



TEORÍAS DE FALLA

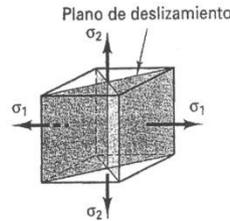
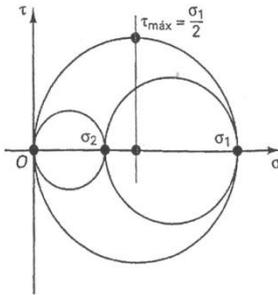
TEORÍA DEL ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO

CONDICIÓN DE FLUENCIA DE TRESCA

La teoría resulta de la observación de que en un material dúctil aparecen deslizamientos durante la fluencia, a lo largo de planos críticamente orientados. Esto sugiere que el esfuerzo cortante máximo desempeña el papel clave y se supone que la fluencia del material depende únicamente del máximo esfuerzo cortante que se alcanza dentro de un elemento. Para un material dado, por lo común, este valor es igual al esfuerzo cortante de fluencia en tensión o compresión simples, por lo tanto:

$$\tau_{\text{máx}} = \sigma_{yp} / 2$$

Para el caso de esfuerzo plano:

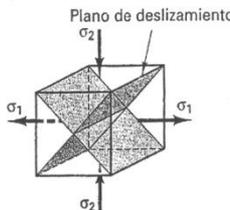
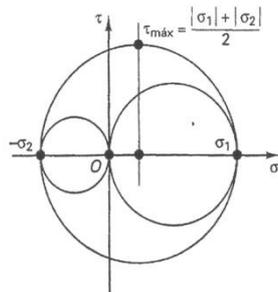


CASO 1

Los signos de los esfuerzos principales son iguales.

$$\text{Si } \sigma_1 < \sigma_2 \rightarrow |\sigma_1| \leq \sigma_{yp} \rightarrow |\sigma_1| / \sigma_{yp} \leq 1$$

$$\text{Si } \sigma_2 < \sigma_1 \rightarrow |\sigma_2| \leq \sigma_{yp} \rightarrow |\sigma_2| / \sigma_{yp} \leq 1$$



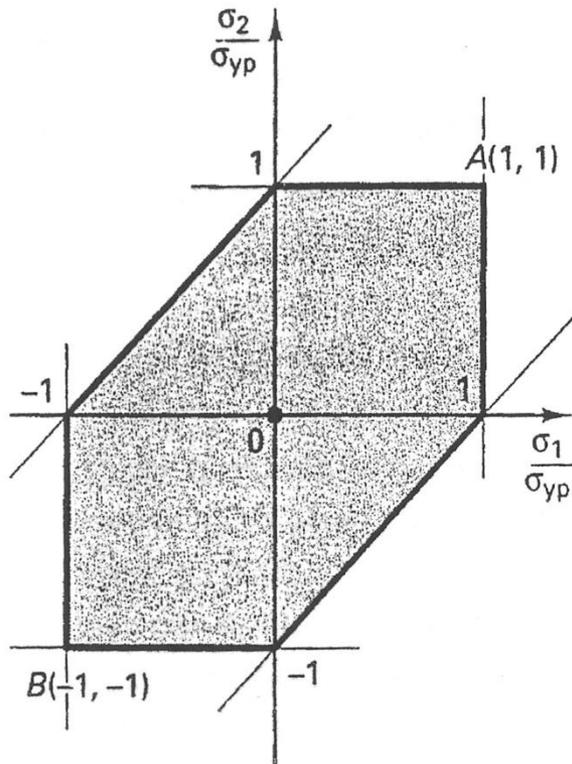
CASO 2

Los signos de los esfuerzos principales son opuestos.

$$\text{Se obtiene: } |\sigma_1 - \sigma_2| / 2 \leq \sigma_{yp} / 2 \rightarrow |\sigma_1 - \sigma_2| / \sigma_{yp} \leq 1$$

TEORÍA DEL ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO

CONDICIÓN DE FLUENCIA DE TRESCA



ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Si un punto definido por σ_1/σ_{yp} y σ_2/σ_{yp} cae sobre el hexágono, un material comienza y continúa fluyendo.

Ninguno de los puntos de esfuerzo puede encontrarse fuera del hexágono porque una de las tres ecuaciones sería violada.

Un punto de esfuerzo que cae dentro del hexágono indica que el material se comporta elásticamente.

