Programación 2

TAD Cola de Prioridad
Incluye implementación con *Heap*

Colas de Prioridad

Una **cola de prioridad** es un Tad Set o un MultiSet con las operaciones básicas:

(constructores) Vacio, Insertar

(predicado) EsVacio

(selectores) Borrar_Min y Min (Borrar_Max y Max)

Cada elemento podría ser su prioridad o tener asociado un valor de prioridad (número natural).

Colas de Prioridad: Implementaciones

Prácticamente todas las realizaciones estudiadas para conjuntos (diccionarios) o multiconjuntos son también apropiadas para colas de prioridad. **Es decir ¿?**

Usando un lista no ordenada, ¿ cuáles son los tiempos de Insertar y Min (o Borrar_Min) ?

Y ¿ si las lista se mantuviese ordenada ?

Colas de Prioridad: Implementaciones

Usando un ABB, ¿ cuáles son los tiempos de Insertar y Min (o Borrar_Min) ?, ¿ en el peor caso o en el caso promedio ?. Y un AVL ?.

Existe una alternativa para implementar colas de prioridad que lleva O(log n) --en el peor caso-- para las operaciones referidas (Min es O(1)) y no necesita punteros: **Los montículos o Heaps (Binary Heaps).**

Los montículos o Heaps (Binary Heaps)

Los **Heaps** tienen 2 propiedades (al igual que los AVL):

- una propiedad de la estructura
- una propiedad de orden del heap

Las operaciones van a tener que preservar estas propiedades.

NOTA: la prioridad (el orden) puede ser sobre un campo de la información y no sobre todo el dato.

Los montículos o Heaps (Binary Heaps)

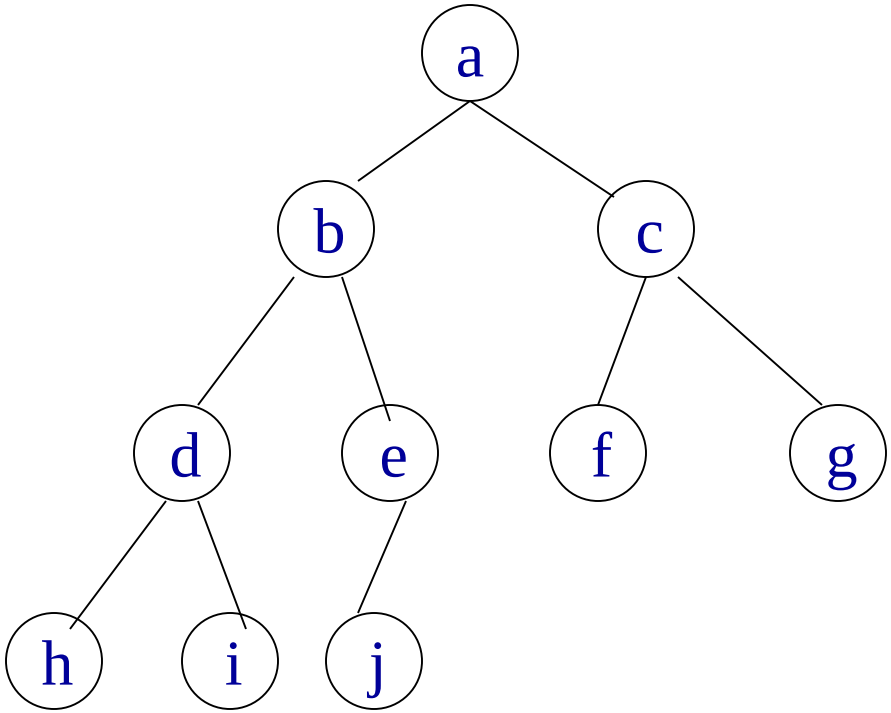
Propiedad de la estructura:

Un heap es un árbol binario completamente lleno, con la posible excepción del nivel más bajo, el cual se llena de izquierda a derecha. Un árbol así se llama un ***árbol binario completo***.

La altura h de un *árbol binario completo* tiene entre 2^h y 2^{h+1}-1 nodos. Esto es, la altura es $\lfloor \log_2 n \rfloor$, es decir $O(\log_2 n)$.

Debido a que un *árbol binario completo* es tan regular, se puede almacenar en un arreglo con tope, sin recurrir a apuntadores.

Los montículos o Heaps (Binary Heaps)



	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
										tope			

Binary Heaps

<u>Propiedad de la estructura</u> (cont):

Para cualquier elemento en la posición i del arreglo, el hijo izquierdo está en la posición 2*i, el hijo derecho en la posición siguiente: 2*i+1 y el padre está en la posición $\lfloor i / 2 \rfloor$.

Como vemos, no sólo no se necesitan punteros, sino que las operaciones necesarias para recorrer el árbol son muy sencillas y rápidas.

