CUADERNO DE EJERCICIOS

(resultados)

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE CONTROL

Departamento de Control y Electrónica Industrial

Instituto de Ingeniería Eléctrica

Facultad de Ingeniería

Edición 2011

Contenido:

Hoja de ejercicios Nº0 : Fundamentos

1) Cálculo matricial: Multiplicación e inversión, valores y vectores propios.

a)

$$\lambda.I - A = \begin{bmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ 6 & 11 & \lambda+6 \end{bmatrix} \qquad \det(\lambda.I - A) = \lambda^2.(\lambda+6) + 6 + 11.\lambda = (\lambda+1).(\lambda+2).(\lambda+3)$$

Los valores propios (v.p.) son: $\{-1; -2; -3\}$

Calculos los vectores propios, como: $A.(VP_i) = \lambda_i.(VP_i)$

Para $\lambda = -1$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ z = -y \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Análogamente, para $\lambda = -2$ y $\lambda = -3$ se obtienen $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix}$, respectivamente.

b) P se arma con los V.P. "colgados" y **D** es la matriz diagonal con los v.p.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

c) Se debe ejecutar: [P,D] = eig(A)

2) Transformada de Laplace

a)

f(t)	$\delta(t)$	$7{,}8$	$16.e^{-8.t}$	$18.t$	$120.sen(25.t)$	$3{,}2.\cos(1000.t)$	$8.t^2$
F(s)	1	$\frac{7{,}8}{s}$	$\frac{16}{s+8}$	$\frac{18}{s^2}$	$\frac{3000}{s^2+625}$	$\frac{3{,}2.s}{s^2+10^6}$	$\frac{16}{s^3}$

b)

f(t)	$7{,}8+16.e^{-8.t}$	$8{,}2.t.e^{-2{,}5.t}$	$9.e^{-3.t}.sen(100.t)$	$2.sen(t-6)$
F(s)	$\frac{7{,}8}{s}+\frac{16}{s+8}$	$\frac{8{,}2}{(s+2{,}5)^2}$	$\frac{900}{(s+3)^2+10^4}$	$\frac{2.e^{-6s}}{s^2+1}$

f(t)	$5.e^{-7.t}.\cos(50.t)$	$45.e^{-5.(t-6)}$	$4{,}8.e^{-5.t}.\cos(400.t-36^o)$
F(s)	$\frac{5.(s+7)}{(s+7)^2+50^2}$	$\frac{45.e^{-6.s}}{s+5}$	$\frac{2{,}4\angle-36^o}{s+5-j.400}+\frac{2{,}4\angle+36^o}{s+5+j.400}$

c)

f(t)	$12.\int x(t).dt + 17.x(t)$	$8.\frac{d^2x}{dt^2}+5.\frac{dx}{dt} \quad \frac{dx}{dt}(0)=8 \; y \; x(0)=-4$
F(s)	$\left(\frac{12}{s}+17\right).X(s)$	$(8.s^2+5.s).X(s)+32.s-44$

d)

F(s)	345	$\frac{345}{s}$	$\frac{6,7}{s^2}$	$\frac{45}{s+72}$	$\frac{25.\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{28.s}{s^2+\omega^2}$
f(t)	$345.\delta(t)$	345	$6,7.t$	$45.e^{-72.t}$	$25.sen(\omega.t)$	$28.\cos(\omega.t)$

e)

F(s)	$\frac{650}{(s+8)^2}$	$\frac{250.\omega}{(s+4)^2+\omega^2}$	$\frac{16.(s+5)}{(s+5)^2+\omega^2}$	$\frac{64\angle 48^o}{s+8-j.16}+\frac{64\angle -48^o}{s+8+j.16}$
f(t)	$650.t.e^{-8.t}$	$250.e^{-4.t}.sen(\omega.t)$	$16.e^{-5.t}.\cos(\omega.t)$	$128.e^{-8.t}.\cos(16.t+48^o)$

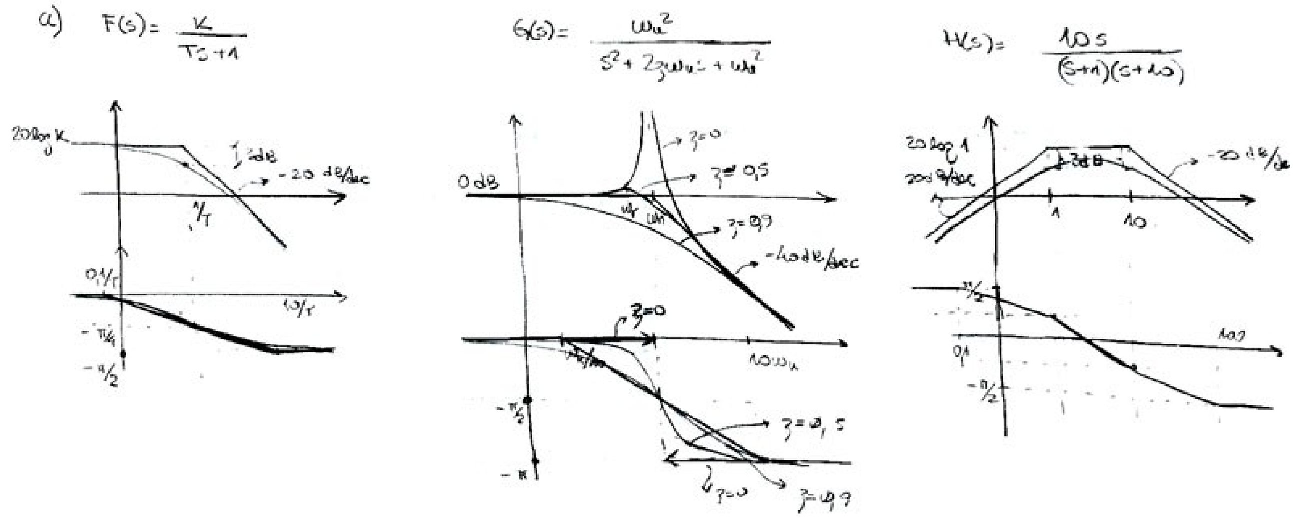
f)