OBSERVACIONES

Si se agregan esfuerzos hidrostáticos de tensión o de compresión, no se predice ningún cambio en la respuesta del material. Al agregar esos esfuerzos se desplazan solamente los círculos de Mohr a lo largo del eje σ .

Dado que los esfuerzos cortantes máximos son definidos sobre planos irrespectivamente de las propiedades direccionales del material, queda implícito que el material es isótropo.

TEORÍA DE LA ENERGÍA DE DISTORSIÓN MÁXIMA

CONDICIÓN DE FLUENCIA DE VON MISES

Es otro criterio de fluencia ampliamente aceptado para **materiales isótropos dúctiles**, el cual se basa en los conceptos de energía.

La energía total se divide en dos partes: una asociada a los cambios volumétricos del material, y otra que causa distorsiones por cortante. Igualando la energía de distorsión o deformación por cortante en el punto de fluencia en tensión simple a la energía correspondiente a esfuerzo combinado, se establece el criterio de fluencia para esfuerzos de esta última clase.

Es posible considerar el tensor esfuerzo correspondiente a los tres esfuerzos principales compuesto de dos tensores componentes aditivos, de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_1 - p & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - p & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - p \end{pmatrix}, \text{ con } p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

Para la primera componente del tensor, el círculo de Mohr degenera en un punto localizado en p sobre el eje σ . Dicho tensor se llama tensor esférico o tensor esfuerzo dilatacional. El segundo tensor se llama tensor de esfuerzo distorsionante o desviatorio.

TEORÍA DE LA ENERGÍA DE DISTORSIÓN MÁXIMA

CONDICIÓN DE FLUENCIA DE VON MISES

La energía de deformación por volumen unitario es:

$$U_{\text{total}} = \sigma_1 \varepsilon_1 / 2 + \sigma_2 \varepsilon_2 / 2 + \sigma_3 \varepsilon_3 / 2$$

Utilizando la Ley de Hooke Generalizada:

$$U_{\text{total}} = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) / 2E - \nu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) / E$$

Imponiendo $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = p$, y $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ se obtiene la energía de deformación unitaria por volumen unitario debido a los esfuerzos extensionales:

$$U_{\text{extensión}} = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) (1 - 2\nu) / 6E$$

Restando la energía de deformación unitaria por volumen unitario debido a los esfuerzos extensionales a la energía de deformación unitaria por volumen unitario total se obtiene la energía de deformación por distorsión para esfuerzos combinados:

$$U_{\text{distorsión}} = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] / 12G$$

En tensión simple, al llegar a la fluencia:

$$U_{\text{distorsión tensión simple, fluencia}} = 2\sigma_{yp}^2 / 12G$$

Igualando la energía de deformación por distorsión a la energía de distorsión elástica máxima en tensión simple se obtiene la expresión para la teoría:

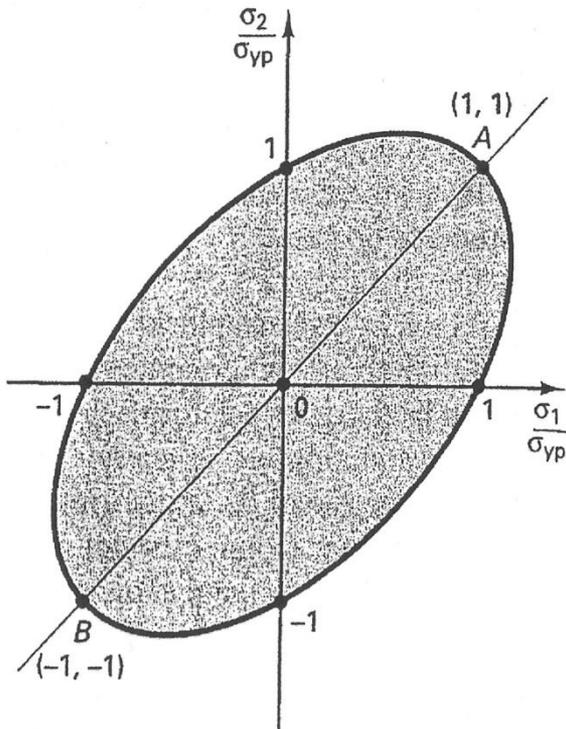
$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2\sigma_{yp}^2$$

TEORÍA DEL ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO

CONDICIÓN DE FLUENCIA DE VON MISES

Para esfuerzo plano:

$$(\sigma_1 / \sigma_{yp})^2 - (\sigma_1 \sigma_2 / \sigma_{yp}^2) + (\sigma_2 / \sigma_{yp})^2 = 1$$



ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Si un punto definido por σ_1/σ_{yp} y σ_2/σ_{yp} cae sobre la elipse, un material comienza y continúa fluyendo.

