

Práctico 9

BASE Y DIMENSIÓN

- En los siguientes casos, hallar una base y la dimensión del subespacio S del espacio vectorial V .
 - $V = \mathbb{R}^3$, $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y - z = 0\}$.
 - $V = \mathbb{R}_3[x]$, $S = \{p \in \mathbb{R}_3[x] : p(2) = 0\}$.
 - $V = \mathcal{M}(\mathbb{R})_{3 \times 3}$, $S = \{A \in \mathcal{M}_{3 \times 3} : A \text{ es simétrica}\}$.
 - $V = \mathcal{M}(\mathbb{R})_{2 \times 2}$, $S = \{A \in \mathcal{M}_{2 \times 2} : \text{tr}(A) = 0\}$.
- En cada parte, el conjunto S es un conjunto generador del espacio vectorial V . Encontrar una base que sea un subconjunto de S .
 - $V = \mathbb{R}^3$, $S = \{(1, -1, 2), (4, -3, 7), (2, 0, 5), (1, 2, 6)\}$.
 - $V = \mathcal{M}_{2 \times 2}$ $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.
- Sea S un subconjunto LI de V . Agregar vectores a S hasta conformar una base de V .
 - $V = \mathbb{R}^4$, $S = \{(1, 0, 2, 2), (1, 1, 0, 0)\}$.
 - $V = \mathbb{R}_3[x]$, $S = \{1 - x + x^2, x - x^2\}$.
- En cada ítem probar que \mathcal{B} es una base del espacio V , y hallar las coordenadas del vector v en la base \mathcal{B} .
 - $\mathcal{B} = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\}$, $V = \mathbb{R}^3$, y $v = (1, 2, 3)$.
 - $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \right\}$, $V = \mathcal{M}_{2 \times 2}$ y $v = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$.
- Discutir según $\alpha \in \mathbb{R}$ si el conjunto $\mathcal{A} = \{p_1, p_2, p_3\}$ es una base de $\mathbb{R}_2[t]$ donde

$$p_1(t) = 1 + t, \quad p_2(t) = 1 + \alpha t + t^2, \quad p_3(t) = 1 + t^2.$$
- Rango.** En este ejercicio se vincula el rango de una matriz con la dimensión de cierto espacio asociado a ella. En cada parte se brinda una $A \in \mathcal{M}_{m \times n}$ y se debe calcular:
 - rango(A)
 - La dimensión del espacio $\text{Ker } A = \{X \in \mathcal{M}_{n \times 1} : AX = 0\}$.
 - Verificar que $\dim(\text{Ker } A) + \text{rango}(A) = n$.

$$a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 & -4 \\ 2 & -6 & -3 & 1 \\ -3 & 8 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad c) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 & 8 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -3 & 10 & 9 \\ 3 & 6 & 0 & 6 & 9 \end{pmatrix} .$$