F(s)	$\frac{82}{s.(5.s+1)}$	$\frac{4.(s+5).(s+7)}{s.(s+3).(s+6)}$	$\frac{2.(s+5)}{(s+1)^2}$	$\frac{s+2}{s^2+2.s+4}$
f(t)	$82.(1-e^{-0,2.t})$	$7,78-3,56.e^{-3.t}-0,22.e^{-6.t}$	$2.e^{-t}+8.t.e^{-t}$	$e^{-t}.\cos(\sqrt{3}.t)+\frac{1}{\sqrt{3}}.e^{-t}.sen(\sqrt{3}.t)$

3) Ecuaciones diferenciales

	Solución
a)	$x_1(t)=0,4.(1-e^{-5.t});\quad x_2(t)=0,4.(2-e^{-2,5.t}-e^{-5.t})$
b)	$V_o(t)=8,095.\left[\ 1+1,046.e^{-0,6.t}.sen(1,96.t-1,868)\ \right]$

4) Respuesta en frecuencia: Diagramas de Bode

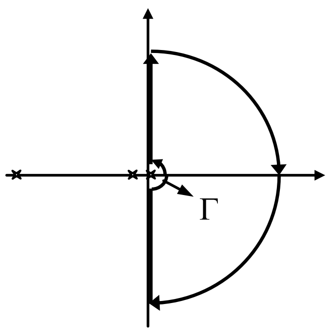


b)

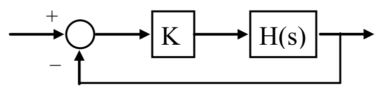
u(t)	$10.sen(t)$	$5.sen(10.t+\pi/2)$	$2.sen(t)+10.sen(10.t+\pi)$
y(t)aprox	$10.sen(t-\pi/4)$	$0,5.sen(10.t)$	$2.sen(t-\pi/4)+sen(10.t+\pi/2)$
y(t)real	$10/\sqrt{2}.sen(t-\pi/4)$	$5/\sqrt{101}.sen(10.t+Arctg(0,1))$	$\sqrt{2}.sen(t-45^o)+0,995.sen(10.t+95,7^o)$

5) Respuesta en frecuencia: Diagramas de Nyquist

a) Diagrama de Nyquist



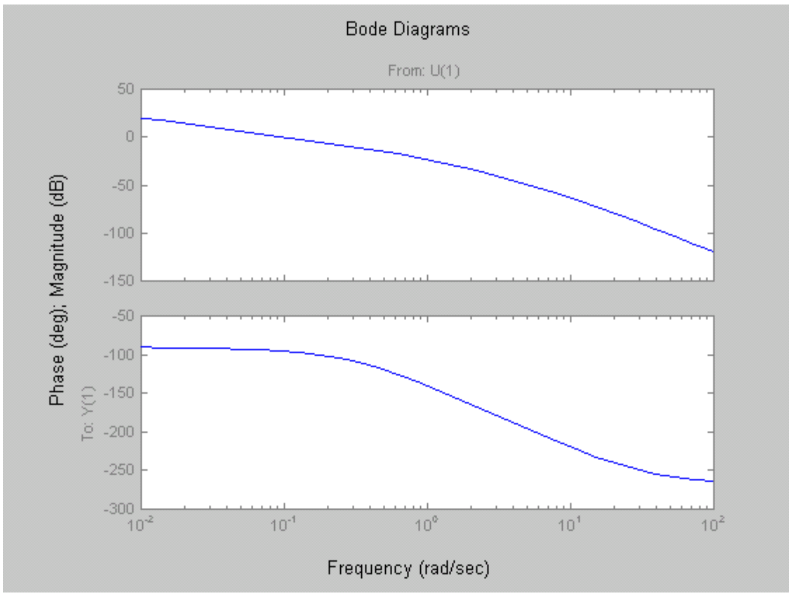
$$H(s) = \frac{1}{s.(s+1).(s+10)}$$

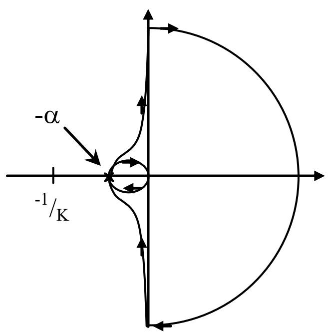


Rodeo el polo en s = 0 dejándolo fuera: **P** = 0

$$\Gamma = r.e^{j.\theta}, \quad r \to \infty \ y \ \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$H(\Gamma) = \frac{1}{r.e^{j.\theta}(1 + r.e^{j.\theta})(10 + r.e^{j.\theta})} \quad \text{que con } r \to \infty,\ H(\Gamma) \cong \frac{e^{-j.\theta}}{10.r}$$





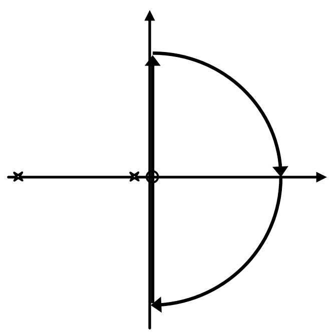
$$\alpha = \left|H(j\omega)\right|_{\omega=\omega_0}$$