El único problema es que requerimos previamente un cálculo de tamaño máximo del heap, pero por lo general esto no es problemático. El tamaño del arreglo en el ejemplo es 13 --no 14 (el 0 es distinguido)--

Los montículos o Heaps (Binary Heaps)

Propiedad de orden del heap:

Para todo nodo X, la clave en el padre de X es:

menor --si nos basamos en Sets para prioridades--

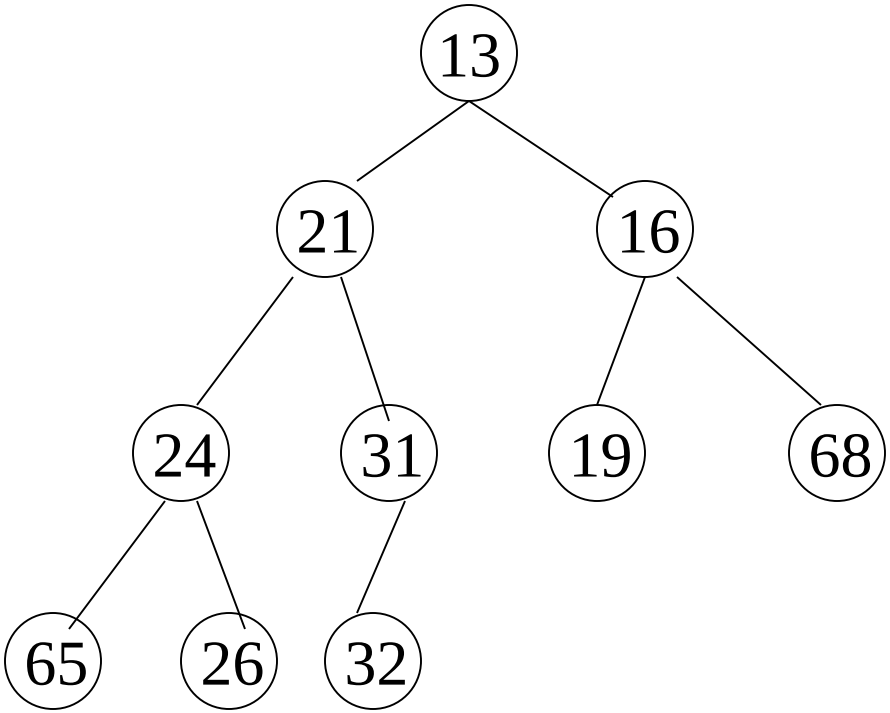
(menor o igual --si nos basamos en Multisets para prioridades--)

que la clave en X, con la excepción obvia de la raíz (donde esta el mínimo elemento).

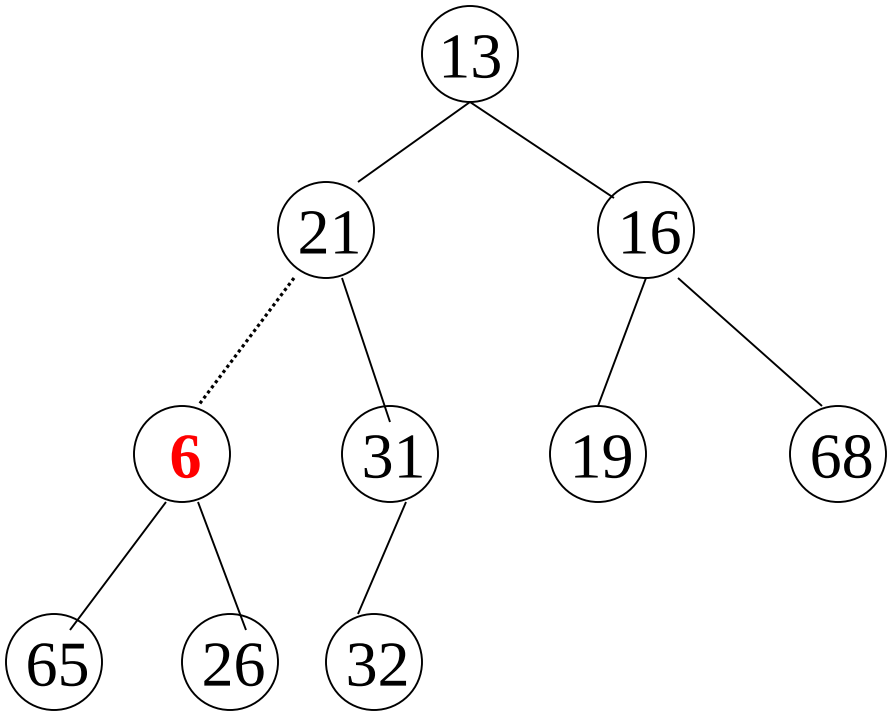
Esta propiedad permite realizar eficientemente las propiedades de una cola de prioridad que refieren al mínimo.

Ejemplos:

Los montículos o Heaps (Binary Heaps)



