



Practico 3 ej 1  
de [Bagnulo Florencia](#) - Monday, 12 de April de 2010, 20:40

Tengo una consulta de éste ejercicio. Halle la serie de potencia, para hallar el radio de convergencia, tengo que hacer  $R=1/\lim(\sup(a_{n+1}/a_n))$ ?

Otra consulta. En el b halle el desarrollo de Taylor, pero no pude darme cuenta de la formula de  $a_n$ . Alguna sugerencia?

Muchas gracias!



Re: Practico 3 ej 1  
de [Iglesias Matías](#) - Tuesday, 13 de April de 2010, 08:25

Florencia, con respecto a el radio de convergencia hay muchas formas de calcularlo. Una de ellas es la que mencionás vos. otra sería mediante el criterio de la raíz como el dado en Cálculo 1 para series reales.

Por otro lado, para hallar la fórmula del b) podés hacer los siguientes pasos:

\*tomar como  $z$  en la expresión hallada en a) como  $-z$ ,

\*aplicar reiteradamente el teorema de convergencia uniforme y derivación que supongo habrás aplicado en la parte a).

Con eso sale.

Por si quieren comparar adjunto mis resultados de los ejercicios 1, 2 y 3.

Saludos, Matías.



Adjunto nuevamente el archivo anterior pero con unas correcciones que me hicieron hoy: Diego y Carlos con respecto a las partes b) y c) del ejercicio 1.

Si alguien ve algún error más estaría bueno que lo haga saber así sabemos todos.

Saludos, Matías.

### Ejercicio 1

$$a) \frac{1}{(1-z)^2} = \sum_{n=1}^{+\infty} n z^{n-1}, R = 1$$

$$b) \frac{1}{(1+z)^5} = \frac{1}{24} \sum_{n=4}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{n!}{(n-4)!} z^{n-4}, R = 1$$

$$c) \frac{1}{4+z} = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} z^n, R = 4$$

$$d) \frac{z+2}{(1+3z)^2} = \sum_{n=1}^{+\infty} n(-3)^{n-1} z^n (1+2z^{-1}), R = \frac{1}{3}$$

### Ejercicio 2

$$\log(1-z) = \sum_{n=1}^{+\infty} c_n z^n \text{ con } c_n = \frac{-1}{n}, R = 1$$

### Ejercicio 3

$$a) \frac{z}{(1-z)^2} = \sum_{n=1}^{+\infty} n z^n, R = 1$$

$$b) 1 + (1-z^{-1}) \text{Log}_{[0,2\pi)}(1-z) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n(n+1)}, R = 1$$

$$c) \frac{z}{(1-z)^2} + \frac{i}{1-z} = \sum_{n=1}^{+\infty} (n+i) z^n, R = 1$$

$$d) \frac{2z^2}{(1-z)^3} = \sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1) z^n, R = 1$$



Re: Practico 3 ej 1  
de [Pesce Franco](#) - Wednesday, 14 de April de 2010, 18:13

En la b), ¿no es  $(-1)^n$  en vez de  $(-1)^{(n-1)}$ ? El primer término  $a(0)$  vale 1, ¿no?



Re: Practico 3 ej 1  
de [Iglesias Matías](#) - Thursday, 15 de April de 2010, 09:27

Tomando del desarrollo de la parte a) a  $z$  como  $-z$  se obtiene que es  $(-1)^{n-1}$ . Luego derivando 3 veces más esta nueva expresión se obtiene el resultado deseado.

Cualquier duda que tengas volvé a preguntar.

Saludos, Matías.



Re: Practico 3 ej 1  
de [Pesce Franco](#) - Thursday, 15 de April de 2010,  
14:07

Dale, gracias. No lo había hecho por ese camino.

Saludos



Re: Practico 3 ej 1  
de [Pesce Franco](#) - Friday, 16 de April de 2010, 16:28

Tengo otra duda:  $1/(1-z)$  es el resultado de la sumatoria de  $z^n$  entre 0 e infinito (si  $|z| < 1$ ). Por lo tanto, cuando la suma es entre 1 e infinito, ¿no hay que restarle el término  $n=0$  a  $1/(1-z)$ ? Es decir, la 3.c quedaría  $z/(1-z)^2 + i/(1-z) - i$ , ¿no?

Corrijan si me equivoco porque he resuelto todos los ejercicios de esta forma.

Gracias.



Re: Practico 3 ej 1  
de [Veirano Francisco](#) - Sunday, 9 de May de 2010, 18:43

Matias me parece que lo tenias bine vos al principio. Porque cuando decis tomo el desarrollo de la parte a) tomando a  $z$  como  $-z$  y lo derivo 3 veces te queda un  $(-1)^{n-1}$ , pero la 3 derivada de  $1/(1+z)^2$ , te aparece un menos que cuando lo pasas para el otro lado te queda  $(-1)^{n-2}$  o  $(-1)^n$  que es lo mismo.

Me parece que es asi. Perdon si em equivoco.



Re: Practico 3 ej 1  
de [Iglesias Matías](#) - Sunday, 9 de May de 2010,  
19:45

Efectivamente tenés razón Francisco. Muchas gracias.

Saludos, Matías.