ω_0 es la media geométrica entre 1 y 10 $\Rightarrow \omega_0 = 3{,}16$ y $\alpha = \dfrac{1}{110}$

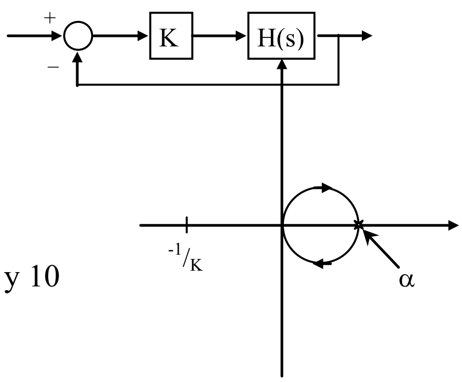
$$\vec{N} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} -\dfrac{1}{K} < 0 \quad \Rightarrow \quad K > 0 \\ \qquad\qquad y \\ -\dfrac{1}{K} < -\alpha \quad \Rightarrow \quad K < \dfrac{1}{\alpha} = 110 \end{cases}$$

b) Cond. de estabilidad: $\boxed{0 < K < 110}$

A) Diagrama de Nyquist



$$H(s) = \frac{10.s}{(s+1).(s+10)}$$



El cero en s = 0 no molesta

P = 0

$$\alpha = \left|H(j\omega)\right|_{\omega=\omega_0}$$

ω_0 es la media geométrica entre 1 y 10

$\Rightarrow \omega_0 = 3{,}16$ y $\alpha = 0{,}909...$

$$\vec{N} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} -\dfrac{1}{K} < 0 \quad \Rightarrow \quad K > 0 \\ o \\ 0 > -\dfrac{1}{K} > \alpha \quad \Rightarrow \quad 0 > K > -\dfrac{1}{\alpha} = -1{,}1 \end{cases}$$

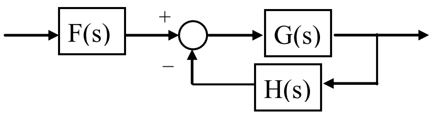
B) Cond. de estabilidad: $\boxed{K > -1{,}1}$

6) Modelado

a)	$C.\ddot{V}_o + \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right).\dot{V}_o + \dfrac{1}{L}.V_o = \dfrac{1}{R_1}.\dot{V}_i$
b)	$C.\dot{V}_i + \dfrac{1}{R_1}.V_i = -\dfrac{1}{R_2}.V_o$
c)	$\left(\dfrac{J}{R^2} + M_1 + M_2\right).\ddot{x} = -(B + K_d).\dot{x} - K_s.x$
d)	$\begin{cases} \left(\dfrac{J_1}{R_1^2} + \dfrac{J_2}{R_2^2}\right).\ddot{x}_1 = K_{s2}.(x_2 - x_1) - K_{s1}.x_1 - K_d.\dot{x}_1 - \left(\dfrac{B_1}{R_1^2} + \dfrac{B_2}{R_2^2}\right).\dot{x}_1 \\ M.\ddot{x}_2 = -K_{s2}.(x_2 - x_1) \end{cases}$
e)	$\begin{cases} S.\dot{H} = A + U - K.\sqrt{H} \\ S.H.\dot{X} = (1 - X).A - X.U \end{cases}$

Hoja de ejercicios Nº1 : Diagrama de Bloques y Clasificación de Sistemas

1) Caso:



$$FT(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G.F}{1 + G.H}$$

6) $a \geq 0$ y $t_c \geq b$

7) **a)** V sólo si el sistema es algebraico
b) V
c) V sólo si el sistema tiene salida nula para entrada nula
d) V
e) V

10) **a)** Algebraico
b) Parámetros concentrados: 2 variables de estado
c) Parámetros concentrados: 1 variable de estado
d) Algebraico

Hoja de ejercicios Nº2 : Modelado - Variables de Estado y Sensibilidad

1) c) $$G_a = \frac{\left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)}{1 + \frac{R_f}{R_i} + A}$$

2) a) $$G = \frac{1}{1 + \frac{R_b + r_\pi}{R_e.(\beta + 1)}}$$

4) a) $$\begin{cases} \dfrac{di_a}{dt} = \dfrac{1}{L_a}.(V_a - R_a.i_a - K_a.\omega). \\ \dfrac{di_b}{dt} = \dfrac{1}{L_b}.(V_b - R_b.i_b - K_b.\omega) \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{1}{J}.(K_a.i_a + K_b.i_b - b.\omega - C) \end{cases}$$

5) $$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}^{\bullet} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/C_1 & 1/C_1 \\ 0 & 0 & -1/C_1 & 0 \\ 1/L_1 & 1/L_1 & 0 & 0 \\ -1/L_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/L_2 \end{bmatrix} . [u] \qquad [y] = [-1 \quad -1 \quad 0 \quad 0] . \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + [1].[u]$$

6) b) $$H(s) = \frac{K + b.s}{[m_2.s^2 + b.s + K + K_2].[m_1.s^2 + b.s + K + K_1] - (K + b.s)^2}$$

Hoja de ejercicios Nº3 : Modelado - Variables de Estado y Condiciones iniciales

2) Primer principio a cada recipiente: Al recipiente 1 queda $\left(V_1.c_1.T_1\right)^{\bullet} = q_1.c_1.\left(T_{1i} - T_1\right) + k.\left(T_2 - T_1\right)$