SI



NO

Operaciones básicas para Heaps

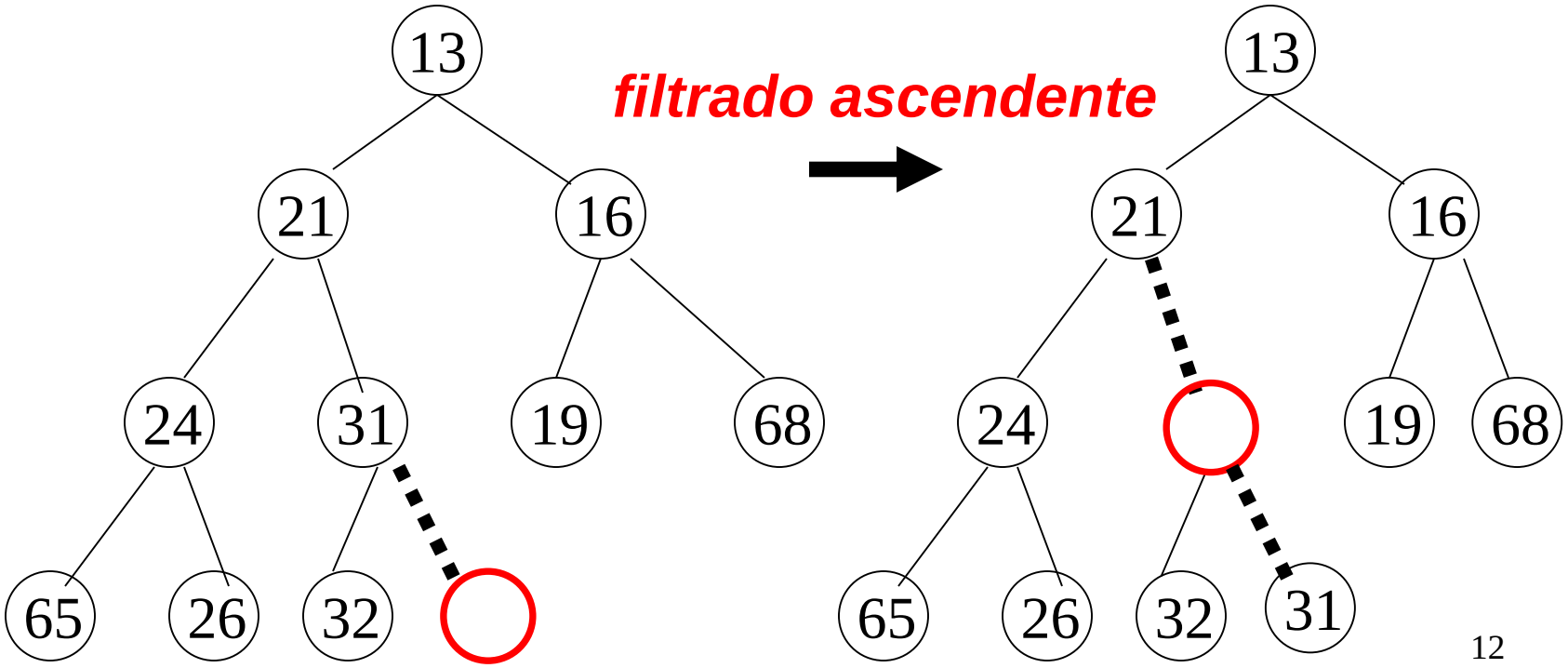
Todas las operaciones son fáciles (conceptual y prácticamente de implementar). Todo el trabajo consiste en asegurarse que se mantenga la propiedad de orden del Heap.

- **Min**
- **Vacio**
- **EsVacio**
- **Insertar**
- **Borrar_Min**

- **Otras operaciones sobre Heaps...**(cap. 6 del Weiss)

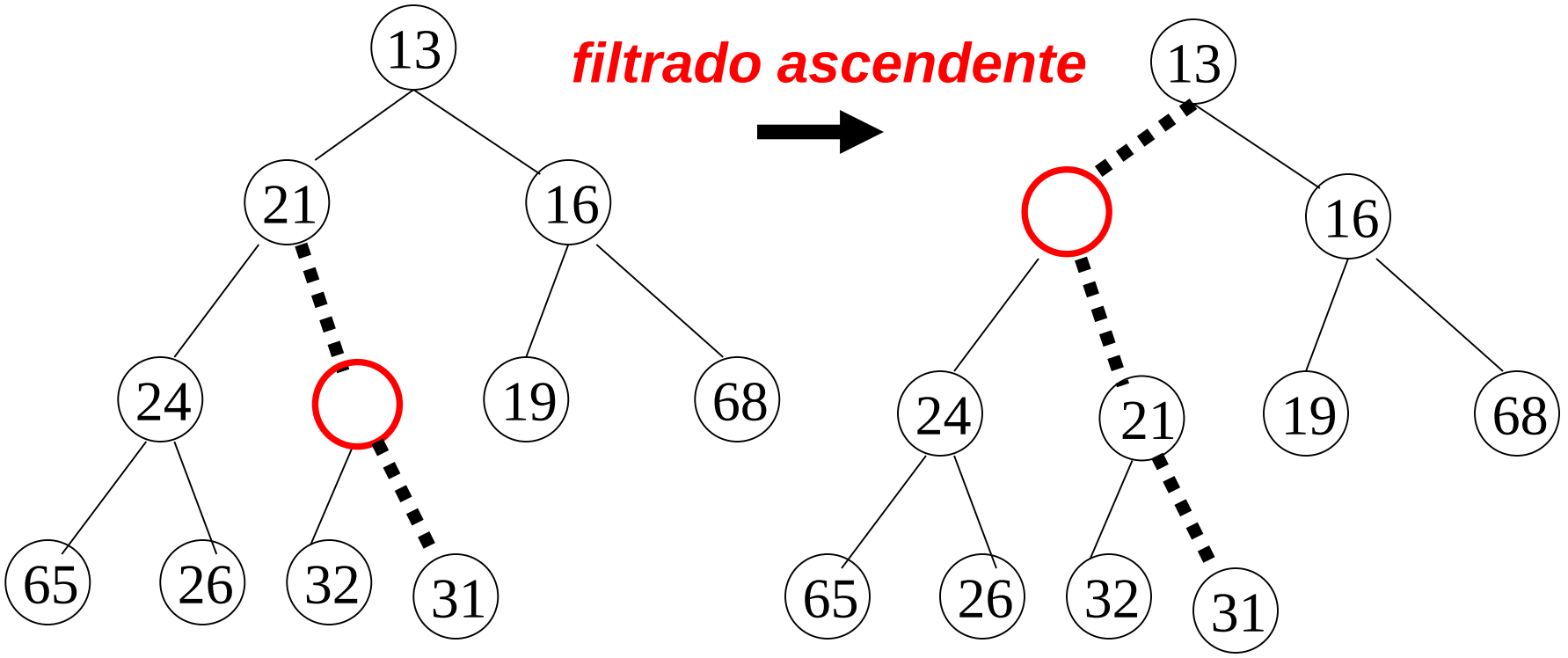
Operaciones básicas para Heaps

- **Min: simple, O(1).**
- **Vacio, EsVacio: simples, O(1).**
- **Insertar: O(log n) peor caso y O(1) en el caso promedio**. Insertar el 14 en (vale incluso si hay prioridades repetidas):



