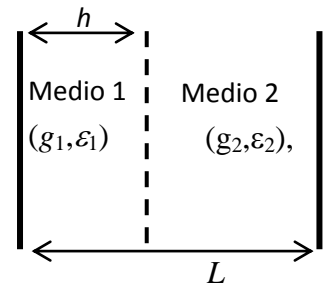


1. Considere un sistema aislado compuesto por dos placas planas (paralelas) conductoras de área A , que están separadas una distancia L . El espacio entre las placas está lleno por dos sustancias con conductividades (g_1, g_2) y permitividades (ϵ_1, ϵ_2) , como se muestra en la figura. Inicialmente hay carga libre $+Q$ y $-Q$ sobre las placas conductoras izquierda y derecha, respectivamente, luego el sistema evoluciona hasta alcanzar su condición de equilibrio. Suponga que inicialmente la interfase entre los dieléctricos no posee carga libre. La densidad de corriente $J(x, t)$ (siendo x la distancia medida desde la placa izquierda, y t el tiempo) vale:



(Nota: desprecie los efectos de borde).

- A) $J(x, t) = (g_1 Q / \epsilon_1 A) [1 - \exp(-g_1 t / \epsilon_1)]$ para $0 \leq x < h$
- B) $J(x, t) = (g_2 Q / \epsilon_2 A) [1 - \exp(-g_2 t / \epsilon_2)]$ para $h < x \leq L$
- C) $J(x, t) = (g_1 Q / \epsilon_1 A) \exp(-g_1 t / \epsilon_1) - (g_2 Q / \epsilon_2) \exp(-g_2 t / \epsilon_2)$ para $0 \leq x \leq L$
- D) $J(x, t) = (g_2 Q h / \epsilon_2 L A) \exp(-g_2 t / \epsilon_2)$ para $h < x \leq L$
- E) $J(x, t) = (g_1 Q / \epsilon_1 A) \exp(-g_1 t / \epsilon_1)$ para $0 \leq x < h$

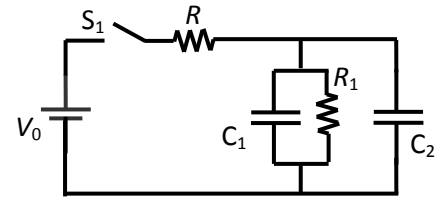
2. En el problema anterior, la condición para que en ningún momento se acumule carga libre en la interfase es:

- A) $h(\epsilon_1 / g_1) = (L - h)(\epsilon_2 / g_2)$
- B) $h(\epsilon_2 / g_2) = (L - h)(\epsilon_1 / g_1)$
- C) $(L - h) / h = \sqrt{\epsilon_1 g_2 / g_1 \epsilon_2}$
- D) $\epsilon_2 / \epsilon_1 = g_1 / g_2$
- E) $\epsilon_2 / \epsilon_1 = g_2 / g_1$

3. En el mismo sistema que los problemas anteriores, suponga ahora que la placa conductora izquierda se mantiene a un potencial V_1 y la placa derecha a un potencial V_2 (con $V_1 > V_2$). El módulo de la densidad de corriente (J) entre las placas en estado estacionario, vale:

- A) $(V_1 - V_2) \sqrt{\frac{g_1 g_2}{L h}}$
- B) $\frac{(V_1 - V_2) g_1}{h + (L - h)(g_1 / g_2)}$
- C) $\frac{(V_1 - V_2) g_1 g_2}{g_1 h + (g_2 - g_1) L}$
- D) $\frac{(V_1 - V_2)(g_1^2 / \epsilon_1 + g_2^2 / \epsilon_2)}{[g_1 h / \epsilon_1 + g_2 (L - h) / \epsilon_2]}$
- E) $\frac{(V_1 g_1 / \epsilon_1) - (V_2 g_2 / \epsilon_2)}{h / \epsilon_1 + (L - h) / \epsilon_2}$

4. El circuito de la figura consiste en dos resistencias, dos condensadores y una fuente de fem (ideal). Inicialmente los condensadores se encuentran descargados y la llave S_1 abierta. En instante $t = 0$ se cierra la llave. La corriente $I(t)$ a través de la resistencia R_1 evoluciona en el tiempo (t) en la forma:



- A) $I(t) = (V_0 / (R_1 + R))e^{(-t/\tau)}$; $\tau = (C_1 + C_2)R_1R / (R_1 + R)$
 B) $I(t) = (V_0C_1 / (R_1 + R)(C_1 + C_2))[1 - e^{(-t/\tau)}]$; $\tau = C_1R_1$
 C) $I(t) = (V_0C_1 / (R_1 + R)(C_1 + C_2))[e^{(-t/\tau_1)} - e^{(-t/\tau_2)}]$; $\tau_{1,2} = C_{1,2}(R_1 + R)$.
 D) $I(t) = (V_0 / (R_1 + R))[1 - e^{(-t/\tau)}]$; $\tau = (C_1 + C_2)R_1R / (R_1 + R)$.
 E) $I(t) = (V_0 / (R_1 + R))[2 - e^{(-t/\tau_1)} + e^{(-t/\tau_2)}]$; $\tau_{1,2} = C_{1,2}(R_1 + R)$.

5. Un cascarón esférico (no-conductor), de radio R , en el vacío, se encuentra sometido a un potencial eléctrico $V(\theta) = V_0 \cos^2(\theta)$. Calcular la densidad de carga sobre la superficie.

Sugerencia: Considerar soluciones para los potenciales, de la forma:

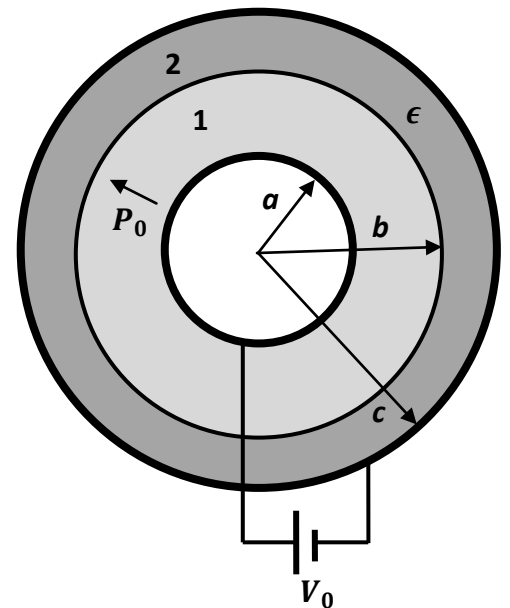
$V(r, \theta) = A + Br^{-1} + (Cr + Dr^{-2}) \cos(\theta)$, siendo A , B , C y D constantes a determinar en cada región (interior y exterior al cascarón).

- A) $\sigma = (3V_0\epsilon_0 \cos(\theta))/R$
 B) $\sigma = (V_0\epsilon_0 \sin(\theta))/2R$
 C) $\sigma = (V_0\epsilon_0 \cos(\theta))/R$
 D) $\sigma = (V_0\epsilon_0 \sin(\theta))/R$
 E) $\sigma = (4V_0\epsilon_0 \sin(\theta))/R$

6. Un capacitor esférico, de radio interior a y exterior c , está sometido a una diferencia de potencial V_0 . Entre las placas se encuentran dos materiales dieléctricos. En la región 1, entre los radios a y b , el dieléctrico tiene una polarización constante radial $\vec{P} = P_0 \hat{e}_r$, mientras que en la región 2, entre b y c es lineal, con permitividad $\epsilon = 2\epsilon_0$.

Se cumple que $b = 2a$, $c = 3b$ y $P_0 = \epsilon_0 V_0 / 2a$.

Calcular la densidad superficial de carga de polarización en la interfase ($r = 2a$) debida al dieléctrico lineal, asumiendo que sobre los dieléctricos no hay carga libre.



- A) $\sigma_{P2} = -9\epsilon_0 V_0 / 32a$
 B) $\sigma_{P2} = \epsilon_0 V_0 / 10a$
 C) $\sigma_{P2} = -7\epsilon_0 V_0 / 2a$
 D) $\sigma_{P2} = 8\epsilon_0 V_0 / 3a$
 E) $\sigma_{P2} = -\epsilon_0 V_0 / 2a$

7. Considere el sistema del ejercicio anterior desconectado de la fuente de voltaje. El conductor interior (de radio a) está cargado con carga libre $+Q$, y el exterior (de radio c) descargado. En la región exterior a las esferas (para $r > c$, siendo r la coordenada radial) hay vacío. Calcular el potencial en el centro de la esfera, considerando que se anula en el infinito.

