SyC - Hoja 1 - Ej. 4

Represente la siguiente ecuación diferencial mediante un diagrama de bloques que contenga sólo bloques constantes, integradores y sumadores. Las señales $y(t)$ y $u(t)$ representan, las señales de salida y entrada al sistema, respectivamente.

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_0 u$$

Asumiendo condiciones iniciales nulas y aplicando la transformada de Laplace:

$$s^n Y(s) + a_{n-1}s^{n-1}Y(s) + \cdots + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_0 U(s)$$

SyC - Hoja 1 - Ej. 4

Esquema de Kelvin

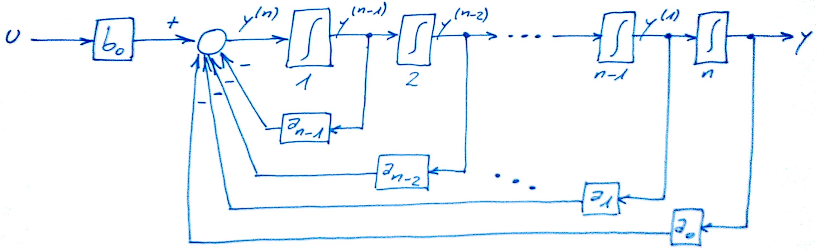
$$s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \cdots + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_0 U(s)$$

Despejando la derivada de y mayor orden:

$$s^n Y(s) = b_0 U(s) - a_{n-1} s^{n-1} Y(s) - \cdots - a_1 s Y(s) - a_0 Y(s)$$

Integrando n veces:

$$Y(s) = s^{-n} \left[b_0 U(s) - a_{n-1} s^{n-1} Y(s) - \cdots - a_1 s Y(s) - a_0 Y(s) \right]$$



SyC - Hoja 1 - Ej. 4

“Otra” forma

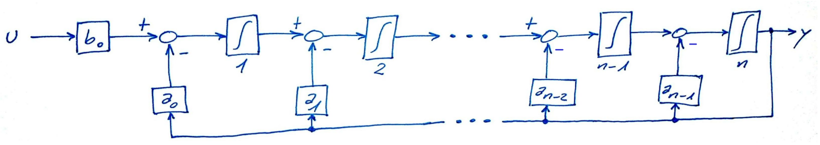
$$s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \cdots + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_0 U(s)$$

Procediendo igual que antes:

$$Y(s) = s^{-n} \left[b_0 U(s) - a_{n-1} s^{n-1} Y(s) - \cdots - a_1 s Y(s) - a_0 Y(s) \right]$$

Reordenando según la cant. de integraciones (de mayor a menor):

$$Y(s) = s^{-n} \left(b_0 U(s) - a_0 Y(s) \right) - s^{-(n-1)} a_1 Y(s) - \cdots - s^{-1} a_{n-1} Y(s)$$



SyC - Hoja 1 - Ej. 5

Represente la siguiente ecuación diferencial, de entrada $u(t)$ y salida $y(t)$,

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_m u^{(m)} + \cdots + b_0 u$$

usando los mismos tipos de bloques del ejercicio anterior. Analice los diferentes casos que surgen en relación a si es m es mayor, igual, o menor que n.

Asumiendo condiciones iniciales nulas y aplicando la transformada de Laplace:

$$s^n Y(s) + a_{n-1}s^{n-1}Y(s) + \cdots + a_0 Y(s) = b_m s^m U(s) + \cdots + b_0 U(s)$$

$$\underbrace{\left(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0\right)}_{a(s)} Y(s) = \underbrace{\left(b_m s^m + \cdots + b_0\right)}_{b(s)} U(s)$$

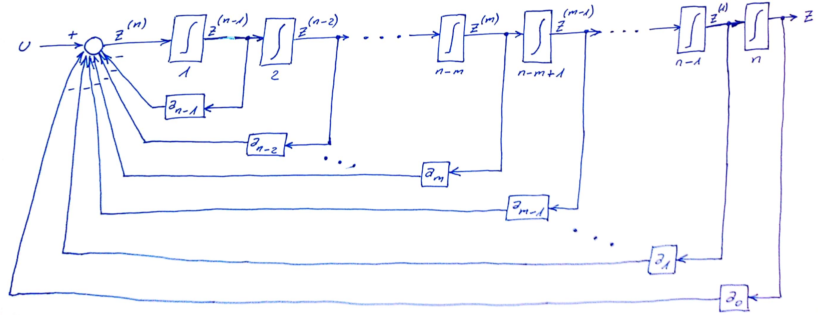
$$a(s)Y(s) = b(s)U(s)$$

SyC - Hoja 1 - Ej. 5

Utilizando el esquema de Kelvin para realizar $\frac{1}{a(s)}$

$$Y(s) = b(s)\underbrace{\frac{1}{a(s)}U(s)}_{Z(s)}$$

Nos concentramos en $Z(s) = \frac{1}{a(s)}U(s)$ y lo realizamos según el esquema de Kelvin:



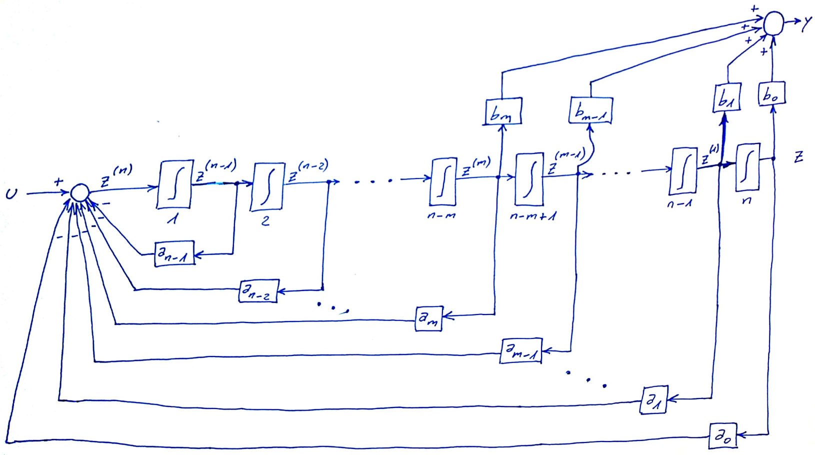
SyC - Hoja 1 - Ej. 5

Utilizando el esquema de Kelvin para realizar $\frac{1}{a(s)}$

La salida del sistema original es y, no z ...

$$Y(s) = b(s)Z(s) = b_m s^m Z(s) + \cdots b_1 s Z(s) + b_0 Z(s)$$

...pero estas derivadas de z ¡ya las realizamos!



SyC - Hoja 1 - Ej. 5

Utilizando la “otra” forma de realizar $\frac{1}{a(s)}$

Como antes, despejamos la derivada de y de mayor orden:

$$s^n Y(s) = b_m s^m U(s) + \cdots + b_0 U(s) - a_{n-1} s^{n-1} Y(s) - \cdots - a_0 Y(s)$$

Integramos n veces:

$$\begin{aligned} Y(s) = & \quad b_m s^{-(n-m)} U(s) + \cdots + b_0 s^{-n} U(s) \\ & -a_{n-1} s^{-1} Y(s) - \cdots - a_m s^{-(n-m)} Y(s) - \cdots - a_0 s^{-n} Y(s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y(s) = & \ s^{-n} (b_0 U(s) - a_0 Y(s)) + \cdots + s^{-(n-m)} (b_m U(s) - a_m Y(s)) \\ & - s^{-(n-m-1)} a_{m+1} Y(s) - \cdots - s^{-1} a_{n-1} Y(s) \end{aligned}$$