Electromagnetismo - Segundo Parcial

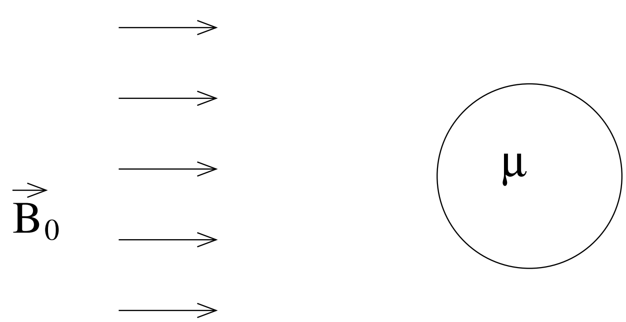
Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

2 de diciembre de 2014

- Se deberá comunicar claramente los razonamientos. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.
- Se debe poner el nombre en todas las hojas.
- Se recuerda que la prueba es individual.

Ejercicio 1

Considere una región en la que inicialmente hay un campo magnético uniforme $\vec{B}_0$ en el vacío. En ella se introduce, tal como muestra la figura, una esfera de hierro dulce de radio a y permeabilidad magnética μ. Suponga el hierro dulce con un comportamiento magnético homogéneo, isótropo y lineal. Suponga, además, que el sistema ha alcanzado el estado estacionario.



a) Pruebe que el campo magnético puede expresarse en este problema como $\vec{B}(\vec{r}) = -\nabla\varphi(\vec{r})$ tanto afuera como adentro de la esfera.

b) Muestre que tanto en el interior de la esfera como en el exterior de esta $\varphi(\vec{r})$ verifica la ecuación de Laplace.

c) Explique las condiciones presentes en este problema que llevan a que, tanto en el interior de la esfera como en el exterior de la misma, $\varphi(\vec{r})$ puede expresarse de la forma siguiente:

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \Big(A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n+1}} \Big) P_n(\cos\theta)$$

donde r y θ son coordenadas esféricas y los $P_n(\cos\theta)$ son los polinomios de Legendre. Los coeficientes A_n y B_n pueden tomar valores diferentes en cada una de las dos regiones.

d) Pruebe que el potencial magnético $\varphi(\vec{r})$ debe verificar las siguientes condiciones de borde (φ_I representa el potencial dentro de la esfera y φ_{II} fuera):

i) $\varphi_I(\vec{r})$ es regular para $r \to 0$.

ii) $\varphi_{II}(\vec{r}) \sim -B_0 r\cos\theta$ si $r \to \infty$.

iii) $\left.\frac{\partial\varphi_I(\vec{r})}{\partial r}\right|_{r=a} = \left.\frac{\partial\varphi_{II}(\vec{r})}{\partial r}\right|_{r=a}$

iv) $\left.\frac{1}{\mu}\frac{\partial\varphi_I(\vec{r})}{\partial\theta}\right|_{r=a} = \left.\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial\varphi_{II}(\vec{r})}{\partial\theta}\right|_{r=a}$

e) Halle $\varphi(\vec{r})$ en todo el espacio.

f) Deduzca $\vec{B}(\vec{r})$ en todo el espacio.

Recordatorio: $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$ y $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$.

Ejercicio 2

El circuito magnético de la figura 1 está hecho de un material lineal con permeabilidad magnética μ, tiene dimensiones L y $2L$ y es de sección **no** uniforme, siendo $\alpha = S_2/S_1$ el cociente entre las secciones.

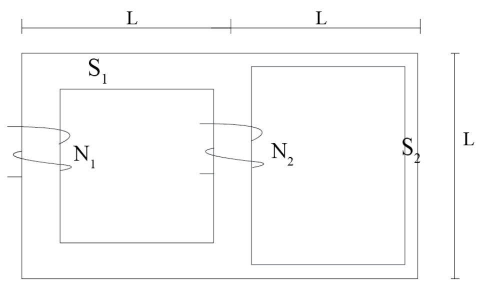


Figura 1: Circuito magnético

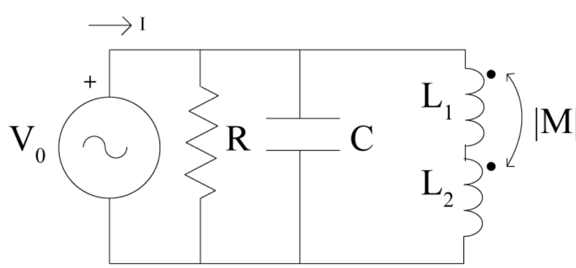


Figura 2: Conexión del circuito eléctrico

a) Calcule las autoinductancias L_1 y L_2 y el valor absoluto de la inductancia mutua, $|M|$, entre los bobinados.

b) Calcule el valor absoluto del coeficiente de acoplamiento k en función de α, siendo k tal que $M = k\sqrt{L_1 L_2}$.

c) Se conecta una fuente de tensión alterna $V_0\cos(\omega t)$, una resistencia R y un condensador C al circuito magnético dando lugar al circuito que se muestra en la figura 2. Calcule la corriente por la fuente en régimen permanente, $i(t)$, en función de L_1, L_2 y M.