# Introducción a GLPK en Optimización de Problemas de Producción

#### Docentes:

Fernando Islas - Joaquín Correa - Carlos Testuri

Departamento de Investigación Operativa. Instituto de Computación. Facultad de Ingeniería. Universidad de la República

2024

#### **GNU Linear Programming Kit (GLPK)**

Sistema informático para la resolución de problemas de programación lineal y programación lineal entera mixta, integrado por

- Lenguaje de modelado algebraico (MathProg)
- Solver (*glpsol*) utiliza diferentes algoritmos: métodos simplex primal y dual, punto interior primal-dual y branch and cut.

#### Problemas en GNU MathProg (GMPL)

- Los problemas se escriben en un archivo de texto plano utilizando los elementos del lenguaje
- Descripción del modelo: Formado por una secuencia de sentencias
- Datos del modelo: Formado por una secuencia de bloques de datos

#### Descripción del modelo: Sentencias

- Las sentencias son la la unidad básica del lenguaje
- Toda sentencia finaliza con un punto y coma (;)
- Sentencias Declarativas: Sirven para definir objetos del modelo
- Sentencias Funcionales: Para realizar acciones específicas

# Descripción del modelo: Objetos

- Es definido mediante un nombre simbólico que lo identifica
- Los objetos pueden ser: escalares o *n*-dimensionados ( $n \ge 1$ )
- Objetos Escalares: Los referenciamos por medio del nombre; por ejemplo t
- Objetos Vectoriales(1-dimensión): Los referenciamos por medio del nombre y un subíndice entre corchetes; por ejemplo: nutriente[i]
- **Objetos** *n***-Dimensionados**: Los referenciamos por medio del nombre y *n* subíndices entre corchetes; por ejemplo para *n*=2 (matriz), *contenido[i,j]*

# Descripción del modelo: Conjuntos, Parámetros y Variables

- Los **conjuntos** definen el dominio de los índices utilizados en el modelo
- Los parámetros representan datos de la realidad
- Las variables representan magnitudes que están bajo el control de quién toma las decisiones

| Definición y Sintáxis         | Ejemplo                                |
|-------------------------------|--|
| Conjuntos                     |  |
| set nombre;                   | set A;                                 |
| Parámetros                    |  |
| param nombre dominio;         | <pre>param precio{i in A};</pre>       |
| Variables de Decisión         |  |
| var nombre dominio expresión; | $\mathbf{var} \ x\{i \ in \ A\} >= 0;$ |

#### Descripción del modelo: Restricciones

 Las restricciones representan exigencias que debe cumplir la solución que buscamos

#### Definición y Sintáxis

#### Restricciones

**s.t.**  $nombre\ dominio: expresi\'on = expresi\'on;$ 

**s.t.** *nombre dominio* :  $expresi\'on \le expresi\'on$ ;

**s.t.** *nombre dominio* : *expresión*  $\geq$  *expresión*;

#### Ejemplo

**s.t.**  $demanda\{j in N\}$ :

 $sum\{i \text{ in } A\} x[i] * contenido[i,j] >= requisito[j];$ 

## Descripción del modelo: Función Objetivo

• La función objetivo representa la expresión que queremos optimizar

| Definición y Sintáxis    | Ejemplo                           |
|--------------------------|-----------------------------------|
| Función Objetivo         |                                   |
| <b>maximize</b> nombre : |                                   |
| expresión;               |                                   |
| <b>minimize</b> nombre : | minimize costo:                   |
| expresión;               | $sum\{i in A\} precio[i] * x[i];$ |
|                          |                                   |

#### Descripción del modelo: Comentarios

- Es una construcción muy útil al momento de documentar nuestros modelos
- Sirven para hacer anotaciones legibles
- Estas anotaciones son ignoradas por el intérprete que procesa el modelo
- Comentarios de línea: El carácter numeral (#) comenta todo lo que se encuentre a su derecha hasta el final de la línea
- Comentarios de bloque: La secuencia barra asterisco (/\*) comenta todos los caracteres que se encuentren hasta la secuencia asterisco barra (\*/)