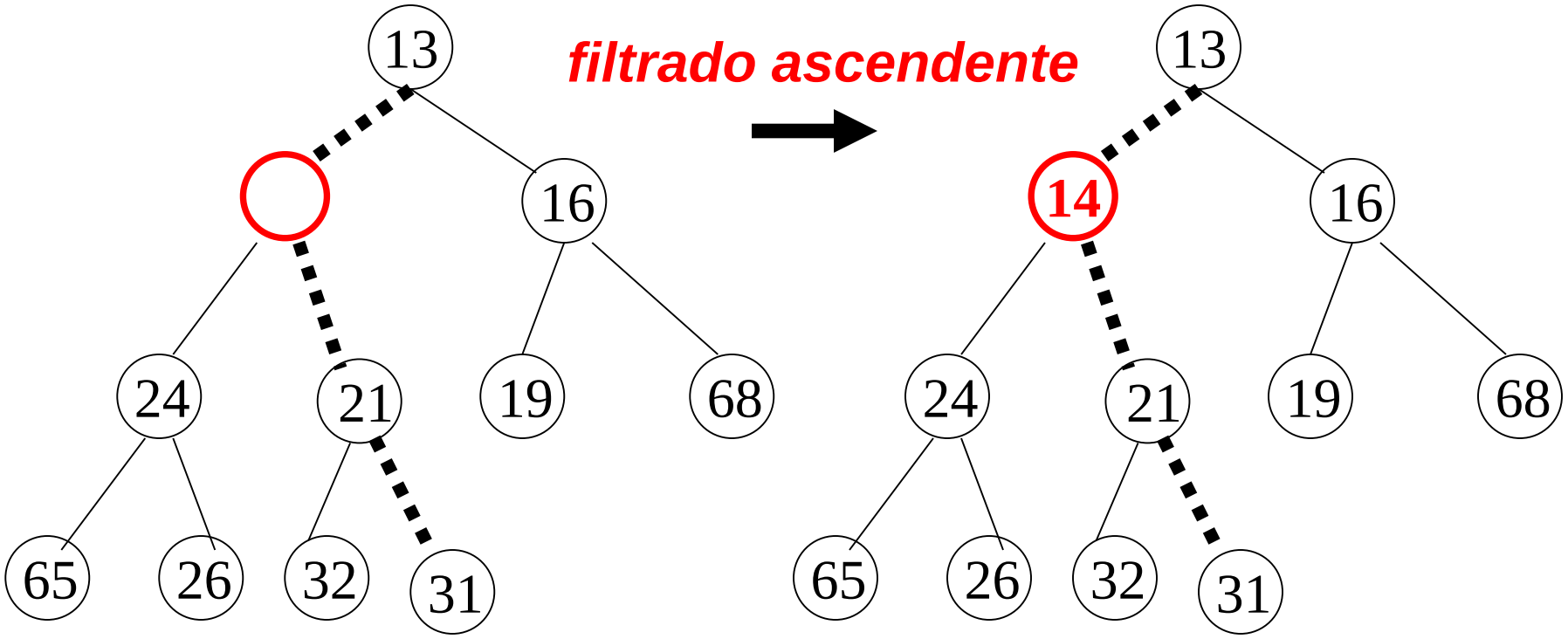
Operaciones básicas para Heaps

Inserción del 14



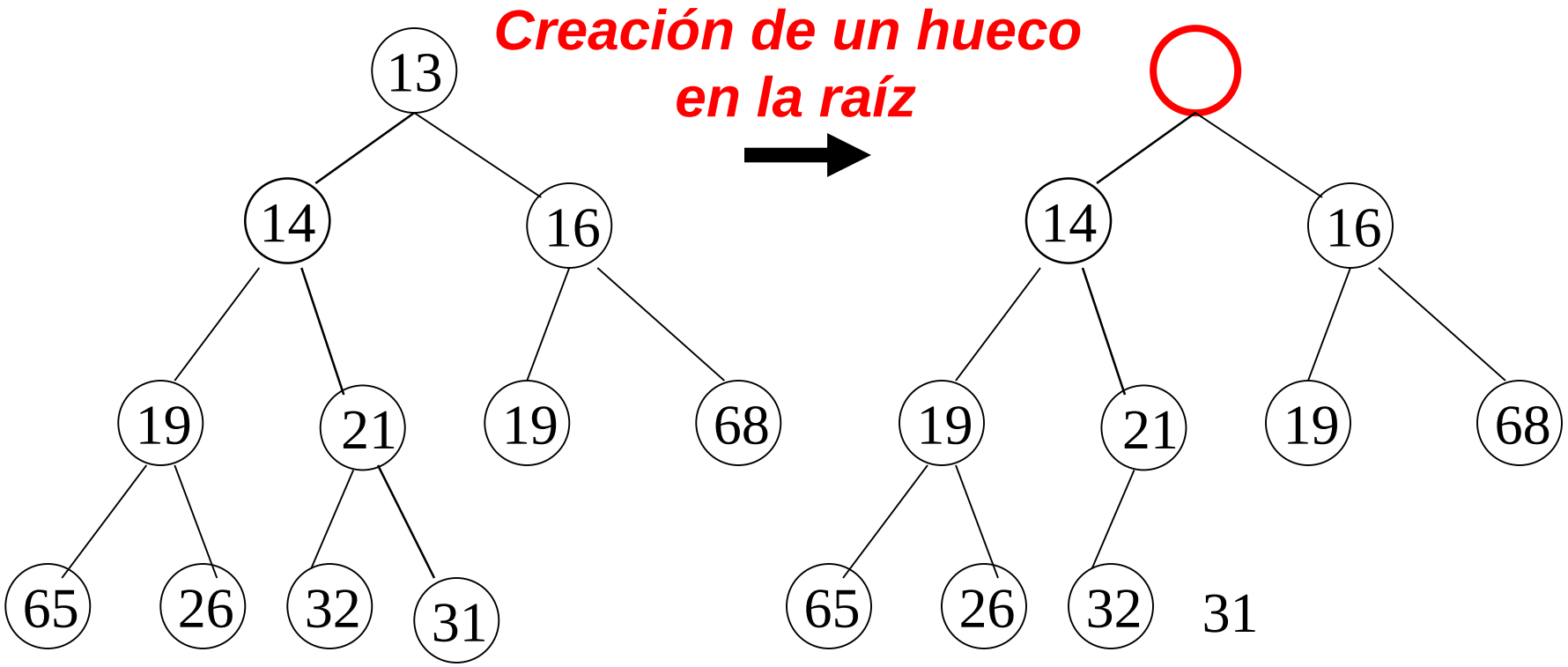
Operaciones básicas para Heaps