Hoja de ejercicios Nº4 : Modelado - Linealización

1) a) $m.\ddot{X} = -b.\dot{X} - k.(X - d) + F_m \qquad F_m = \left.\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial X}\right|_{I=cte}$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}.\int_V \vec{B}.\vec{H}.dl = \frac{S}{2}.\left[\int_0^{L-X} B.H.dl + \int_0^{g} B.H.dl\right] \qquad (\mu_{Fe} = \infty)$$

$$H = \frac{B}{\mu};\quad B = \frac{\Phi}{S};\quad \Phi = \frac{N.I}{\Re};\quad \Re = \frac{long}{\mu.\mathrm{sec}\,ción} = \frac{L - X}{\mu_{aire}.S} + \frac{g}{\mu_{aire}.S}$$

$$\varepsilon = \frac{N^2.I^2.\mu_{aire}.S}{2.(g + L - X)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{m.\ddot{X} = -b.\dot{X} - k.(X - d) + \frac{N^2.I^2.\mu_{aire}.S}{2.(g + L - X)^2}}$$

b) $I_0^2 = \dfrac{2.(g + L - X_0)^2.k.(X_0 - d)}{N^2.\mu_{aire}.S} \qquad m.\ddot{x} = -b.\dot{x} + \left(\dfrac{2.(X_0 - d)}{g + L - X_0} - 1\right).K.x + \dfrac{N^2.\mu_{aire}.S.I_0}{(g + L - X_0)^2}.i$

2) Modelo linealizado

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.r_0.\omega_0^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2.\dfrac{\omega_0^2}{r_0} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.X + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{m.r_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{m.r_0} \end{bmatrix}.U$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.X + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.U$$

3) $\dfrac{\varphi(s)}{V(s)} = \dfrac{a.k_2.r}{\left[J.s^2 + B.s + (k_2 + k_3).r^2\right].\left[b.s + k_1 + k_2\right] - k_2^2.r^2}$ Se considera el brazo mecánico de la

$$\varphi(t) = \varphi_f(t) + \varphi_p(t) = 1{,}2 - \left(0{,}3 + \frac{\pi}{2}.0{,}061\right).e^{-3{,}01.t} + 0{,}16.\left(\cos(1{,}323.t) - 5{,}2.\sin(1{,}323.t)\right).e^{-0{,}5.t}$$

d) [num,den] = ss2tf(A,B,C,D,in) en este caso in = 1

Hoja de ejercicios Nº5 : Matriz de transición de estados

2) a)

$$e^{A.t}=\begin{bmatrix} e^{2.t}+0{,}243.\left(e^{5{,}56.t}-e^{1{,}44.t}\right) & e^{2.t}-0{,}864.e^{1{,}44.t}-0{,}136.e^{5{,}56.t} & 0{,}485.\left(e^{1{,}44.t}-e^{5{,}56.t}\right) \\ 0{,}243.\left(e^{1{,}44.t}-e^{5{,}56.t}\right) & 0{,}864.e^{1{,}44.t}+0{,}136.e^{5{,}56.t} & 0{,}485.\left(e^{5{,}56.t}-e^{1{,}44.t}\right) \\ 0{,}5.e^{2.t}-0{,}19.e^{1{,}44.t}-0{,}31.e^{5{,}56.t} & 0{,}5.e^{2.t}-0{,}674.e^{1{,}44.t}+0{,}174.e^{5{,}56.t} & 0{,}38.e^{1{,}44.t}+0{,}62.e^{5{,}56.t} \end{bmatrix}$$

5) Balance de masa a cada especie:

$$\left(V.C_r\right)^{\bullet}=V.\dot{C}_r=Q.C_{ri}-Q.C_r-V.K.C_r$$

$$\left(V.C_p\right)^{\bullet}=V.\dot{C}_p=0-Q.C_p+V.K.C_r$$

Hoja de ejercicios Nº6 : Respuesta temporal

2) a) $H(s)=\dfrac{V_O(s)}{V_I(s)}=\dfrac{A}{A-4}$

b) $H(s)=\dfrac{V_O(s)}{V_I(s)}=\dfrac{K}{2.R.C.s^3+4.s^2+2.R.C.K.s+K}=\dfrac{1}{(s+1).(s^2+s+1)}$

c) Error entrada salida $\to\infty$; la señal $v_E(t)\to\dfrac{16}{K}$

3) a) $\boldsymbol{n}$ = 955 rpm

b) $\dfrac{n(s)}{V_R(s)}=\dfrac{30}{\pi}.\dfrac{A\phi.\beta.(\beta+2)}{R_1.R.C.(J.s^2+b.s)+A\phi.\beta.(\beta+2).K_f}$

c) τ = 0,366; t_S = 1,2 s

5) b) $\dfrac{\theta_m}{V_A}(s)=\dfrac{A_2.K_m}{T_m.s^2+s+A_2.K_m.K_p}$ $\quad\left(\dfrac{n}{n_C}\right)^{OL}=\dfrac{n}{\theta_m}.\dfrac{\theta_m}{V_A}.\dfrac{V_A}{n_C}=\dfrac{A_1.A_2.f.K_m.K_V.{}^{N_m}\!/_{N_V}}{S.s.\left(T_m.s^2+s+A_2.K_m.K_p\right)}$