#### Datos del modelo

 La primera forma de proporcionarle datos al modelo es por medio del operador de asignación := (dos puntos igual) en la declaración (definición) del objeto. Por ejemplo:

**set** *A* := Leche Carne Arroz Papa Tomate;

 La segunda es por medio de bloques de datos en la sección de datos del modelo

#### Datos del modelo: Sección de datos

- La sección de datos del modelo puede estar definida en el mismo archivo que la descripción del modelo, luego de la sentencia data;
- En esta sección las expresiones no están permitidas
- Por medio de bloques de datos se asignan valores a los Conjuntos y a los Parámetros

```
sentencia;
sentencia;
data;
bloque de datos;
bloque de datos;
end;
```

#### Datos del modelo: Sección de datos (2)

 Aunque por lo general vamos a querer tener los datos del modelo en un archivo diferente, de modo de poder instanciar un mismo modelo con distintos juegos de datos

```
sentencia;
sentencia;
sentencia;
end;
```

```
data;
bloque de datos;
bloque de datos;
. . .
bloque de datos;
end;
```

Archivo del modelo

Archivo de datos

## Datos del modelo: Bloques de datos

| Bloque de datos  | Ejemplo  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
| Conjuntos  |  |  |  |  |  |  |
| <b>set</b> <i>nombre</i> := $t_1, \ldots, t_n$ ;                     | <b>set</b> A := Leche Carne Arroz Papa Tomate; |  |  |  |  |  |
| Parámetros (Escalar)   |  |  |  |  |  |  |
| $\mathbf{param}\ nombre := v;$                                       | $\mathbf{param}\ T := 4;$                      |  |  |  |  |  |
| Parámetros (Vector)  |  |  |  |  |  |  |
| <b>param</b> $nombre := t_1, v_1,$ <b>param</b> $precio := Leche 24$ |  |  |  |  |  |  |
| $t_2$ ,  | v <sub>2</sub> , Carne 190                     |  |  |  |  |  |
|  | Arroz 32                                       |  |  |  |  |  |
| $t_{n-}$   | $v_{n-1}$ , Papa 25                            |  |  |  |  |  |
| $t_n$ ,  | $v_n$ ; Tomate 50;                             |  |  |  |  |  |

#### Datos del modelo: Bloques de datos (2))

#### Bloque de datos

#### Parámetros (Matriz) param nombre $c_1$ $c_2$ $c_n$ := $r_1$ $a_{11}$ $a_{12}$ $a_{1n}$ $r_2$ $a_{21}$ $a_{22}$ $a_{2n}$ $r_m$ $a_{m1}$ $a_{m2}$ ... $a_{mn}$ ;

#### Ejemplo

#### Parámetros (Matriz) param contenido Gr Pr Ca := Leche 20 34 49 250 180 0 Carne 2,5 67 780 Arroz. Papa 21 170 47: *Tomate* 2 11

# Formulación básica (MathProg)

$$\begin{array}{ll} \max & \sum_{j \in J} c_j x_j \\ \text{s.a} & \sum_{j \in J} A_{ij} x_j \leq b_i, \forall i \in I \\ & x_j \geq 0, \text{entero}, \forall j \in J. \end{array}$$

# Formulación básica (MathProg)

$$\max \sum_{j \in J} c_j x_j$$
s.a 
$$\sum_{j \in J} A_{ij} x_j \le b_i, \forall i \in I$$

$$x_j \ge 0, \text{ entero}, \forall j \in J.$$

```
maximize obj:
                                                                  sum\{j in J\} c[j] * x[j];
\max \sum_{j \in J} c_j x_j
s.a \sum_{j \in J} A_{ij} x_j \le b_i, \forall i \in I 
x_j \ge 0, \text{ entero}, \forall j \in J.
s.t. \text{ rest {i in I}:} 
sum{j in J} A[i,j] * x[j] <= b[i];
```

