

Comunicaciones Digitales

Práctico 11

Codificación de canal: códigos convolucionales

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cuál indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: \blacklozenge básica, \star media, \ast avanzada, y \ast difícil.

\star Ejercicio 1

En varias normas de televisión digital, como por ejemplo ISDB-T y DVB-T para televisión terrestre, DVB-S para televisión satelital e ITU-T J.83 para televisión por cable, se especifica un código convolucional (1, 2, 6) con secuencias generadoras (polinomios generadores) $g^{(0)} = 171_{OCT}$ y $g^{(1)} = 133_{OCT}$.

- Dar el diagrama de conexiones para este código convolucional.
- Obtener la secuencia de salida si la entrada es (10011010).
- Volver a hacer el cálculo para la secuencia (10000000).

Se la siguiente matrix de *puncturing*:

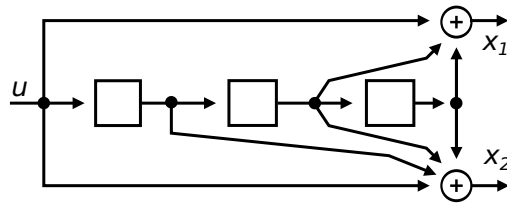
| Tasa del código | Matriz de <i>puncturing</i> | Secuencia de transmisión |
|-----------------|------------------------------------|--|
| 1/2 | $v_1 : 1$ $v_2 : 1$ | $v_1[0], v_2[0]$ |
| 2/3 | $v_1 : 10$ $v_2 : 11$ | $v_1[0], v_2[0], v_2[1]$ |
| 3/4 | $v_1 : 101$ $v_2 : 110$ | $v_1[0], v_2[0], v_2[1], v_1[2]$ |
| 5/6 | $v_1 : 10101$ $v_2 : 11010$ | $v_1[0], v_2[0], v_2[1], v_1[2], v_2[3], v_1[4]$ |
| 7/8 | $v_1 : 1000101$ $v_2 : 1111010$ | $v_1[0], v_2[0], v_2[1], v_2[2], v_2[3], v_1[4], v_2[5], v_1[6]$ |

- Volver a hacer los cálculos anteriores para cada una de las tasas disponibles.

\ast Ejercicio 2

Sea el código convolucional de la imagen.

- Obtener las secuencias generadoras del código.



- (b) Escribir el diagrama de estados del código.
- (c) Obtener la secuencia de salida si la entrada es (10010)
- (d) Determinar los estados por los que pasó el codificador para generar la secuencia de salida.
- (e) Obtener la secuencia enviada si la palabra recibida es (1001010101010011), ¿hubo errores en la transmisión?

*Ejercicio 3

El algoritmo Viterbi es un estimador de máxima verosimilitud. Esto es, dada una secuencia recibida \mathbf{r} , busca la secuencia enviada \mathbf{x} , tal que \mathbf{r} sea la secuencia recibida más probable.

Sea un código convolucional de una entrada, dos salidas y m retardos $(1, 2, m)$, y sea \mathbf{u} una entrada de largo L codificada en una secuencia \mathbf{x} de largo $2(L+m)$; la probabilidad de haber recibido \mathbf{r} dado que se envió \mathbf{x} a través de un canal discreto y sin memoria (DMC) es:

$$P(\mathbf{r}|\mathbf{x}) = \prod_{i=0}^{2(L+m)-1} P(r_i|x_i)$$

con $P(r_i|x_i)$ la probabilidad de recibir r_i dado que se envió x_i .

Es posible maximizar la ecuación anterior, tomando logaritmo de ambos lados de la igualdad:

$$\log P(\mathbf{r}|\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{2(L+m)-1} \log P(r_i|x_i)$$

El algoritmo Viterbi resuelve entonces el siguiente problema:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \max_{\mathbf{x} \in C} \log P(\mathbf{r}|\mathbf{x})$$

Probar entonces que para un canal binario simétrico (BSC) resolver la ecuación anterior es equivalente a buscar la palabra de código $\hat{\mathbf{x}}$ que tenga menor distancia de Hamming con la palabra recibida \mathbf{r} .