e) $3{,}3\le A_1\le 4{,}49$

Hoja de ejercicios Nº7 : Estabilidad - Lugar de las Raíces

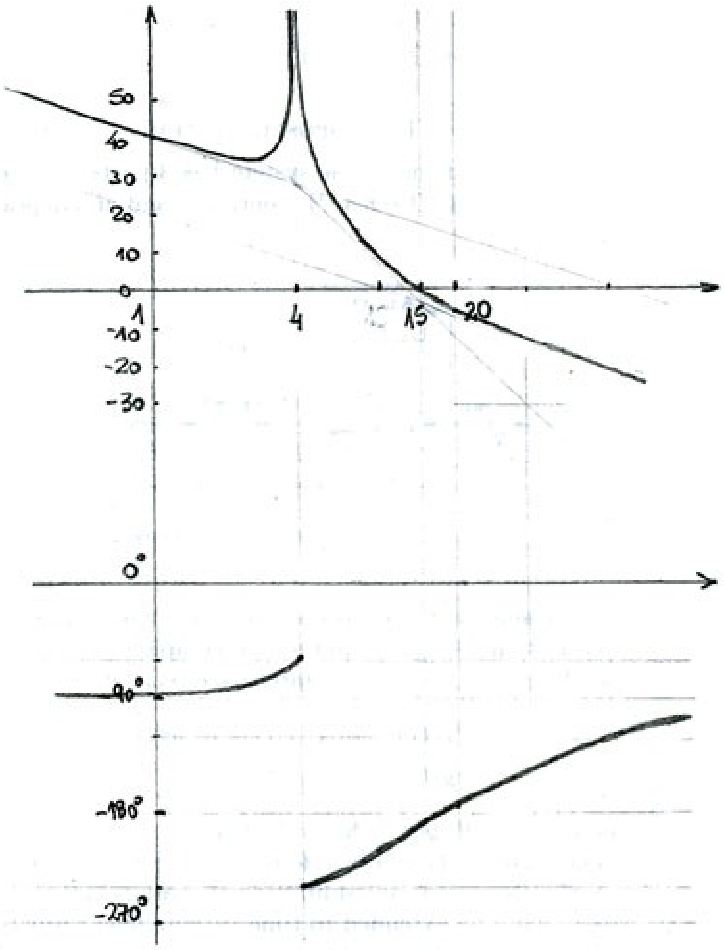
1) $A_{OL} = K\dfrac{s^2 + 35s + 300}{s(s^2 + 16)}$

