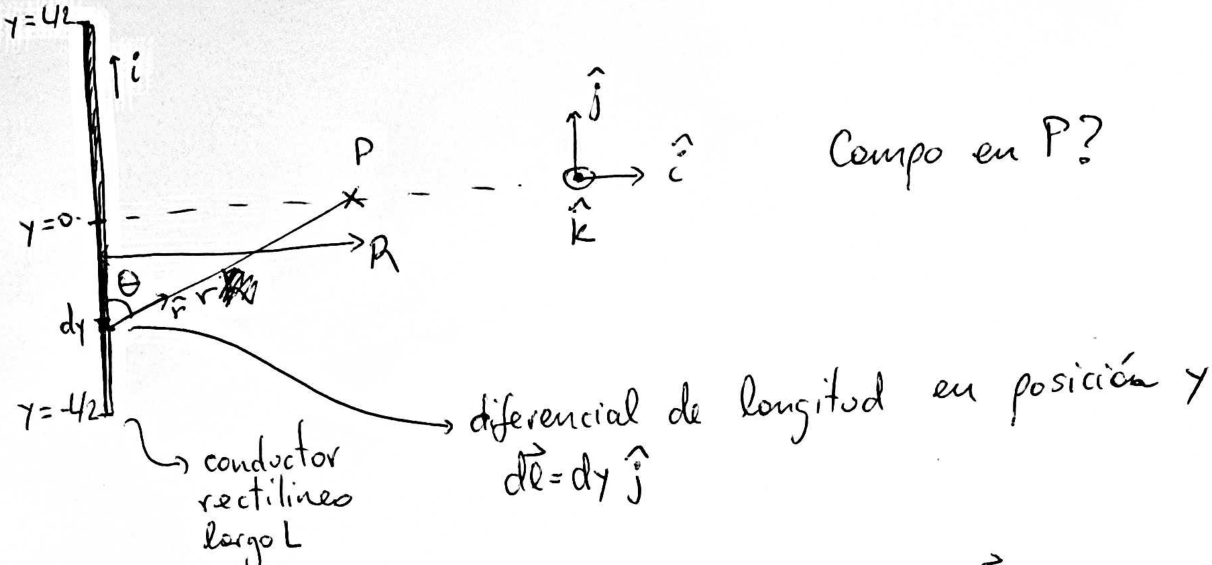
Pr 7 - Ejercicio 3

a -



Campo en P?

Usando ley de Biot-Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$

con $|\vec{r}|$ distancia de $d\vec{l}$ a $\vec{r}$.

En este caso: $d\vec{l} \times \hat{r} = dy\,\hat{j} \times (\cos\theta\,\hat{j} + \sin\theta\,\hat{i}) = dy \sin\theta\,(-\hat{k})$

$\hat{r} = \cos\theta\,\hat{j} + \sin\theta\,\hat{i}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dy \sin\theta}{r^2} (-\hat{k})$$

Como $r = \sqrt{R^2 + y^2}$ $\Rightarrow$ $d\vec{B} = \frac{\mu_0 i \sin\theta}{4\pi (R^2+y^2)} dy\,(-\hat{k})$

Tenemos $\sin\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+y^2}}$

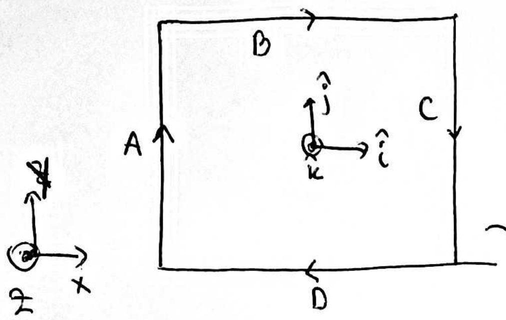
$$\Rightarrow \boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0 i R\, dy}{4\pi (R^2+y^2)^{3/2}} (-\hat{k})}$$

$$\vec{B} = \int_{barra} d\vec{B} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \frac{dy}{(R^2+y^2)^{3/2}}$$

Recordar: $\int \frac{dy}{(a^2+y^2)^{3/2}} = \frac{y}{a^2\sqrt{a^2+y^2}} + K$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \frac{y\,(-\hat{k})}{R^2 (R^2+y^2)^{1/2}} \Bigg|_{-L/2}^{L/2} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{4R^2+L^2}} (-\hat{k})}$$

b) Consideremos espira en plano x-y

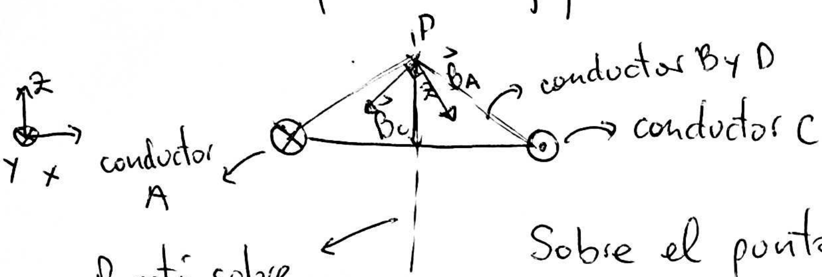


Calcular $\vec{B}$ sobre eje z, centrado en espira.

nombro los 4 conductores

Mirando espira en ~~el~~ plano z-x

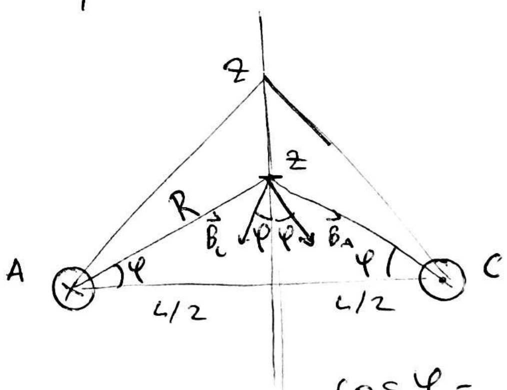
El campo B_A es perpendicular al segmento que une A y P. Lo mismo para los 4 conductores.



P está sobre mediatrices de cada segmento como en (a)

Sobre el punto P, el conductor A realiza un campo $\vec{B}_A$ en el plano z-x. El conductor C realiza un campo $\vec{B}_c$. Las componentes en x se cancelan. Lo mismo pasa con B y D.

$$\vec{B} = 4|B_z|(-\hat{k})$$



$$|B_z| = |\vec{B}^{1c}|\cos\varphi$$

componente z del campo de 1 conductor $(|B^{1c}|)$

$$\cos\varphi = \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2+z^2}}$$

$$\vec{B} = (-\hat{k})\, \cancel{4}^{2} \frac{\mu_0 i}{\cancel{2}\pi} \frac{L}{\sqrt{(L/2)^2+z^2}\,\cancel{2}} \cdot \frac{}{\sqrt{(L/2)^2+z^2\,\cancel{4}+L^2}} \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2+z^2}}$$

es un 4

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{4z^2+L^2} = \sqrt{(L/2)^2+z^2}$$

para usar en campo de la parte (a)

$$\boxed{\vec{B} = (-\hat{k}) \frac{2\mu_0 i L^2}{\pi \cancel{2}\frac{1}{4}(L^2+4z^2)} \frac{1}{\sqrt{4((L/2)^2+z^2)+L^2}} = \frac{4\mu_0 i L^2}{\pi(4z^2+L^2)} \frac{1}{\sqrt{4z^2+2L^2}}(-\hat{k})}$$