# Formulación básica (MathProg modelo completo)

## Conjuntos

I

#### Parámetros

 $c_{j}$ 

 $b_i$ 

 $A_{i}$ 

#### Variable de decision

 $x_j$ 

$$\max \sum_{j \in J} c_j x_j$$
  
s.a 
$$\sum_{j \in J} A_{ij} x_j \le b_i, \forall i \in I$$
  
$$x_i \ge 0, \text{ entero}, \forall j \in J.$$

#### Formulación básica (MathProg modelo completo)

```
Conjuntos
Parámetros
A_{ii}
Variable de decision
x_i
    \max \sum_{j \in J} c_j x_j \\ \text{s.a} \sum_{i \in J} A_{ij} x_j \le b_i, \forall i \in I
                x_i \ge 0, entero, \forall j \in J.
```

```
1 set I;
2 set J;
4 param c{J};
5 param b{I};
6 param A{I, J};
|var| \times |J| >= 0, integer;
10 maximize obj:
   sum\{j in J\} c[j] * x[j];
13 s.t. rest{i in I}:
  sum\{j in J\} A[i,j] * x[j]
  <= b[i];
16
17 end;
```

# Formulación básica (modelo y datos)

#### basico.mod

```
set I;
2 set J;
4 param c{J};
param b{I};
param A{I,J};
|var x\{J\}\rangle = 0, integer;
maximize obj:
   sum\{j in J\} c[j] * x[j];
s.t. rest{i in I}:
   sum\{j \ in \ J\} \ A[i,j] * x[j] <= b[i];
end;
```

# basico.dat

```
set I := 1, 2, 3;
  set J := 1, 2, 3, 4;
|| param c := 1 11,
             2 22,
             3 33,
             4 44:
9 param b :=
  1 100, 2 200, 3 300;
12 param A:
13
14
15 2 9 10 11 12
  3 13 14 15 15;
16
18 end:
```

# Ejemplo: Conjuntos indizados y parámetros de más de dos dimensiones

prod.mod

prod.dat

```
set P;
                # productos
 set A\{P\};
              # areas de
                                 || param h := 3;
     mercado
                                 |\mathbf{set} \ \mathbf{P} := \mathbf{b} \ \mathbf{c};
param h; # n mero
                                   set A[b] := east north;
     semanas
                                  set A[c] := east west export;
6 param market :=
6 # 1 mite de producto por
                                 7 | [b, *, *]: 1
                                 8 east 2000
                                                  2000
                                                         1500
     semana
param market{p in P, A[p], T}
                                 9 north 4000
                                                   4000
                                                         2500
  >= 0:
                                11 [c,*,*]:
                                                            3 :=
# producto vendido
                                            1000
                                                         1000
                                12 east
                                                    800
var Sell {
                                13 west 2000
                                                   1200
                                                         2000
p in P, a in A[p], t in T
                                14 export 1000
                                                    500
                                                          500 ;
| \rangle >= 0, <= market[p,a,t];
                                16
                                   . . .
                                18 end;
```

#### Problema de la dieta

El problema trata de la selección de alimentos que satisfacen requisitos nutricionales a costo mínimo. Dado un conjunto de alimentos, con su información nutricional y precio, el objetivo es seleccionar las cantidades de alimentos a adquirir de forma de minimizar el costo de la dieta, mientras se cumple con requisitos nutricionales. Estos requisitos se establecen como cotas mínimas de algunos componentes nutricionales.

Cuadro: Contenido de nutrientes y precios por alimento

| Alimento          | Grasas(g) | Proteínas(g) | Carbohidratos(g) | Precio(\$) |
|-------------------|-----------|--------------|------------------|------------|
| Leche (L)         | 20        | 34           | 49               | 24         |
| Carne (Kg)        | 250       | 180          | 0                | 190        |
| Arroz (Kg)        | 2.5       | 67           | 780              | 32         |
| Papa (Kg)         | 1         | 21           | 170              | 25         |
| Tomate (Kg)       | 2         | 11           | 47               | 50         |
| Requisitos (/día) | 60        | 120          | 280              |            |

#### Problema de la dieta (Formulación)

El objetivo es determinar la cantidad diaria de cada alimento a adquirir mediante las variables  $x_L$ ,  $x_C$ ,  $x_A$ ,  $x_P$ ,  $x_T$ .

