Examen de ELECTROMAGNETISMO **23/12/2015**

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

1. Considere un conductor cilíndrico macizo infinito de radio *a*, permitividad dieléctrica ε y conductividad *g*. Inicialmente el conductor no posee densidad superficial de carga libre sobre su superficie, y tiene una densidad volumétrica de carga libre $\rho(r,t=0)=\rho_0 a/r$ siendo ρ_0 =constante, *r* la distancia radial al eje del cilindro y *t* el tiempo.

a) Hallar la densidad volumétrica de corriente $J(r,t)$.

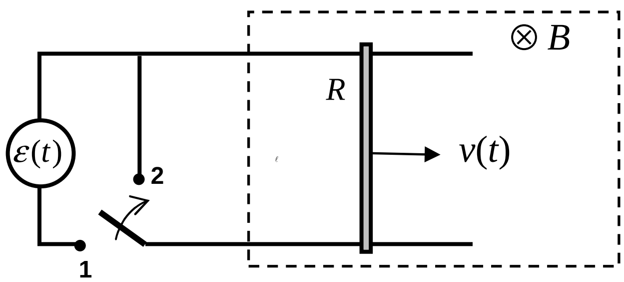
b) Calcular la energía total (por unidad de longitud) disipada en el proceso de alcanzar la condición electrostática.

2. Se tiene un circuito formado por una barra de resistencia *R*, largo ℓ y masa *m*, apoyada sobre dos rieles conductores sin resistencia. En el circuito hay una fuente de *fem* sinusoidal $\varepsilon(t)=\varepsilon_0\cos(\omega t)$, como se muestra en la figura. El sistema se encuentra en una zona con campo magnético *B* constante y uniforme. Suponga que la autoinductancia debida a los rieles y la barra es despreciable.

a) Suponga que el interruptor se encuentra en la posición "1" durante un largo tiempo. Hallar la velocidad de la barra, $v(t)$, en régimen.

b) Hallar ω para que el desfase entre la velocidad y la *fem* sea $\pi/4$.

c) Cuando $v(t)$ tiene su máxima amplitud y va hacia la derecha, se pasa (instantáneamente) el interruptor a la posición "2": Hallar la corriente en el circuito como función del tiempo para la frecuencia hallada en la parte b), tomando la condición inicial en un instante inmediatamente posterior al que el interruptor pasa a la posición "2". (<u>Nota:</u> Recuerde que se desprecia la autoinducción del circuito).



3. Considere el circuito magnético de la Fig. 1, formado por un núcleo magnético en forma de herradura cuadrangular de lado L y sección S, cerrado en la parte inferior por una barra horizontal del mismo material que posee una masa *m*.

Alrededor del núcleo hay un bobinado de N vueltas por el que circula una corriente I constante. La curva de magnetización del material (supuesto homogéneo) viene dada por la curva mostrada en la Fig. 2. Supondremos que el campo magnético en el material es siempre $\leq B_S$, y que todo el sistema se encuentra en un plano vertical.

a) Hallar el campo magnético en el núcleo asumiendo que hay un entrehierro de ancho x entre la barra y la herradura.

b) Hallar la corriente mínima que es necesario suministrar al sistema para mantener la barra de masa *m* en equilibrio con $x = 0$.

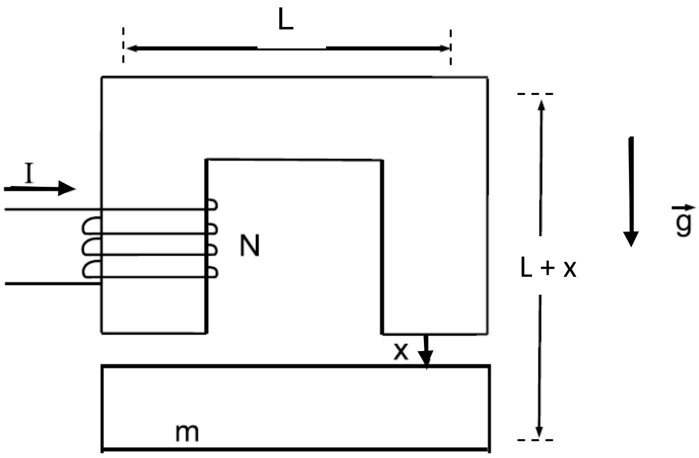


Fig. 1

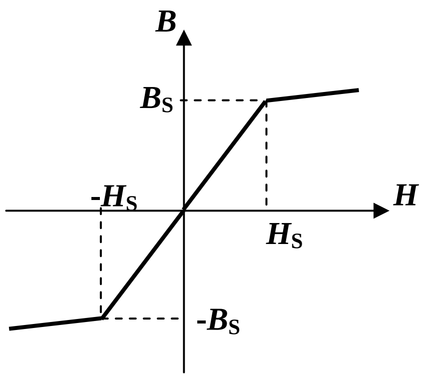


Fig. 2

TABLA DE OPERADORES DIFERENCIALES

	Cartesianas	Cilíndricas	Esféricas
$\nabla\psi$	$\frac{\partial\psi}{\partial x}\hat{i}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\hat{j}+\frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{k}$	$\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\hat{\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}+\frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\psi}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$
$\nabla\cdot A$	$\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r}+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial(sen\theta A_\theta)}{\partial\theta}+$ $+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$
$\nabla\wedge A$	$\left[\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right]\hat{i}+$ $+\left[\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right]\hat{j}+$ $+\left[\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right]\hat{k}$	$\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right]\hat{\rho}+$ $+\left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right]\hat{\varphi}+$ $+\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial\rho}-\frac{\partial A_\rho}{\partial\varphi}\right]\hat{k}$	$\frac{1}{r\,sen\theta}\left[\frac{\partial(sen\theta\,A_\varphi)}{\partial\theta}-\frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat{r}+$ $+\left[\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}-\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\hat{\theta}+$ $+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat{\varphi}$
$\nabla^2\psi$	$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right]+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right]+\frac{1}{r^2\,sen\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[sen\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right]$ $+\frac{1}{r^2\,sen^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$

APROBACIÓN DE EXAMEN:

Para aprobar el examen se requiere tener 1.5 problemas correctos.