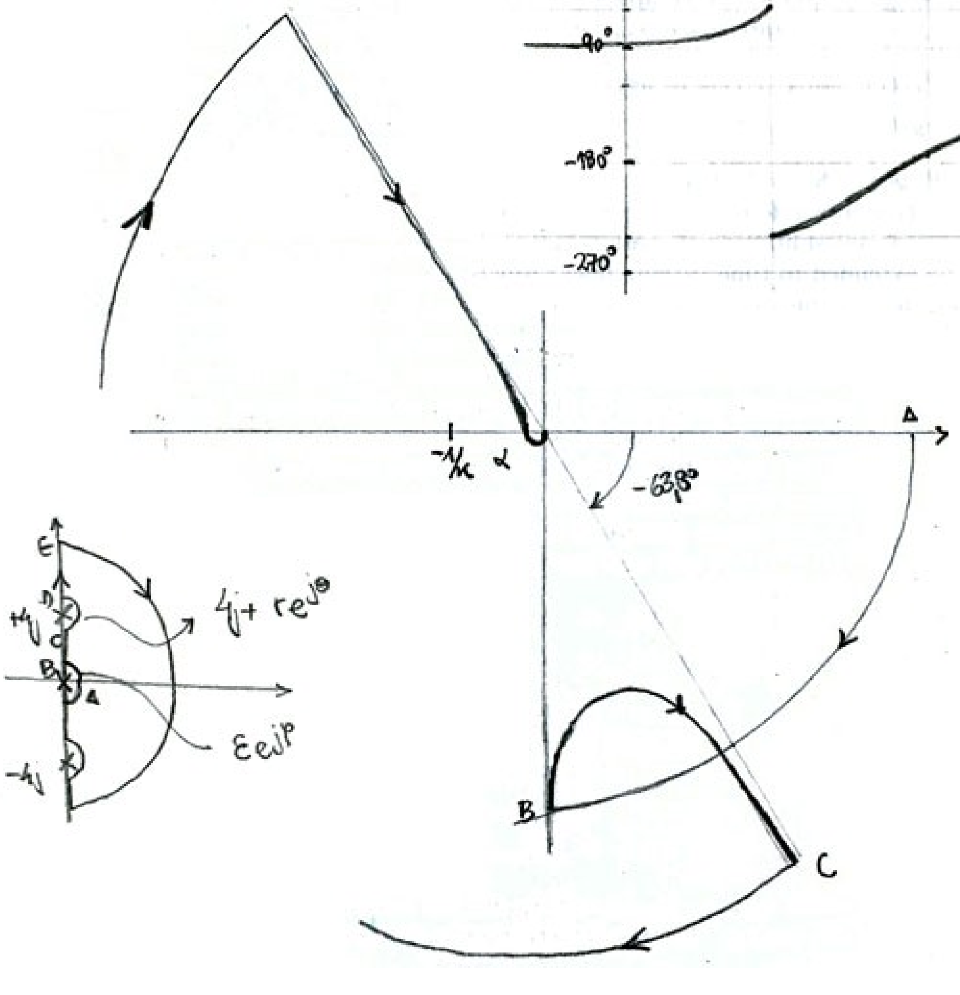
c) $K > 8{,}13 = \mathbf{-1/\alpha}$

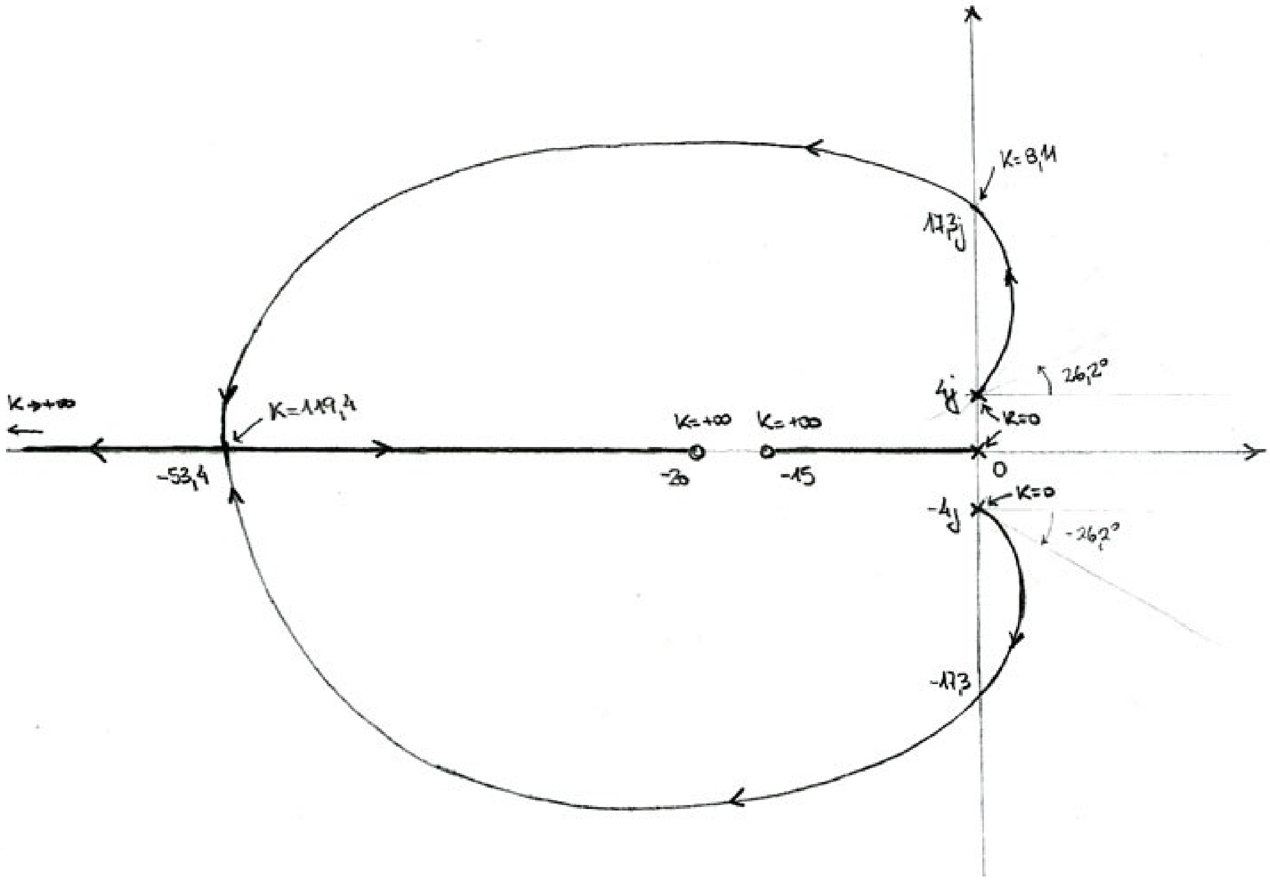
e) **bode**(num,den)

f) [mag,fase,w] = **bode**(num,den)
i = **max**(**size**(w))
w(i+1) = $w_r - \varepsilon$, w(i+2) = $w_r + \varepsilon$, w = **sort**(w)
bode(num,den,w)

g) **nyquist**(num,den), **hold on**, mapear las curvas con $r \to 0$ con **plot**, **zoom** para sacar α.







6) a) $\dfrac{V_O}{V_I} = -\dfrac{1+R.C.s}{(1+2.s^2).(1+R.C.s)+(2,5+s).R.C.s^2}$ Hallar polos y ceros de lazo cerrado.

b) $F(s) = 1+2.s^2 + K.s.(1+2,5.s+3.s^2) = 0 \qquad K = R.C$

c) Dibujar el lugar de las raíces.