Para cada nutriente existe una restricción de cantidad mínima.

$$\begin{cases} \min & 24x_L + 190x_C + 32x_A + 25x_P + 50x_T \\ s.a. & 20x_L + 250x_C + 2,5x_A + x_P + 2x_T \ge 60, \\ & 34x_L + 180x_C + 67x_A + 21x_P + 11x_T \ge 120, \\ & 49x_L + 780x_A + 170x_P + 47x_T \ge 280, \\ & x_L, x_C, x_A, x_P, x_T \ge 0. \end{cases}$$
 (Carbohidratos)

# Implementación del Problema de la dieta (Conjuntos y Parámetros)

```
# PROBLEMA DE LA DIETA

# set A;
/* Alimentos */

set N;
/* Nutrientes */
```

```
param precio { i in A };

/* Precio por alimento */

param requisito { j in N };

/* Requisitos nutricionales diarios */

param contenido { i in A, j in N };

/* Contenido nutricional j por alimento i */
```

# Implementación del Problema de la dieta (Variables, restricciones y objetivo)

```
var x{i in A} >= 0;
/* Cantidades a ser adquiridas */
```

```
minimize cost: sum{i in A} precio[i] * x[i];
/* Costo minimo */
```

```
s.t. demanda{j in N}: sum{i in A} x[i] * contenido[i,j] >= requisito[j];
/* Satisfaga los requisitos diarios para el nutriente i */
```

#### Implementación del Problema de la dieta (Bloques de datos)

```
data:
30 set A := Leche Carne Arroz Papa Tomate;
32 set N := Grasas Proteinas Carbohidratos;
34 param precio := Leche 24 /*($ por litro)*/
                 Carne 190 /*($ por Kg)*/
                 Arroz 32 /* (\$ por Kg) */
                 Papa 25 /* ($ por Kg) */
                 Tomate 50; /*(\$ por Kg)*/
40 param requisito := Grasas 60 /*(g diarios)*/
                    Proteinas 120 /*(g diarios)*/
41
                    Carbohidratos 280; /* (g diarios) */
```

# Implementación del Problema de la dieta (Bloques de datos) (2)

| param | contenido : | Grasas | Proteinas | Carbohidratos | := |
|-------|-------------|--------|-----------|---------------|----|
| #     |             | (g)    | (g)       | (g)           |    |
|       | Leche       | 20     | 34        | 49            |    |
|       | Carne       | 250    | 180       | 0             |    |
|       | Arroz       | 2.5    | 67        | 780           |    |
|       | Papa        | 1      | 21        | 170           |    |
|       | Tomate      | 2      | 11        | 47;           |    |
| end;  |             |        |           |               |    |

#### Resolución

El programa glpsol es ejecutado desde la línea de comandos. Para obtener la consola de línea de comandos en MS-Windows hay que ejecutar el programa cmd.exe.

En glpsol, para indicarle al intérprete que el archivo de entrada corresponde a una descripción de un modelo, se utiliza la opción model. Por medio de la opción output se le indica el archivo en donde se almacenará la salida con los resultados. Las opciones son antecedidas por dos guiones o signo de menos.

C:\> glpsol --model dieta.mod --output dieta.sol

#### Interpretación de los resultados (Información sobre el problema)

```
Problem: dieta
Rows: 4
Columns: 5
Non-zeros: 19
Status: OPTIMAL
Objective: cost = 80.3187251 (MINimum)
```

El solver ha encontrado un valor óptimo (mínimo en este caso) al problema *dieta* y vale \$ 80.3187251.

