

Práctico 4 - Series

1. Indicar si las siguientes series son convergentes o no, hallando sus suma en caso de serlo.

$$\begin{aligned}
 & a) \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n+3} \quad c) \sum_{n=1}^{+\infty} 5^{n+1} \quad d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{n(n+3)} \\
 & e) \sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(\frac{n^2 + 2n + 1}{n^2}\right) \quad f) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)} \quad g) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \operatorname{arctg}(n+1) - (n+1) \operatorname{arctg}(n)}{n(n+1)}
 \end{aligned}$$

2. Determinar si las siguientes series son convergentes o divergentes aplicando el criterio de comparación.

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^n} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} e^{-\sqrt{n+1}}$$

3. Determinar si las siguientes series son convergentes o divergentes aplicando el criterio del equivalente.

$$a) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 1} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3} \quad c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(n+1) - \log(n)}{10n + 1}$$

4. Usar el criterio del cociente para estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$$

5. Usar el criterio de la raíz para estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$$

6. Sabiendo que $a_n \geq 0$ y que $\sum a_n$ converge, indicar si las siguientes series son convergentes o no, explicando por qué.

$$a) \sum \frac{1}{a_n} \quad b) \sum a_n^2 \quad c) \sum \sqrt{a_n} \quad d) \sum \log(1 + a_n)$$

7. Estudiar la convergencia de las siguientes series alternadas. En caso de que sean convergentes, estudiar si también lo son absolutamente.

$$\begin{aligned}
 & a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2 + 1} \\
 & c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{6n - 5} \quad d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (n^3 + 2n^2 + 8n + 5)}{n^5 + 4n^3 + 15}
 \end{aligned}$$

8. Estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)\log(n+1)} \quad c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{e^n} \quad d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$$

9. Sea R un rectángulo de lado 1. Se trazan líneas de forma de dividir R en 9 rectángulos iguales de lado $\frac{1}{3}$, y se pinta el rectángulo del centro. Inductivamente, se divide cada rectángulo sin pintar en 9 rectángulos y se pinta el del centro.

- Calcular el área pintada luego de realizar el procedimiento n veces.
- Calcular el área pintada luego de realizar el procedimiento infinitas veces.

Realice el mismo tipo de estudio pero ahora con el perímetro del área pintada.

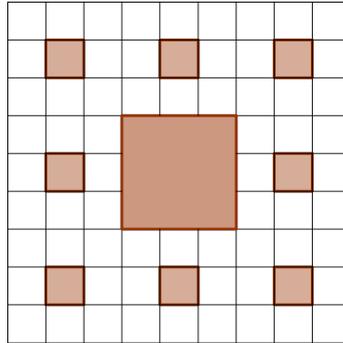


Figura 1: Figura que se obtiene en el paso 2.