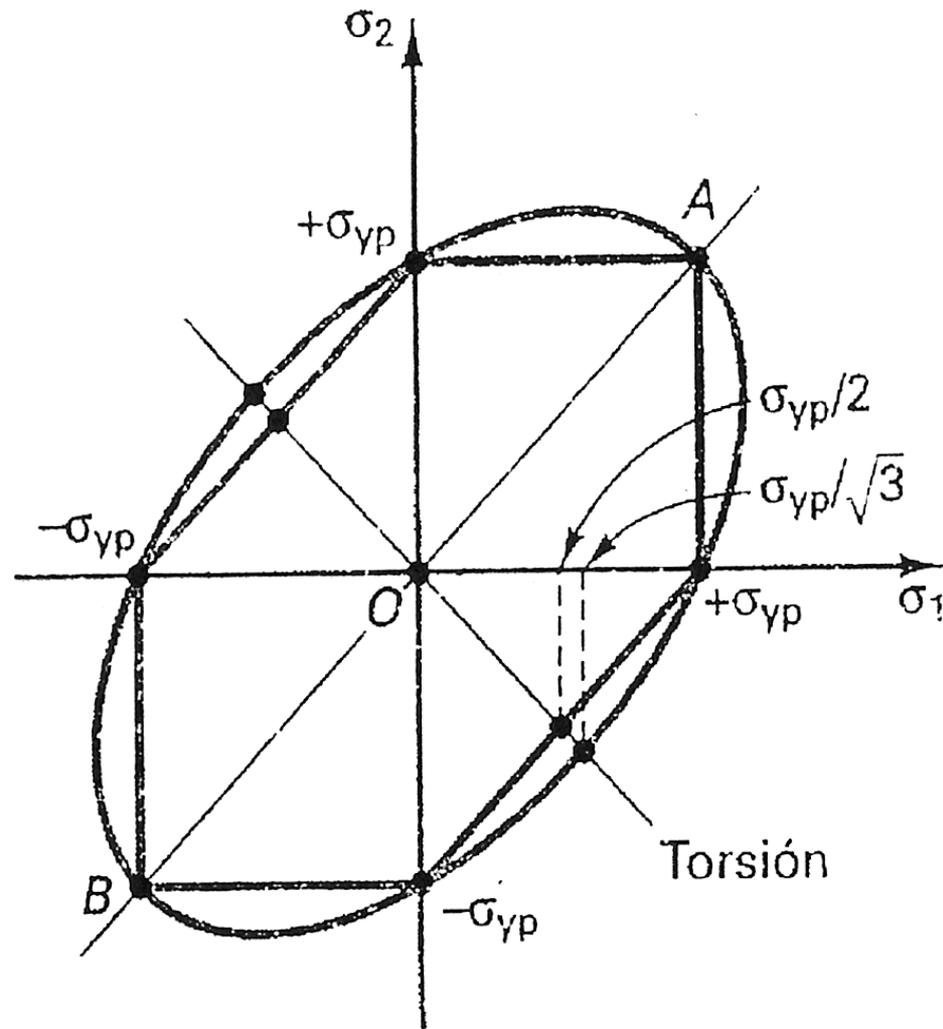
Ninguno de los puntos de esfuerzo puede encontrarse fuera de la elipse porque una de las tres ecuaciones sería violada.

Un punto de esfuerzo que cae dentro de la elipse indica que el material se comporta elásticamente.