#### Interpretación de los resultados (Información sobre el estado de la función objetivo y las restricciones)

| No. | Row name     | St     | Activity | Lower bound | Upper bound | Marginal |
|-----|--------------|--------|----------|-------------|-------------|----------|
| 1   | cost         | В      | 80.3187  |             |             |          |
| 2   | demanda[Gras | sas]   |          |             |             |          |
|     |              | NL     | 60       | 60          |             | 0.414343 |
| 3   | demanda[Prot | einas  | :]       |             |             |          |
|     |              | NL     | 120      | 120         |             | 0.462151 |
| 4   | demanda[Cark | oohidr | atos]    |             |             |          |
|     |              | В      | 368.988  | 280         |             |          |

Analizando la tabla vemos que el estado (columna St) de los requisitos nutricionales en Grasas esta acotado inferiormente (NL). Su valor marginal (valor dual o precio sombra) vale \$ 0.4143 por lo que si la restricción fuera relajada, la función objetivo mejoraría ese valor. Con los requisitos de Proteínas sucede algo similar. Sin embargo los requisitos nutricionales en Carbohidratos no están acotados (St es B) por lo que la restricción esta inactiva. Relajarla no mejorará el valor objetivo; su valor dual es cero.

# Interpretación de los resultados (Información de la solución)

| No. | Column name | St | Activity | Lower bound | Upper bound | Marginal |
|-----|-------------|----|----------|-------------|-------------|----------|
| 1   | x[Leche]    | В  | 2.96414  | 0           |             |          |
| 2   | x[Carne]    | NL | 0        | 0           |             | 3.22709  |
| 3   | x[Arroz]    | В  | 0.286853 | 0           |             |          |
| 4   | x[Papa]     | NL | 0        | 0           |             | 14.8805  |
| 5   | x[Tomate]   | NL | 0        | 0           |             | 44.0876  |

Vemos en la columna Activity la solución óptima del problema. Las que presentan estado B son las variables básicas. La solución es entonces Leche = 2.96414 L y Arroz 0.286853 kg. Deberíamos adquirir esas cantidades diariamente para minimizar los costos y cumplir con los requisitos nutricionales. La columna Marginal indica los costos reducidos de las variables no básicas, ante lo que se puede confirmar que se ha alcanzado el mínimo.

#### Problema de distribución

Se busca establecer un plan de distribución diario que minimice los costos en el traslado de un producto desde plantas hasta almacenes.

Se cuenta con dos plantas de productos en Seattle y San Diego, que producen 500 y 750 unidades por día, respectivamente. La distribución desde las plantas atiende tres almacenes ubicados en New York, Chicago y Topeka, que demandan cada uno 300 unidades diarias.

Se desea determinar el número de unidades diarias que se distribuirán desde las dos plantas a los tres almacenes, con el objetivo de minimizar el costo total de transporte.

#### Problema de distribución (2)

En la siguiente tabla se muestran los costos de transporte por unidad desde cada planta a cada almacén.

|           | Almacenes |         |        |  |  |  |
|-----------|-----------|---------|--------|--|--|--|
| Plantas   | New York  | Chicago | Topeka |  |  |  |
| Seattle   | 2.5       | 1.7     | 1.8    |  |  |  |
| San Diego | 2.5       | 1.8     | 1.4    |  |  |  |

## Problema de distribución: Conjuntos, decisiones y objetivo

#### Conjuntos:

P: Plantas

A: Almacenes

#### Decisiones:

 $x_{i,j}$  Cantidad de unidades a transportar de la planta  $i \in P$  al almacén  $j \in A$ 

#### Objetivo:

$$\min \sum_{i \in P} \sum_{j \in A} transporte_{i,j} x_{i,j}$$

#### Problema de distribución: Restricciones

 Para cada planta, la cantidad de producto distribuida debe ser menor o igual a la cantidad producida.

$$x_{Seattle,NewYork} + x_{Seattle,Chicago} + x_{Seattle,Topeka} \le 500$$
  
 $x_{SanDiego,NewYork} + x_{SanDiego,Chicago} + x_{SanDiego,Topeka} \le 750$ 

• Se debe satisfacer la demanda de los almacenes.

