

Comunicaciones Digitales

Práctico 9

Codificación de canal: códigos de bloques

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cuál indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: \blacklozenge básica, \star media, \ast avanzada, y \blacklozenge difícil.

\blacklozenge Ejercicio 1

Considere el siguiente espacio vectorial sobre $\text{GF}(2)$ con todas las n -tuplas binarias con $n = 3$.

$$V = \{[000], [001], [010], [011], [100], [101], [110], [111]\}$$

Determine cuáles de los siguientes subconjuntos de V forman un subespacio vectorial y justifique su respuesta:

- $V_1 = \{[000], [001], [100], [101]\}$
- $V_2 = \{[000], [100], [110], [111]\}$
- $V_3 = \{[001], [100], [101]\}$

\star Ejercicio 2 (3.6)

Considere un código lineal $C(n, k)$ cuya matriz generadora G tenga todas sus columnas no nulas. Arregle todas las palabras de código de C válidas como filas para lograr una nueva matriz $2^k \times n$.

- (a) Muestre que la nueva matriz tendrá todas sus columnas no nulas
- (b) Muestre que cada columna de la nuestra matriz consiste de 2^{k-1} ceros y 2^{k-1} unos.
- (c) Muestre que todo el conjunto de palabras de código válidas, con cero en alguna posición particular, forman un subespacio vectorial de C . ¿Cuál es la dimensión de ese subespacio?

\star Ejercicio 3 (3.1)

Considere un código sistemático $(8, 4)$ cuyas ecuaciones de chequeo de paridad sean las siguientes:

$$\begin{aligned}s_0 &= x_1 + x_2 + x_3 + p_0, \\s_1 &= x_0 + x_1 + x_2 + p_1, \\s_2 &= x_0 + x_1 + x_3 + p_2, \\s_3 &= x_0 + x_2 + x_3 + p_3\end{aligned}$$

donde x_0, x_1, x_2 y x_3 son los dígitos del mensaje, p_0, p_1, p_2 , y p_3 son los bits de paridad, y s_0, s_1, s_2 y s_3 son los elementos del síndrome.

- (a) Determine cuántas palabras de código válidas se tendrán.
- (b) Obtenga las matrices de chequeo de paridad y generadora del código.
- (c) Obtenga las palabras de código correspondientes a los mensajes (1010) y (0011).
- (d) Sin hacer cuentas es posible afirmar que una sola de las siguientes palabras de código (11010010), (11010001) y (11011010) es válida, ¿por qué?
- (e) Ahora sí haciendo cuentas determine cuál.
- (f) Si usted sabe que el peso mínimo del código es cuatro, ¿cuántos bits errados podrá detectar y cuántos podrá corregir?

***Ejercicio 4**

Sea un código $C(n, k)$ y sea r una n -tupla que queremos mapear hacia una palabra de código válida. Probar que:

$$\tilde{c} = \arg \min_{c \in C} H(c, r),$$

con $H(u, v)$ la distancia de Hamming entre dos vectores de $GF(2)^n$ cualesquiera.