Inserción del 14



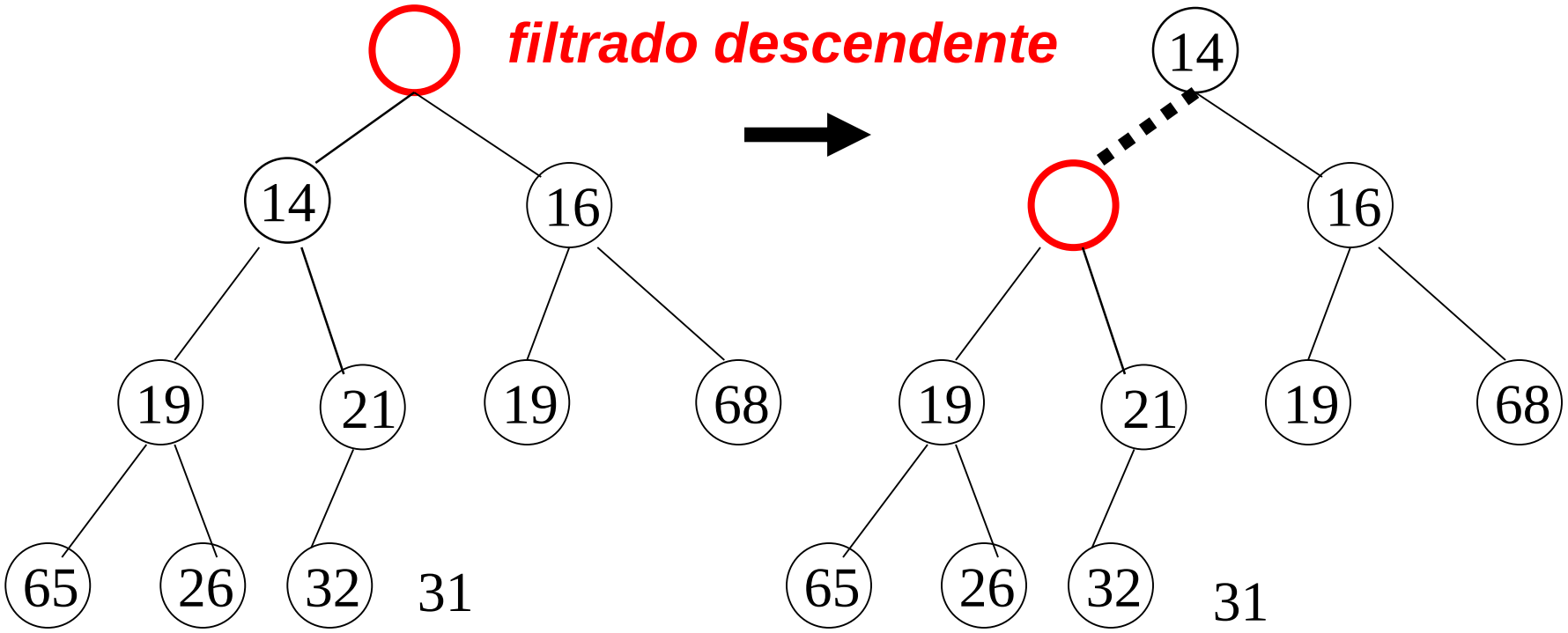
Operaciones básicas para Heaps

Eliminar el mínimo, Borrar_Min: O(log n)