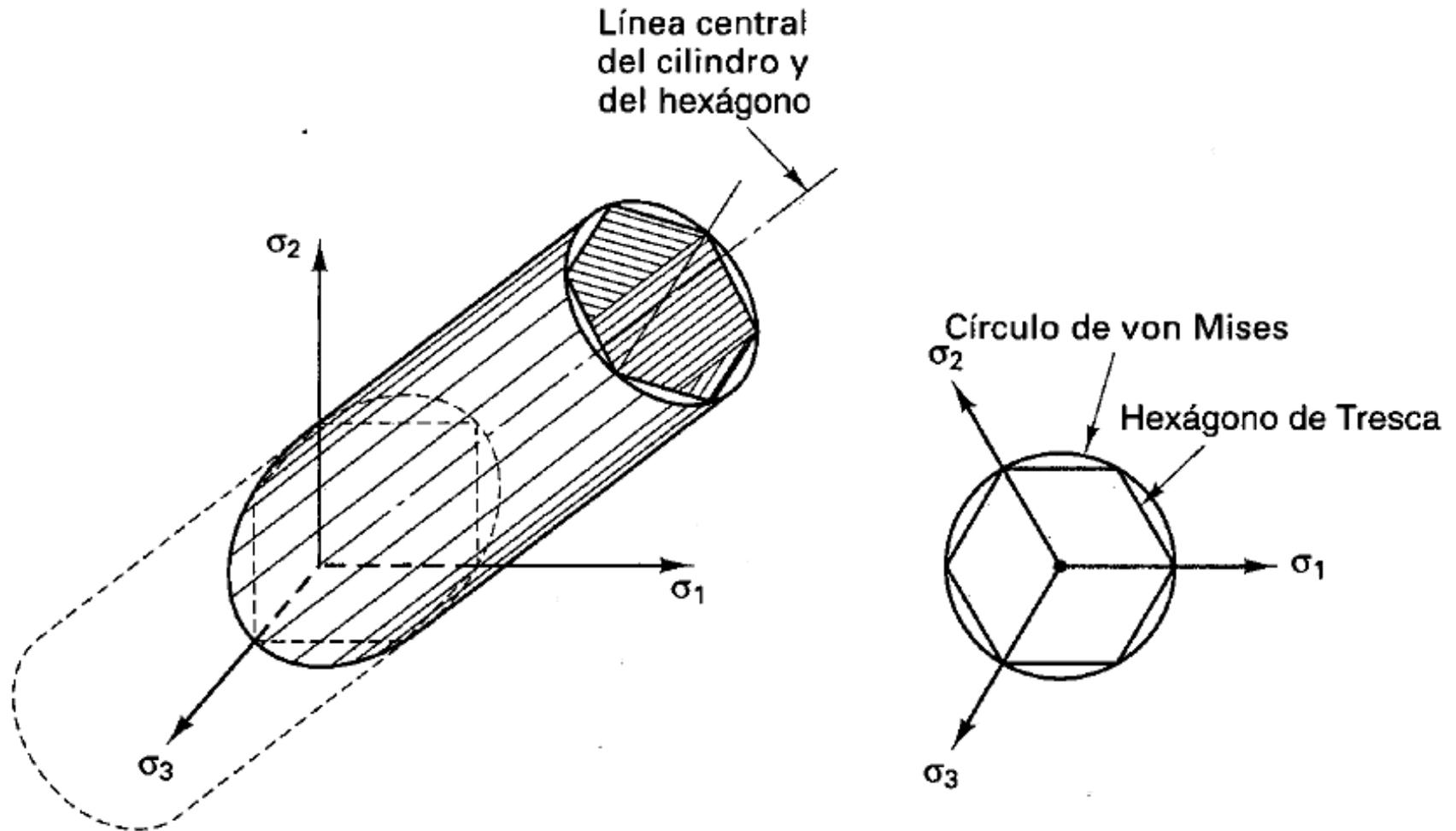
OBSERVACIONES

Si se agregan esfuerzos hidrostáticos de tensión o de compresión, no se predice ningún cambio en la respuesta del material. Al agregar esos esfuerzos se desplazan solamente los círculos de Mohr a lo largo del eje σ .

