Ejercicio 6, práctico 9:

Aplicamos leyes de Kirchoff. Primero, ley de mallas en la malla de la izquierda:

$$\varepsilon - i_0(t)R_0 - i_R(t)R = 0 \tag{0.1}$$

Luego, ley de mallas en la malla de la derecha (recorriendo en el sentido de la corriente i_R):

$$-i_R(t)R + L\frac{di_L(t)}{dt} = 0 \tag{0.2}$$

Por último, ley de nodos:

$$i_0(t) = i_R(t) + i_L(t) \tag{0.3}$$

Siendo $i_0(t)$ la corriente que pasa por R_0, $i_R(t)$ la corriente por R, e $i_L(t)$ la corriente que pasa por el inductor.

Combinando las ecuaciones (1), (2) y (3):

$$\varepsilon - \frac{R_0 L}{R}\frac{di_L(t)}{dt} - i_L(t)R_0 - L\frac{di_L(t)}{dt} = 0 \tag{0.4}$$

$$L\left(\frac{R_0}{R} + 1\right)\frac{di_L(t)}{dt} = \varepsilon - i_L(t)R_0 \tag{0.5}$$

Podemos resolver esta ecuación diferencial por separación de variables:

$$\frac{di_L}{(i_L - \varepsilon/R_0)} = -\frac{R_0 R}{L\,(R_0 + R)}dt \tag{0.6}$$

Integramos entre el tiempo inicial $t = 0$ y un tiempo arbitrario t:

$$\int_{i_L(0)}^{i_L(t)} \frac{di_L}{(i_L - \varepsilon/R_0)} = -\int_{i_L(0)}^{i_L(t)} \frac{R_0 R}{L\,(R_0 + R)}dt \tag{0.7}$$

$$\ln\left(\frac{i_L(t) - \varepsilon/R_0}{-\varepsilon/R_0}\right) = -\frac{R_0 R}{L\,(R_0 + R)}t \tag{0.8}$$

Entonces, la corriente que pasa por el inductor es:

$$i_L(t) = \frac{\varepsilon}{R_0}\left[1 - \exp\left(-\frac{R_0 R}{L\,(R_0 + R)}t\right)\right] \tag{0.9}$$

Finalmente, la corriente que pasa por la resistencia R es:

$$\boxed{i_R(t) = \frac{L}{R}\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{R + R_0}\exp\left(-\frac{R_0 R}{L\,(R_0 + R)}t\right) \qquad (0.10)}$$