{Z}^n\}$ se tienen las formulaciones $P_1$, $P_2$ y $P_3$ donde $z_i^{LP} = \min\{c^\tau x : x \in P_i\}$, con $i = 1, 2, 3$. Además, se sabe que $P_3$ es una mejor formulación que $P_1$, y que $P_2$ es una mejor formulación que $P_1$.

   (a) Comparar el conjunto factible del problema y las formulaciones entre sí.

   (b) Comparar los valores óptimos del problema y de las formulaciones entre sí.

   (c) Sea $x^*$ una solución óptima de $P_3$, si $x^* \in X$, ¿qué se puede afirmar de $x^*$ en relación al problema?

   (d) Si $P_2 = conv(X)$, ¿cuál es la respuesta al apartado (b)?

2. Sobre complejidad computacional

   (a) Explicar el vínculo entre algoritmos, problemas e instancias.

   (b) Definir la clase de problemas $\mathcal{NP}$.

   (c) Dados los problemas $P$ y $Q$ de la clase $\mathcal{NP}$, establecer el mecanismo de comparación que, sabiendo a que subclase de $\mathcal{NP}$ pertenece uno de ellos, permite determinar a que subclase pertenece el otro.

   (d) Establecer un diagrama de Euler de las clases $\mathcal{NP}$, $\mathcal{P}$ y $\mathcal{NPC}$.
   ¿Qué se podría inferir si se cumpliera que $\mathcal{P} \cap \mathcal{NPC} \neq \varnothing$?

3. Establecer y explicar el procedimiento de generación de inecuaciones válidas de Chvátal-Gomory para el conjunto factible

$$X = \{x \in \mathbb{Z}^n : \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}, x \geq 0\},$$

donde $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es una matriz con columnas $a_j$, con $j = 1, ..., n$.

4. Sea el problema $IP$

$$\begin{array}{rll} z = & \max & c^T x \\ & \text{s.a.} & \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \\ & & x \in X \subseteq \mathbb{Z}^n, \end{array}$$

donde las $m$ restricciones $Ax \geq b$ son difíciles de resolver.

(a) Definir *multiplicadores de Lagrange*, $u$, correspondientes a las restricciones difíciles de resolver.

(b) Establecer el problema de *relajación Lagrangeana* de dichas restricciones, $IP(u)$, con parámetro $u$ y valor óptimo $z(u)$.

(c) Establecer el problema *dual Lagrangeano*.

(d) Enumerar condiciones en que, para un $u$ dado, la resolución de $IP(u)$ puede llevar directamente a la resolución de $IP$.

5. Sobre heurísticas

(a) Explicar en que consiste una heurística.

(b) Establecer criterios de uso de heurísticas en programación entera.

(c) Describir una desventaja del uso de heurísticas.

(d) Indicar en que se diferencia la búsqueda local avanzada de la básica.