

ELECTROMAGNETISMO - EXAMEN DICIEMBRE 2014

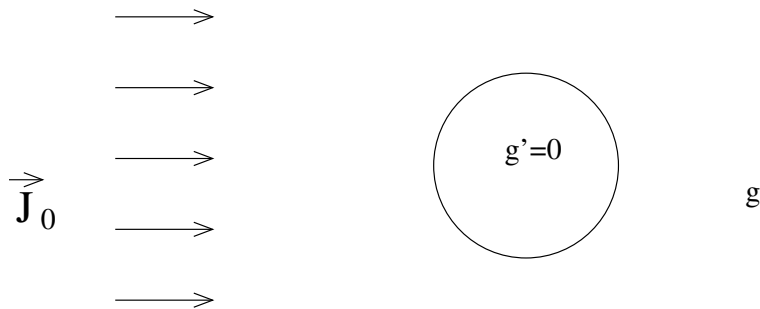
Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

23 de diciembre de 2014

- Se deberá comunicar claramente los razonamientos. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.
- Se debe poner el nombre en todas las hojas.
- Se recuerda que la prueba es individual.

Ejercicio 1

Considere una región en la que inicialmente hay una densidad de corriente uniforme \vec{J}_0 en un medio de conductividad g . En ella se introduce, tal como muestra la figura, una esfera descargada de radio a de un material aislante (es decir con una conductividad g' despreciable) y de permitividad eléctrica ϵ . Suponga el medio de conductividad g con un comportamiento eléctrico homogéneo, isótropo y lineal. Suponga, además, que el sistema ha alcanzado el estado estacionario.



- Pruebe que el potencial eléctrico $\varphi(\vec{r})$ en este problema obedece la ecuación de Laplace tanto dentro como fuera de la esfera.
- Explique los motivos que llevan a que en cada una de las regiones dicho potencial pueda escribirse bajo la forma:

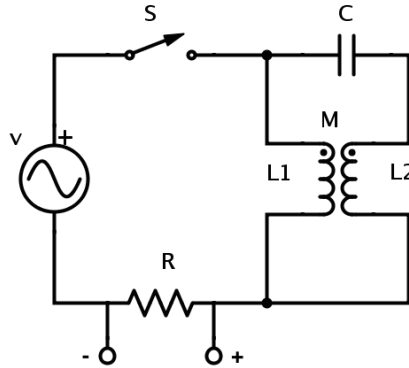
$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n+1}} \right\} P_n(\cos \theta)$$

donde los $P_n(x)$ son los polinomios de Legendre ($P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$, etc.).

- Determine las condiciones de borde presentes en este problema.
- Halle $\varphi(\vec{r})$ en la zona exterior a la esfera.
- Deduzca $\vec{J}(\vec{r})$ en esa misma región.

Ejercicio 2

El circuito que se muestra en la figura está compuesto por una resistencia R , un condensador de capacidad C y dos bobinas de autoinductancias L_1 y L_2 e inductancia mutua $M = \sqrt{L_1 L_2}$, conectados a una fuente de voltaje sinusoidal $v(t) = V_0 \cos(\omega t)$ según el diagrama. Suponga que la llave S lleva cerrada un largo tiempo.

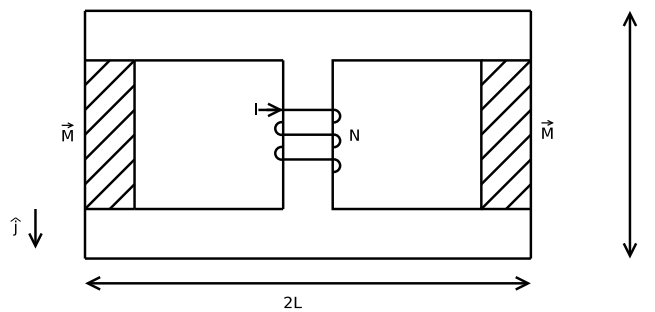


- Determine la caída de potencial en la resistencia $v_R(t)$.
- Determine la frecuencia ω_0 para la cual la potencia media entregada por la fuente es mínima.

Ejercicio 3

Considere el circuito magnético de la figura. Los tramos superiores, inferiores y central son de un material de permeabilidad $\mu \gg \mu_0$, de largos medios $2l$, $2l$ y l respectivamente. Los de la izquierda y derecha son de un material con magnetización fija \vec{M} y largo medio l . Todas las ramas tienen la misma sección.

Sobre la rama central hay un bobinado de N vueltas como se muestra en la figura.



- En el caso que los materiales de las ramas izquierda y derecha tengan magnetización $\vec{M} = -M_0 \hat{j}$, ¿Cuál debe ser la corriente por el bobinado de la rama central para que el campo \vec{B} en todo el circuito sea nulo?
- Si se invierte el sentido de la magnetización de la rama izquierda y la corriente por el bobinado es nula, ¿Cuál es el valor de los campos \vec{B} y \vec{H} en cada tramo del circuito?