Hoja de ejercicios Nº8 : Estabilidad - Respuesta en frecuencia

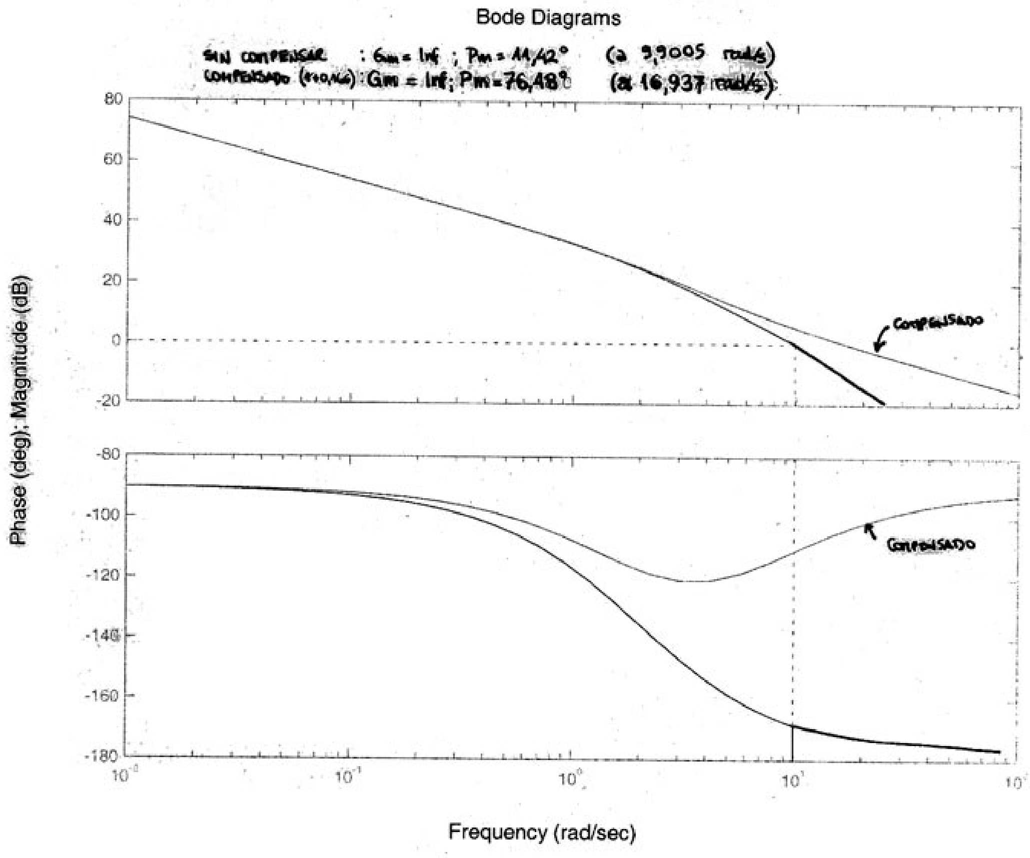
5) a) $\dfrac{\theta_o}{\theta_i} = \dfrac{\alpha.(1+R_2.C.s)}{J.R_1.C.s^3 + \beta.R_1.C.s^2 + \alpha.R_2.C.s + \alpha} \qquad \alpha = \dfrac{\Lambda\phi}{R}.\dfrac{A.V_{CC}}{2.\pi} \qquad \beta = b + \dfrac{(\Lambda\phi)^2}{R}$