$$x_{Seattle,NewYork} + x_{SanDiego,NewYork} \geq 300$$

$$x_{Seattle,Chicago} + x_{SanDiego,Chicago} \geq 300$$

$$x_{Seattle,Topeka} + x_{SanDiego,Topeka} \geq 300$$

• No negatividad de las variables de decisión:

$$x_{Seattle,NewYork} \ge 0, x_{Seattle,Chicago} \ge 0, x_{Seattle,Topeka} \ge 0,$$

$$x_{SanDiego,NewYork} \ge 0, x_{SanDiego,Chicago} \ge 0, x_{SanDiego,Topeka} \ge 0$$

#### Problema de distribución: Formulación

```
\begin{array}{ll} \min & \sum_{i \in \{Seattle,SanDiego\}} \sum_{j \in \{NewYork,Chicago,Topeka\}} transporte[i,j] \times x[i,j] \\ s.a. & \sum_{j \in \{NewYork,Chicago,Topeka\}} x_{Seattle,j} \leq 500 \\ & \sum_{j \in \{NewYork,Chicago,Topeka\}} x_{SanDiego,j} \leq 750 \\ & \sum_{i \in \{Seattle,SanDiego\}} x_{i,NewYork} \geq 300 \\ & \sum_{i \in \{Seattle,SanDiego\}} x_{i,Chicago} \geq 300 \\ & \sum_{i \in \{Seattle,SanDiego\}} x_{i,Topeka} \geq 300 \\ & \sum_{i \in \{Seattle,SanDiego\}} x_{i,Topeka} \geq 300 \\ & x_{i,j} \geq 0 \ con \ i \in \{Seattle,SanDiego\} \ y \ j \in \{NewYork,Chicago,Topeka\} \\ \end{array}
```

# Implementación del Problema de distribución (Conjuntos y Parámetros)

```
# PROBLEMA DE TRANSPORTE

#

set P;

/* Plantas */

set A;

/* Almacenes */
```

```
param capacidad { i in P };

/* Capacidad de la planta i */

param demand { j in A };

/* Demanda del almacen j */

param transporte { i in P, j in A };

/* Costo de transporte unitario */
```

# Implementación del Problema de distribución (Variables, restricciones y objetivo)

```
var x{i in P, j in A} >= 0;
/* Cantidades a ser distribuidas */
```

```
minimize cost: sum{i in P, j in A} transporte[i,j] * x[i,j];
/* Costos totales de transporte */
```

```
s.t. supply {i in P}: sum {j in A} x[i,j] <= capacidad[i];
/* Sujeto a la capacidad de la planta i */
s.t. demand {j in A}: sum {i in P} x[i,j] >= demanda[j];
```

29 /\* Satisfaga la demanda del almacen j \*/

## Implementación del Problema de distribución (Bloques de datos)

```
31 data;
33 set P := Seattle San-Diego;
34
set A := New-York Chicago Topeka;
36
 param capacidad := Seattle
                                    500
37
                      San-Diego
                                   750;
38
40
 param demand := New-York
                                300
                    Chicago
41
                                 300
                    Topeka
                                 300;
42
43
 param transporte:
                      New-York
                                        Chicago
                                                   Topeka :=
44
                                          1.7
                 Seattle
                              2.5
                                                     1.8
45
                 San-Diego
                              2.5
                                          1.8
                                                     1.4
46
 end;
```

# Interpretación de los resultados

# (Información sobre el estado de la función objetivo y las restricciones)

| No. | Row name     | St         | Activity | Lower bound | Upper bound | Marginal |
|-----|--------------|------------|----------|-------------|-------------|----------|
|     | cost         | В          | 1680     |             |             |          |
| 2   | supply[Seatt | le]<br>NU  | 500      |             | 500         | < eps    |
| 3   | supply[San-D | iego]<br>B | 400      |             | 750         |          |
| 4   | demand[New-Y | ork]       |          |             | 730         |          |
| 5   | demand[Chica | NL         | 300      | 300         |             | 2.5      |
|     | -            | NL         | 300      | 300         |             | 1.7      |
| 6   | demand[Topek | a]<br>NL   | 300      | 300         |             | 1.4      |

Si bien la restricción supply[Seattle] acota la función objetivo superiormente, el valor marginal esta muy próximo a 0 ( $\epsilon$ , con  $\epsilon \to 0$ ).