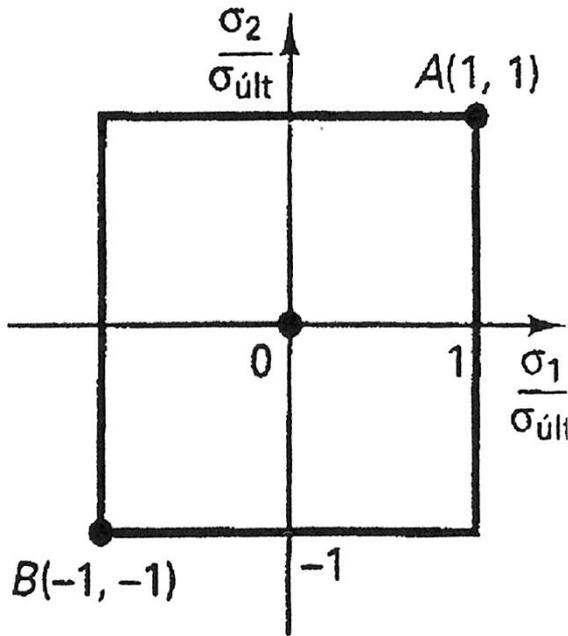
COMPARACIÓN DE LAS TEORÍAS DEL CORTANTE MÁXIMO Y DE LA ENERGÍA DE DISTORSIÓN PARA ESFUERZO PLANO



COMPARACIÓN DE LAS TEORÍAS DEL CORTANTE MÁXIMO Y DE LA ENERGÍA DE DISTORSIÓN



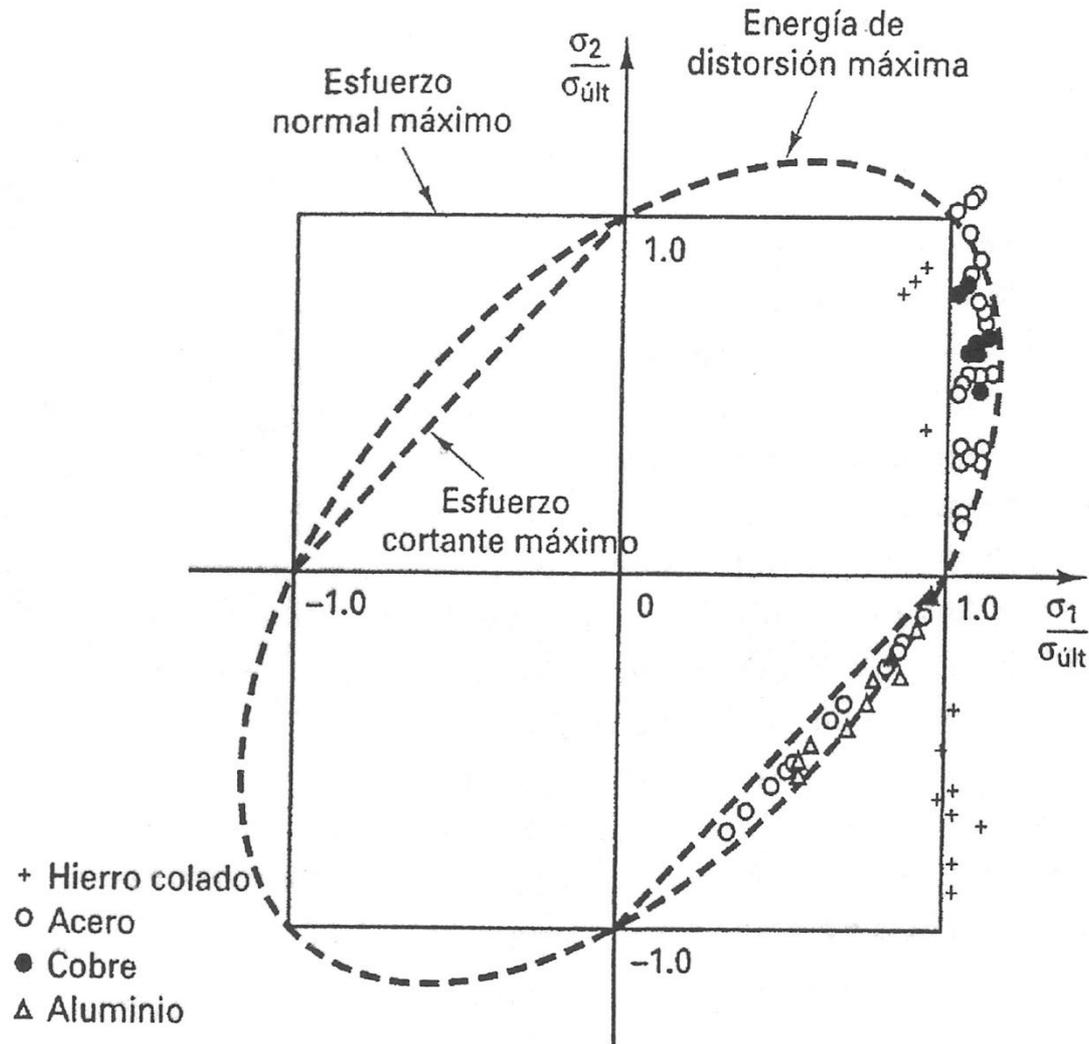
TEORÍA DEL ESFUERZO NORMAL MÁXIMO CONDICIÓN DE RANKINE



