Ejercicio 3

Considere las matrices A= $\begin{pmatrix} 2 & \alpha \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Determine α para que la matriz A sea simétrica. En las próximas secciones trabaje con ese valor de α.

   Una matriz A de n filas y n columnas (cuadrada) es simétrica si el elemento que ocupa la fila i y la columna j es igual al que ocupa la fila j y columna i o sea $a_{ij} = a_{ji}$ $\forall i : 1..n, \forall j : 1..n$

   Por lo tanto si tenemos $a_{12} = \alpha\ y\ a_{21} = 3 \rightarrow a_{12} = 3$

2. Determine B^t, $A * B$, $(A * B)^t$, $B^t * A^t$.

   Para determinar la matriz traspuesta de una dada desde el punto de vista práctico lo que hacemos es, a la fila 1 la ponemos como columna 1, es decir colgamos la fila, a la fila 2 la ponemos como columna 2 y así sucesivamente en este caso queda:

   $$B^t = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   Recordemos como se multiplican dos matrices y algo muy importante para podes multiplicar dos matrices deben de ser comformables, esto ocurre cuando el numero de columnas de la primera coincide con el numero de filas de la segunda. En este caso columnas de A son 2 y las filas de B son 2, entonces A es conformable con B, se puede efectuar la multiplicación.

   $$A * B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

   Trasponemos A*B y obtenemos

   $$(A * B)^t = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

   Ahora si multiplicamos B^t por A^t obtenemos $B^t * A^t$

   $$B^t * A^t = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

   Este ejercicio es un ejemplo de una propiedad: $(A*B)^t = B^t*A^t$. Determine A^t*B^t, si existe.

   A^t es una matrix de 2 filas y 2 columnas (2*2) y B^t es una matriz de 3 filas por 2 columnas (3*2) que **no son conformables** y por lo tanto no se pueden multiplicar

   Esta parte es un contraejemplo de que $(A * B)^t$ no es igual a $A^t * B^t$ así que atención . La propiedad dice $(A * B)^t = B^t * A^t$ **para toda pareja de matrices A y B conformables**.

   Recordemos también que la propiedad conmutativa no la cumplen las matrices y los invito a dar un contraejemplo.

Ejercicio 6

Vamos en este caso a resolver una de las partes, es fundamental que hayan vistos los vídeos de propiedad de los determinantes en particular el vídeo 3 explica que:

A es invertible si y solo si $det(A) \neq 0$

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix}$ entonces $\begin{vmatrix} a & b \\ a & b \end{vmatrix} = a * b - a * b \neq 0 \longleftrightarrow a * b \neq a * b$

lo cual no se cumple para ningún número Real, en otras palabras

$a * b = a * b \ \forall a, b \in R. \longleftrightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ a & b \end{vmatrix} = 0 \ \forall a, b \in R.$

A no es invertible para ningún valor de a y b.

Ejercicio 9

Sabiendo que: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$, determine los determinantes de las siguientes matrices:

Primer caso:

$\begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix}$ =5

Puesto que se cambio la fila 1 por la fila 2 y luego la fila 2 por la fila 3, entonces hay dos cambios de signo -*- =+

Segundo caso:

$\begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \\ -g & -h & -i \end{vmatrix}$= (-1)*(2)*(-1)* $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 10$

Como todos los elementos de la primera fila están multiplicados por -1, el determinante queda multiplicado por ese número (ver video 1 de propiedades de determinantes), la misma propiedad para la fila 2 y para la fila 3:

Tercer caso:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d-3a & e-3b & f-3c \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c \\ -3a & -3b & -3c \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix}$$

Aplicamos Linealidad en la segunda fila

Luego del primer sumando sacamos multiplicando al determinante un 2 de la tercera fila y del segundo sumando un -3 de la segunda fila. El primer sumando quedara en 10 y el segundo sumando es cero por tener el determinante dos filas iguales(la primera y la segunda).

Cuarto caso:

Para hacer

$$\begin{pmatrix} a+5c & 3b & c \\ d+5f & 3e & f \\ 2g+10i & 6h & 2i \end{pmatrix}$$

Ejercicio 12

Si A $= \begin{vmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$ y B $= \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$, determinar los valores de $a \in \mathbf{R}$ para los cuales

1. det(A+B) = 3
2. $|A + A^t| = -29$

A+B=$\begin{pmatrix} 1 & 1+a \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow det(A+B) = \begin{vmatrix} 1 & 1+a \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -3(1+a) = 3 \longleftrightarrow 1+a = -1$ de donde $a = -2$

$A + A^t = \begin{pmatrix} 2 & a \\ a & -2 \end{pmatrix} \longrightarrow det(A + A^t) = \begin{vmatrix} 2 & a \\ a & -2 \end{vmatrix} = -4 - a^2 = -29$

Terminar!!!!!