Por otro lado, las restricciones de almacén indican que si se pudiera elegir un almacén para reducir su demanda (relajar la restricción), nos convendría elegir el de New York, dado que cada unidad decrementaría los costos 2.5 puntos en el valor óptimo.

## Interpretación de los resultados (Información de la solución)

| No. Column name St    | Activity | Lower bound | Upper bound | Marginal |
|-----------------------|----------|-------------|-------------|----------|
| 1 x[Seattle, New-York | :]       |             |             |          |
| В                     | 200      | 0           |             |          |
| 2 x[Seattle, Chicago] |          |             |             |          |
| В                     | 300      | 0           |             |          |
| 3 x[Seattle, Topeka]  |          |             |             |          |
| NL                    | 0        | 0           |             | 0.4      |
| 4 x[San-Diego, New-Yo | ork]     |             |             |          |
| В                     | 100      | 0           |             |          |
| 5 x[San-Diego, Chicac | lo]      |             |             |          |
| NL                    | 0        | 0           |             | 0.1      |
| 6 x[San-Diego, Topeka | 1]       |             |             |          |
| В                     | 300      | 0           |             |          |

Analizando la segunda tabla vemos que el programa de envío de menor costo es aquel que envía desde Seattle 200 unidades a New York, y 300 a Chicago; y desde San Diego 100 a New York y 300 a Topeka cumpliendo los límites de las plantas y las demandas de los almacenes. A su vez indica que enviar unidades desde Seattle a Topeka o de San Diego a Chicago aumenta el costo unitario en 0.4 y 0.1 unidades, respectivamente.

## Problema de determinación de lotes no capacitado

El problema de determinación de lotes no capacitado se describe para un horizonte de n períodos. Para cada período,  $t \in \{1, \ldots, n\}$ , se debe determinar el nivel de producción de forma de satisfacer cierta demanda,  $d_t \geq 0$ , mientras se minimizan costos fijos de producción,  $f_t$ , costos unitarios de producción,  $p_t$ , y costos unitarios de depósito,  $h_t$ , para almacenar la producción remanente luego de atender la demanda en cada uno de los períodos.

# Problema de determinación de lotes no capacitada (Decisiones y objetivo)

## Variables de Decisión

- $x_t$  es la cantidad producida en el período t,
- $s_t$  es el inventario al final del período t,
- $y_t = 1$  si se produce en el período t,  $y_t = 0$  en otro caso.

#### Restricciones

• equilibrio de inventario según períodos:

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, n,$$
  
 $s_0 = 0$ 

activación de producción

Dado que no hay una cota de producción se asume un valor grande *M* para la activación de los costos fijos

$$x_t \leq My_t, \quad t=1,\ldots,n,$$

## Función Objetivo

• **minimizar**  $\sum_{t=1}^{n} (p_t x_t + h_t s_t + f_t y_t)$ 

## Problema de determinación de lotes no capacitada (Formulación)

$$\begin{cases} \min & \sum_{t=1}^{n} (p_t x_t + h_t s_t + f_t y_t) \\ \text{s.a.} & s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \ t = 1, \dots, n \\ & x_t \le M y_t, \ t = 1, \dots, n \\ & s_0 = 0, \\ & x_t \ge 0, \ t = 1, \dots, n \\ & s_t \ge 0, \ t = 1, \dots, n \\ & y_t \in \{0, 1\}, \ t = 1, \dots, n \end{cases}$$

# Implementación del Problema de determinación de lotes no capacitado: Conjuntos y Parámetros

```
# PROBLEMA DE DETERMINACION DE LOTES NO CAPACITADO
 set T;
 /* Periodos */
7 param M;
9 param f{t in T};
10 /* Costo fijo de producir en el periodo t */
12 param p{t in T};
13 /* Costo unitario de produccion en el periodo t, */
15 param h{t in T};
16 /* costo unitario de almacenamiento en el periodo t */
18 param d{t in T};
19 /* demanda en el periodo t */
```