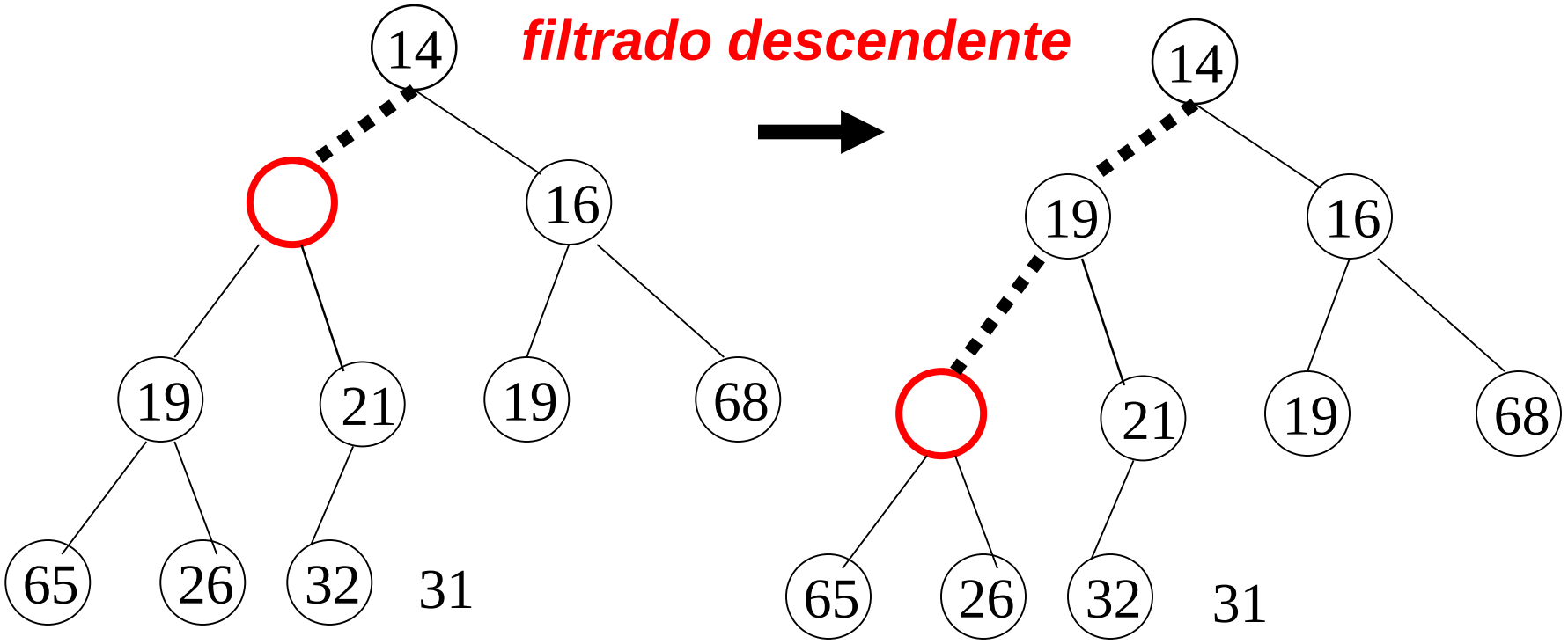
Operaciones básicas para Heaps

Eliminar el mínimo



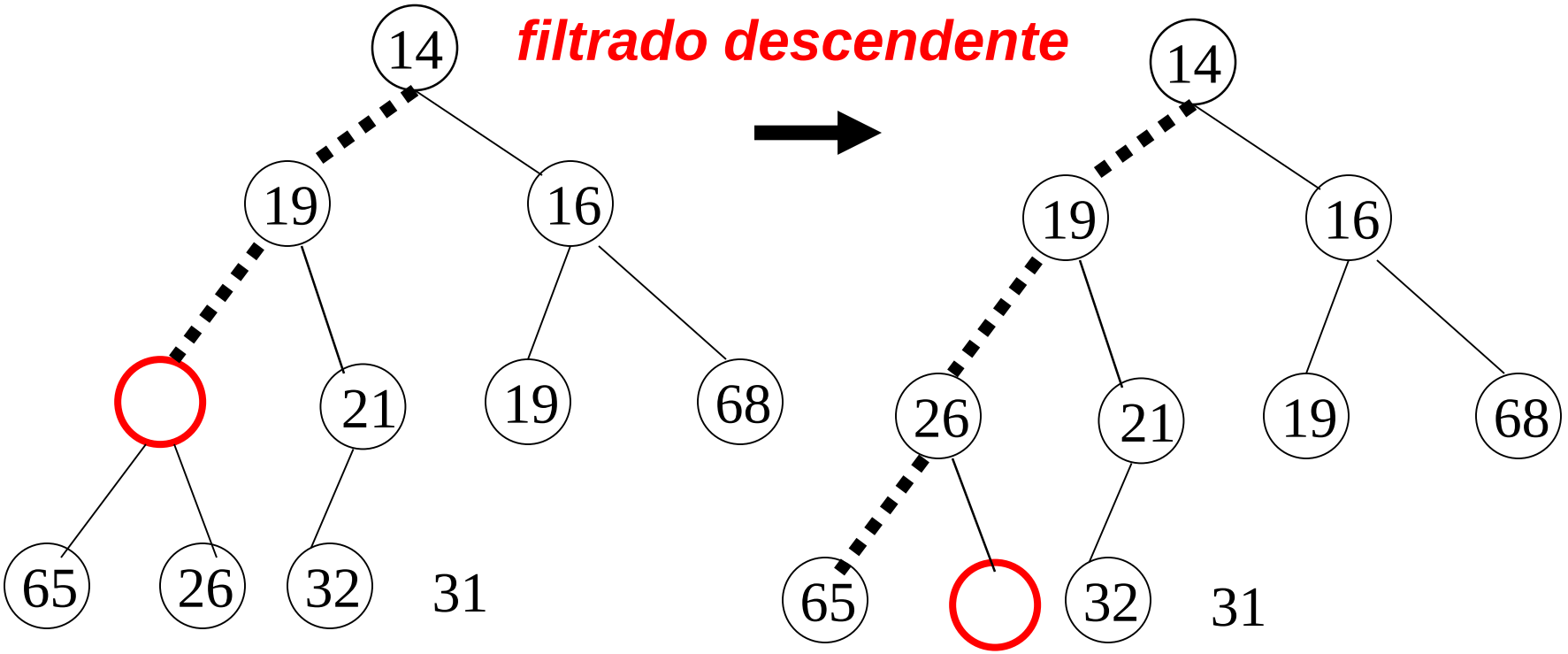
Operaciones básicas para Heaps

Eliminar el mínimo



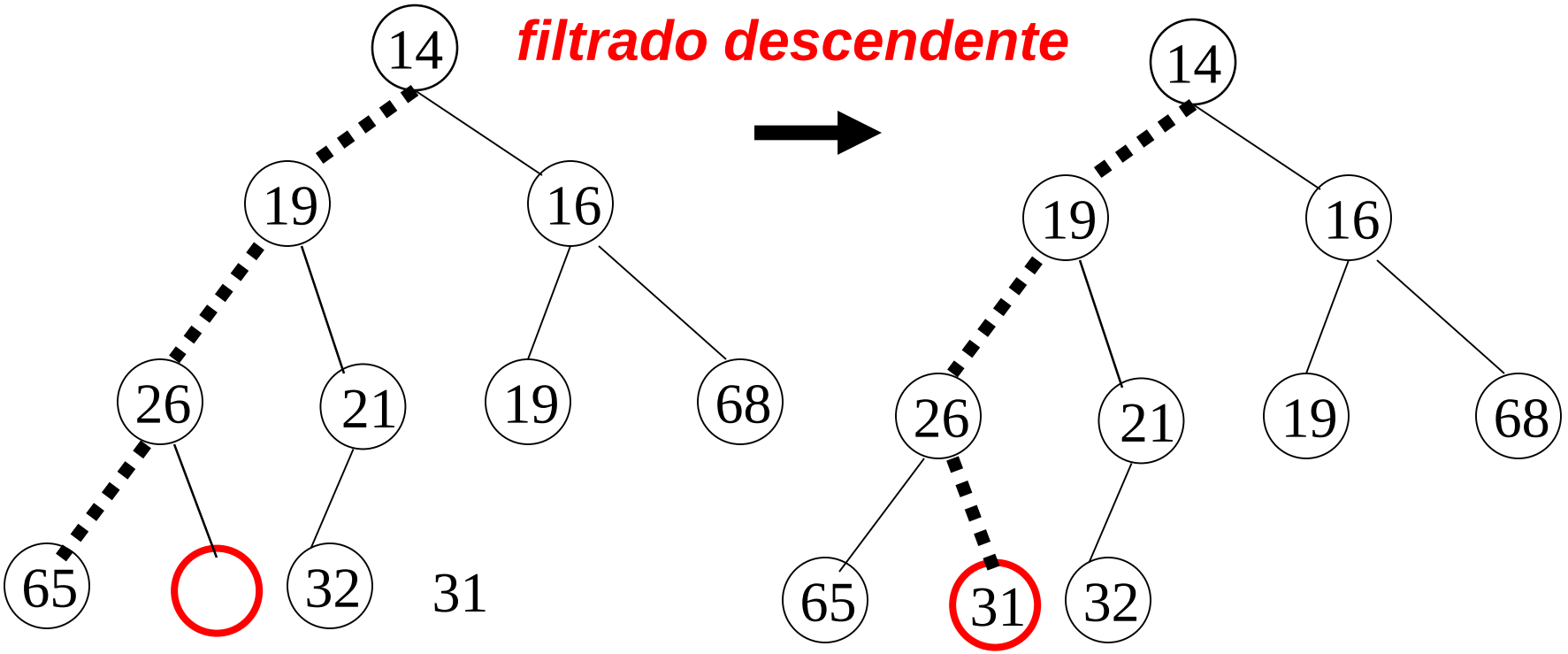
Operaciones básicas para Heaps

Eliminar el mínimo



Operaciones básicas para Heaps

Eliminar el mínimo



Colas de Prioridad Extendidas (Heap)

Algunas operaciones adicionales sobre heaps que tienen O(log n) --si se admiten Multisets para las prioridades-- y presuponen conocidas las posiciones de los elementos :