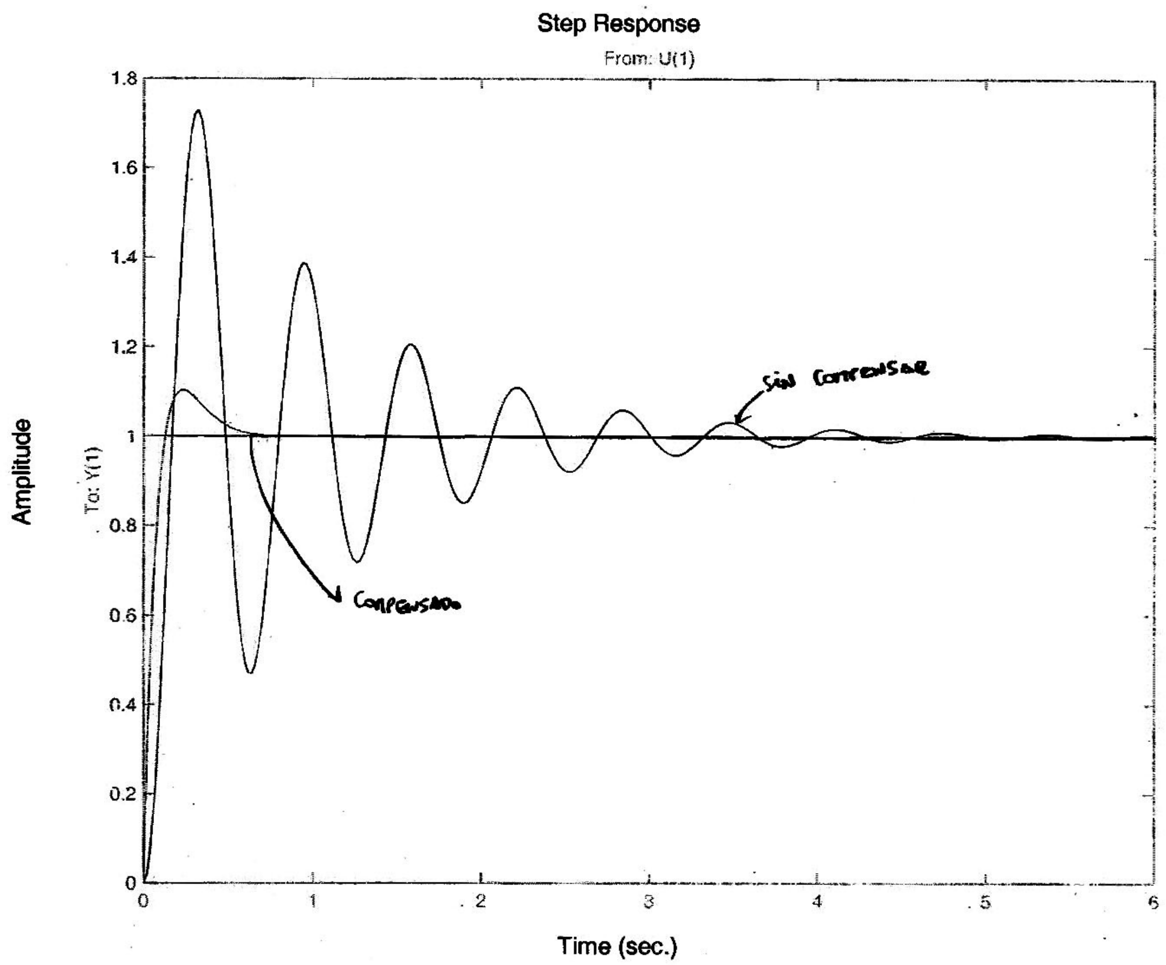
Hoja de ejercicios Nº9 : Compensadores

4) a) Estable $\Leftrightarrow$ $0 < K_2 < 2.\zeta.\omega_n + K_1.\omega_n^2$

5) a) K = 0,16

	Sin compensar	Compensado
b)	$\omega_C = 9{,}9 \ \ rad/s \qquad MF = 11{,}4^{\circ}$	$\omega_C = 16{,}94 \ \ rad/s \qquad MF = 76{,}5^{\circ}$
c)	$\omega_{BW} = 15{,}4 \ \ rad/s$	$\omega_{BW} = 20{,}3 \ \ rad/s$
d)	$y(t) = 1 + 1{,}005.e^{-t}.\sin(9{,}95.t - 1{,}67)$	$y(t) = 1 + 1{,}892.e^{-t}.\sin(4{,}36.t - 0{,}557)$





Hoja de ejercicios Nº10 : Tiempo Discreto - Transformada Z

4) $x_k = \left(-2 + 3.2^k\right).u_k + \left[\left(2.x_{-2} - x_{-1}\right) + \left(x_{-1} - x_{-2}\right).2^{k+2}\right]u_{k+2}$

Hoja de ejercicios Nº11 : Tiempo Discreto - Muestreo y Estabilidad

1)

	a)	b)	c)	d)
G(s)	1	1/s	1/(s + a)	$(s + 3)/(s^2 + 2.s + 2)$
A(z)	1	$\dfrac{T}{z-1}$	$\dfrac{1}{a}\left(1-\dfrac{z-1}{z-e^{-a.T}}\right)$	$\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}\dfrac{(z-1)(3.z+e^{-T}.(\sin T-3.\cos T)}{z^2-2.z.e^{-T}.\cos T+e^{-2.T}}$

3) b) Polos: $z = e^{-a.T}$

4) a) $\Phi=\begin{bmatrix}\cos T & \sin T\\ -\sin T & \cos T\end{bmatrix}$ $\quad\Gamma=\begin{bmatrix}1-\cos T\\ \sin T\end{bmatrix}$ $\quad$ **b)** $\dfrac{Y(z)}{U(z)}=\dfrac{3}{2}-2.\dfrac{z-1}{z-e^{-T}}+\dfrac{1}{2}.\dfrac{z-1}{z-e^{-2.T}}$

7) a) 1 afuera
b) 1 afuera
c) 2 sobre

8) $A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 2\\ -1 & 2 & 2\\ -1 & 1 & 4\end{bmatrix}$

$$\Gamma=\begin{bmatrix}0{,}5.(e^{2.T}-1)+0{,}243.\left(\dfrac{e^{5{,}56.T}-1}{5{,}56}-\dfrac{e^{1{,}44.T}-1}{1{,}44}\right)\\ 0{,}243.\left(\dfrac{e^{1{,}44.T}-1}{1{,}44}-\dfrac{e^{5{,}56.T}-1}{5{,}56}\right)\\ 0{,}25.(e^{2.T}-1)-0{,}189.\left(\dfrac{e^{1{,}44.T}-1}{1{,}44}\right)-0{,}311.\left(\dfrac{e^{5{,}56.T}-1}{5{,}56}\right)\end{bmatrix}$$

$$\Phi=\begin{bmatrix}e^{2.T}+0{,}243.\left(e^{5{,}56.T}-e^{1{,}44.T}\right) & e^{2.T}-0{,}864.e^{1{,}44.T}-0{,}136.e^{5{,}56.T} & 0{,}485.\left(e^{1{,}44.T}-e^{5{,}56.T}\right)\\ 0{,}243.\left(e^{1{,}44.T}-e^{5{,}56.T}\right) & 0{,}864.e^{1{,}44.T}+0{,}136.e^{5{,}56.T} & 0{,}485.\left(e^{5{,}56.T}-e^{1{,}44.T}\right)\\ 0{,}5.e^{2.T}-0{,}19.e^{1{,}44.T}-0{,}31.e^{5{,}56.T} & 0{,}5.e^{2.T}-0{,}674.e^{1{,}44.T}+0{,}174.e^{5{,}56.T} & 0{,}38.e^{1{,}44.T}+0{,}62.e^{5{,}56.T}\end{bmatrix}$$

11) a) $\dfrac{Y(z)}{U(z)}=\dfrac{\overline{G}(z)}{1+\overline{GF}(z)}=\dfrac{4.T.(z-e^{-2.T})}{4.z^2+(2.T-5-3.e^{-2.T}).z+1+3.e^{-2.T}-2.T.e^{-2.T}}$

b) $\dfrac{Y(z)}{U(z)}=\dfrac{\overline{G}(z)}{1+\overline{G}(z).\overline{F}(z)}=\dfrac{2.T.(z-e^{-2.T})}{2.z^2-2.(1+e^{-2.T}).z+2.e^{-2.T}+T-T.e^{-2.T}}$

12) a) Si
b) K_1 y K_2 positivos
c) $K_1 > 0$ y además $\begin{cases}-2.e^{-0{,}5.K_1.T}.\cos(\omega.T)<e^{-K_1.T}+1\\ 2.e^{-0{,}5.K_1.T}.\cos(\omega.T)<e^{-K_1.T}+1\end{cases}$