La teoría del esfuerzo normal máximo afirma que la fractura de un material ocurre cuando el esfuerzo normal máximo en un punto alcanza un valor crítico independientemente de los otros esfuerzos. Solo el esfuerzo principal más grande debe determinarse para aplicar este criterio. El valor crítico $\sigma_{\text{últ}}$ es usualmente determinado en un experimento de tensión.

La evidencia experimental indica que esta teoría se aplica bien a materiales frágiles en todos los rangos de esfuerzos, siempre que un esfuerzo principal de tensión exista.

COMPARACIÓN DE LAS TEORÍAS PARA ESFUERZO PLANO



FACTOR DE SEGURIDAD

FACTOR DE DISEÑO

El factor de seguridad (diseño) es una relación entre la resistencia máxima útil del material y el esfuerzo aplicado (permisible) correspondiente.

En los cálculos de resistencia mecánica, el factor de seguridad se aplica principalmente de dos maneras:

- Multiplicando el valor de las solicitaciones o fuerzas que actúan sobre un elemento resistente por un coeficiente mayor a uno.
- Dividiendo las propiedades favorables del material que determinan el diseño por un número mayor que uno.

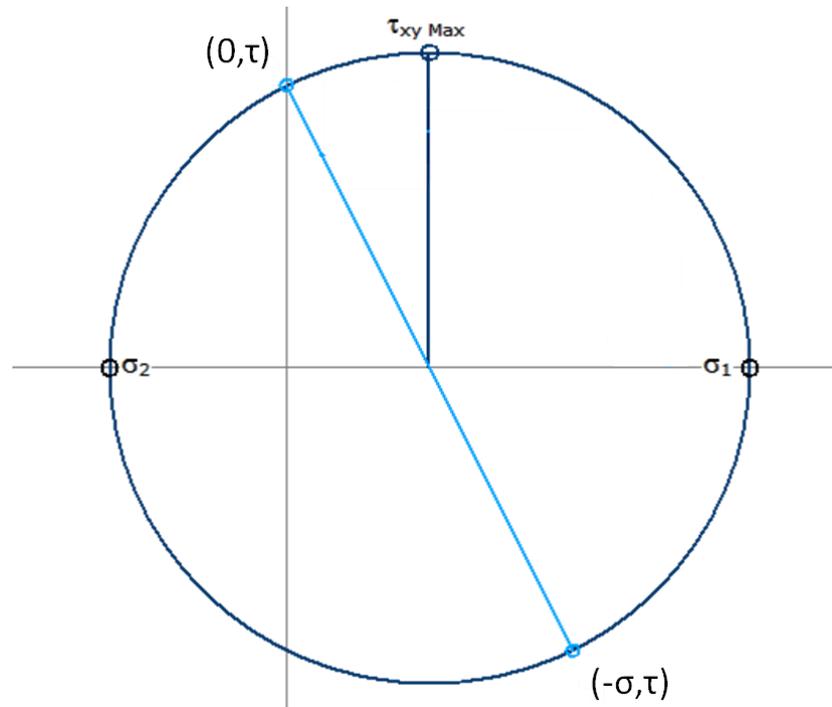
En ambos casos lo que resulta es un sobredimensionamiento del componente.

En el caso del diseño de un componente se habla de **factor de diseño**. Sin embargo, cuando el componente ya se encuentra diseñado, se tiene en **factor de seguridad** para las condiciones de operación.

En los casos anteriores se trabaja o diseña con un valor σ_{yp}/N .

APLICACIÓN

ESFUERZO PLANO: TORSIÓN + FLEXIÓN / TRACCIÓN / COMPRESIÓN



TRESCA

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \frac{\sigma_{YP}}{N}$$

VON MISES

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \frac{\sigma_{YP}}{N}$$

RANKINE

$$\frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \leq \frac{\sigma_{YP}}{N}$$