- A) $V(r = 0) = (5Q/24\pi\epsilon_0 a) - (P_0 a/\epsilon_0)$
 B) $V(r = 0) = (7Q/4\pi\epsilon_0 a) + (2P_0 a/\epsilon_0)$
 C) $V(r = 0) = (3Q/4\pi\epsilon_0 a) + (7P_0 a/\epsilon_0)$
 D) $V(r = 0) = (3Q/7\pi\epsilon_0 a) - (7P_0 a/\epsilon_0)$
 E) $V(r = 0) = (7Q/5\pi\epsilon_0 a) + (P_0 a/2\epsilon_0)$

8. La figura muestra un condensador cilíndrico de radios interior y exterior R_1 y R_2 en contacto con un reservorio que contiene líquido con permitividad ϵ y densidad de masa ρ . Cuando se aplica una diferencia de potencial V entre los cilindros, luego de alcanzarse la situación estacionaria en que el peso del líquido se equilibre con la fuerza eléctrica, el líquido subirá una altura:

- A) $h = \frac{2\pi V^2(\epsilon - \epsilon_0)}{\log(R_2/R_1)\rho g(R_2^2 + R_1^2)}$
 B) $h = \frac{V^2(\epsilon - \epsilon_0)}{\log(R_2/R_1)\rho g(R_2^2 - R_1^2)}$
 C) $h = \frac{4\pi V^2(\epsilon - \epsilon_0)}{\log(R_2/R_1)\rho g(R_2^2 - R_1^2)}$
 D) $h = \frac{4\pi V^2(\epsilon + \epsilon_0)}{\log(2R_2/R_1)\rho g(R_2^2 + R_1^2)}$
 E) $h = \frac{V^2(\epsilon + \epsilon_0)}{\log(R_2/R_1)\rho g(R_2^2 - R_1^2)}$

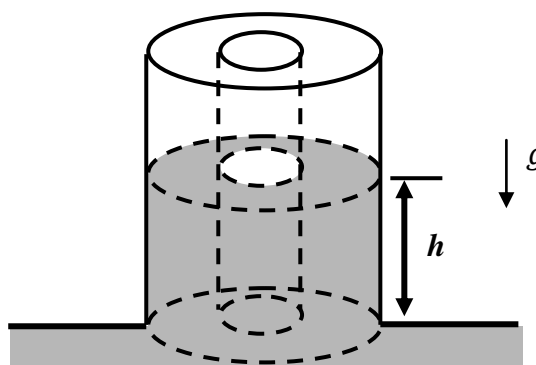


TABLA DE OPERADORES DIFERENCIALES

	<u>Cartesianas</u>	<u>Cilíndricas</u>	<u>Esféricas</u>
$\nabla \psi$	$\frac{\partial \psi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{k}$	$\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \hat{\phi} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial \psi}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \hat{\phi}$
$\nabla \cdot A$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$
$\nabla \wedge A$	$\left[\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] \hat{i} +$ $+ \left[\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \hat{j} +$ $+ \left[\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right] \hat{k}$	$\left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right] \hat{\rho} +$ $+ \left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right] \hat{\phi} +$ $+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right] \hat{k}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial(\sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right] \hat{r} +$ $+ \left[\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} \right] \hat{\theta} +$ $+ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \hat{\phi}$
$\nabla^2 \psi$	$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2}$

CALIFICACIÓN DEL PARCIAL:

Cada respuesta correcta tendrá un puntaje de **+5** puntos, y cada respuesta errónea tendrá **-1.25** puntos.

Luego de conocidas las soluciones del parcial, se abrirá una lista de las personas que desean que se les corrija el parcial en forma manual. Para que ello sea posible, el estudiante deberá haber entregado las hojas con los desarrollos teóricos junto con la hoja de escáner.

En caso que el estudiante solicite la corrección manual no se aplicarán los puntajes mencionados anteriormente, y la única calificación válida del parcial será la que resulte de dicha corrección manual.