# Implementación del Problema de determinación de lotes no capacitado: Variables y Objetivo

```
var x{t in T} >= 0;
/* Cantidades a producirse en el periodo t */

var s{i in (T union {0})} >= 0;
/* inventario al final del periodo t */

var y{t in T}, binary;
/* 1 si se produce en el periodo t, 0 en otro caso */
```

```
minimize costo: sum{t in T} p[t] * x[t] + h[t] * s[t] + f[t] * y[t];
/* Costo minimo */
```

# Implementación del Problema de determinación de lotes no capacitado: Restricciones

```
s.t. equilibro {t in T}: s[i-1] + x[t] = d[t] + s[t];

/* Equilibrio de inventario */

s.t. activ {t in T}: x[t] <= M * y[t];

/* Activacion de la produccion */

s.t. inicial: s[0] = 0;

/* Inventario inicial */
```

## display

#### Modelo

```
param n;
|\mathbf{set}| \mathbf{I} := 1 \dots \mathbf{n}; \# \mathbf{objetos}
| param c{I}; # valor
5 param a{I}; # tama o
param b; # capacidad
8 var x{I} binary; # llevar si/no
 ... modelo mochilero ...
2 solve:
4 display { i in I }: i, x[i];
 display:
   sum\{i in I\} a[i] * x[i], b;
8 end;
```

# Salida

```
Display statement at line 18
i = 1
x[1].val = 1
i = 2
x[2].val = 0
i = 3
x[3].val = 0
i = 4
x[4].val = 0
i = 5
x[5].val = 1
i = 6
x[6].val = 1
i = 7
x[7].val = 1
i = 8
x[8].val = 1
Display statement at line 19
82
b = 101
```

### Modelo

# Salida

```
param n;
|\mathbf{set}| \mathbf{I} := 1 \dots \mathbf{n}; \# \mathbf{objetos}
| param c{I}; # valor
param a{I}; # tama o
6 param b; # capacidad
8 ... modelo mochilero ...
o solve;
printf{i in I}:
   "objeto %, decisi n %d\n", i, x[i
     1;
 printf:
   "volumen %.2f, \ncapacidad %d\n",
   sum\{i in I\} a[i] * x[i], b;
8 end;
```

objeto 2, decisión 0 objeto 3, decisión 0 objeto 4, decisión 0 objeto 5, decisión 1 objeto 6, decisión 1 objeto 7, decisión 1 objeto 8, decisión 1 volumen 82.00, capacidad 101

objeto 1, decisión 1

## Instalación

#### GLPK for Windows:

http://winglpk.sourceforge.net/

#### Instalación

#### GLPK for Windows:

http://winglpk.sourceforge.net/

El proyecto *GLPK for Windows* provee ejecutables pre-compilados para Windows.

#### Instalación

#### GLPK for Windows:

http://winglpk.sourceforge.net/

El proyecto *GLPK for Windows* provee ejecutables pre-compilados para Windows.

El zip de la distribución contiene los ejecutables para 32 y 64 bits en las carpetas *w32* y *w64* respectivamente. Se recomienda agregar la carpeta correspondiente al *PATH* del sistema para poder invocar al *solver* desde cualquier carpeta.

## Verificación

Para verificar instalación, ejecutar desde línea de comandos:

glpsol --version

#### Verificación

## Para verificar instalación, ejecutar desde línea de comandos:

glpsol --version

## Salida esperada:

GLPSOL: GLPK LP/MIP Solver, v4.55

Copyright (C) 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2013, 2014 Andrew Makhorin, Department for Applied Informatics, Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia. All rights reserved. E-mail: <mao@gnu.org>.

This program has ABSOLUTELY NO WARRANTY.

This program is free software; you may re-distribute it under the terms of the GNU General Public License version 3 or later.

## Documentación GNU MathProg

Las distribuciones tienen incluida la documentación de GLPK.

En particular, el manual de referencia de *MathProg* es el archivo gmpl.pdf.

También se puede encontrar online, por ejemplo en:

http://gusek.sourceforge.net/gmpl.pdf