- **decrementar_clave (x, d, Heap)**

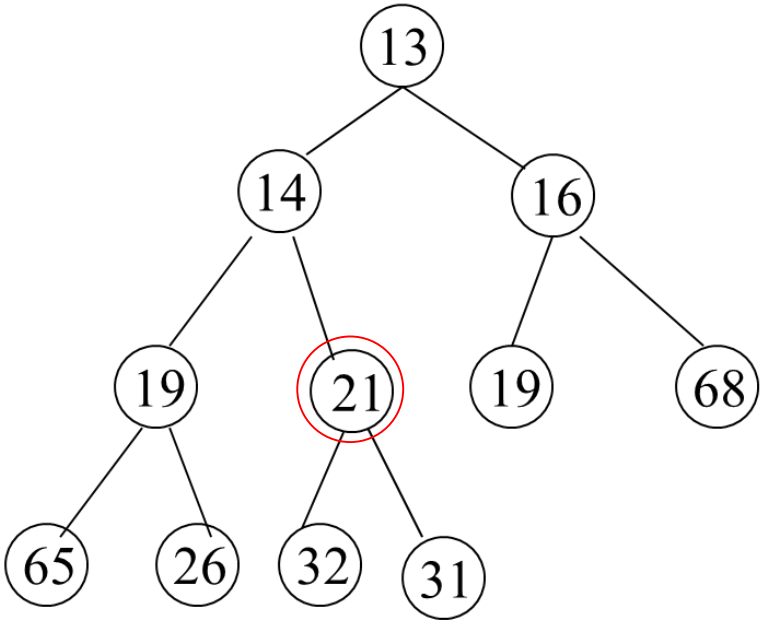
  reduce el valor de la clave (clave) en la posición x por una cantidad positiva d. Como esto puede violar el orden del heap, debe arreglarse con un *filtrado ascendente*.

  Esta operaciones podría ser útil para administradores de sistemas: pueden hacer que sus programas se ejecuten con la mayor prioridad.

Colas de Prioridad Extendidas (Heap)

- **decrementar_clave (x, d, Heap)**

  reduce el valor de la clave (clave) en la posición x por una cantidad positiva d. Como esto puede violar el orden del heap, debe arreglarse con un *filtrado ascendente*.

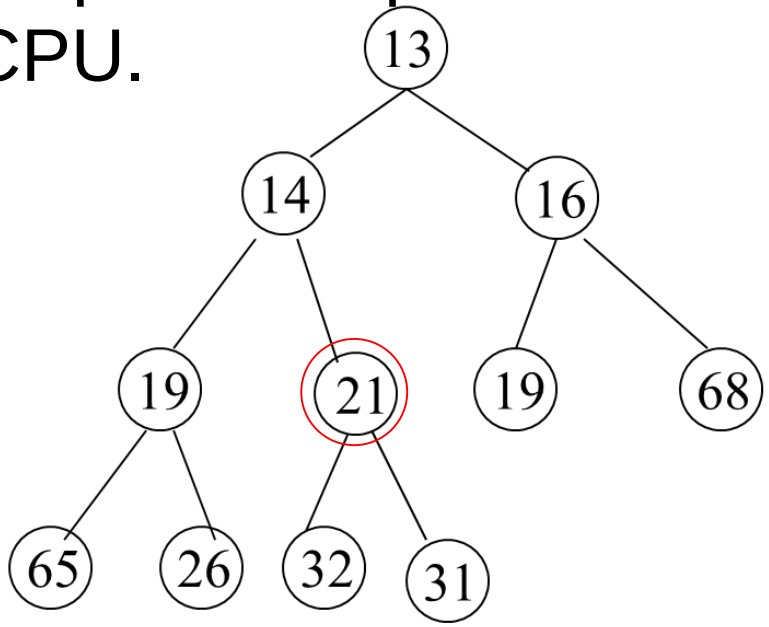


Colas de Prioridad Extendidas (Heap)

- **incrementar_clave (x, d, Heap)**

  aumenta el valor de la clave en la posición x en una cantidad positiva d. Esto se obtiene con un *filtrado descendente*.

  Muchos planificadores bajan automáticamente la prioridad de un proceso que consume un tiempo excesivo de CPU.

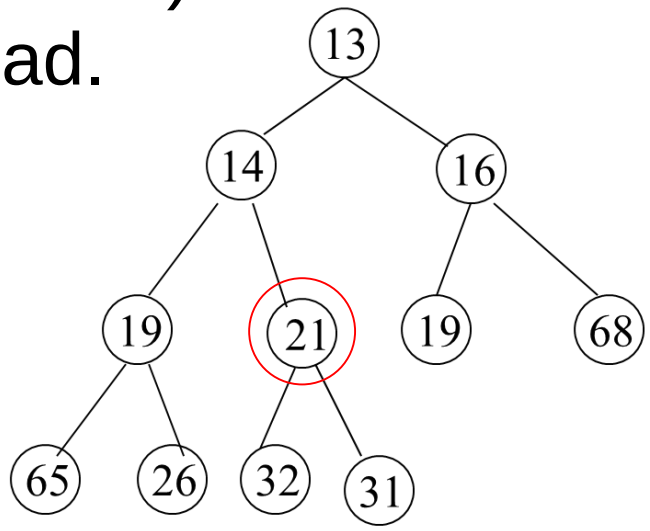


Colas de Prioridad Extendidas (Heap)

- **eliminar (x, Heap)**

  retira el nodo en la posición x del Heap. Esto puede hacerse ejecutando primero decrementar_clave(x, ∞, Heap) y después Borrar_Min(Heap).

  Cuando un proceso termina por orden del usuario (en vez de terminar normalmente) se debe eliminar de la cola de prioridad.



Colas de Prioridad: Aplicaciones

- Aplicaciones en el área de los sistemas operativos
- Ordenación externa
- Algoritmos *greedy* en los cuales interesa encontrar el mínimo repetidamente.
- Simulación de eventos discretos
- …