Electromagnetismo - Examen febrero 2015

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

20 de febrero de 2015

- Se deberá comunicar claramente los razonamientos. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.
- Se debe poner el nombre en todas las hojas.
- Se recuerda que la prueba es individual.

Ejercicio 1

El sistema de la figura está situado en el vacío y consiste en un cilindro muy largo de radio a, lleno de un material no conductor, lineal, homogéneo e isótropo de permeabilidad magnética μ. Por la superficie del cilindro circula una densidad superficial de corriente $\vec{K} = K_0 \cos\varphi \hat{z}$, donde se ha fijado el versor $\hat{z}$ colineal con el eje del cilindro y se utilizan las coordenadas (r, φ, z) cilíndricas. Suponga que el sistema está en estado estacionario.

a) Pruebe que en esta situación existe un potencial escalar para la intensidad magnética $\vec{H} = -\nabla\psi$ que cumple la ecuación de Laplace; $\nabla^2\psi = 0$.

b) Pruebe que las condiciones de borde que debe cumplir ψ en este problema son:

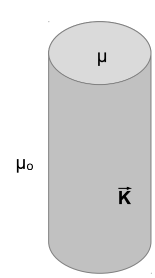
- ψ es regular para $r \to 0$.
- El campo magnético tiende a cero para $r \to \infty$.
- B_r es continuo en $r = a$.
- $H_\varphi^{afuera}\Big|_{r=a} - H_\varphi^{dentro}\Big|_{r=a} = K_0 \cos\varphi$

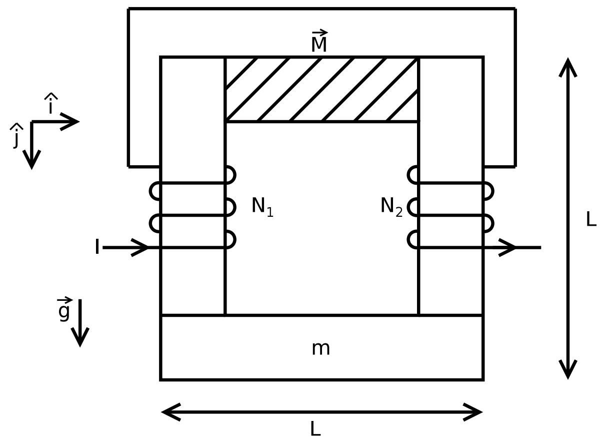
c) Explique las condiciones presentes en el problema que permiten escribir el potencial (en coordenadas cilíndricas), tanto dentro como fuera del cilindro, en la forma

$$\psi(r, \varphi, z) = A_0 + B_0 \log r + \sum_{m=1}^{+\infty} \left(A_m r^m + B_m r^{-m}\right) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{+\infty} \left(A'_m r^m + B'_m r^{-m}\right) \sin(m\varphi)$$

d) Determine $\psi(r, \varphi, z)$ tanto dentro como fuera del cilindro.

e) Halle el campo magnético $\vec{B}(s, \varphi, z)$ tanto dentro como fuera del cilindro.





Ejercicio 2

Considere el circuito magnético de la figura. Los tramos derecho, izquierdo e inferior son de un material de permeabilidad $\mu \gg \mu_0$, de largos medios l cada uno. El tramo inferior no está fijo al resto del circuito. El tramo superior es de un material con magnetización fija $\vec{M} = M_0\hat{i}$ y largo medio l. Sobre el núcleo hay dos bobinados de N_1 y N_2 vueltas conectados como se muestra en la figura. El circuito magnético es de sección uniforme S.

Sugerencia: Suponga que la energía magnética dentro del circuito permanece aproximadamente constante al variar el largo del entrehierro cuando éste es pequeño.

a) ¿Cuál es la máxima masa m que puede tener el tramo inferior para no caer si $I = 0$?

b) ¿Cuál debe ser el valor de I para que el campo $\vec{B}$ en el circuito sea nulo?

c) Para una corriente I cualquiera, ¿para qué valores de m el tramo inferior no cae?

Ejercicio 3

En el circuito de la figura se utiliza un transformador con parámetros L_1, L_2 y M para alimentar un circuito RLC.

a) Calcular la impedancia equivalente del circuito RLC conectado al secundario del transformador.

b) Hallar el valor del condensador C, tal que a una cierta frecuencia ω_0, la impedancia equivalente de la parte anterior sea real.

c) Denomine Z_{eq} la impedancia equivalente de la sección anterior. Si la fuente es de la forma $v_0(t) = V_0 \cos(\omega_0 t)$, con ω_0 y C de la parte anterior, calcular la corriente por la fuente $i(t)$.