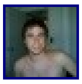
Dudas del práctico 1
de Ibañez Santiago - Monday, 22 de March de 2010, 12:12

1) No sé como hacer el 1.10.
Escribí que a+b+c=0, esto implica que los respectivos componentes reales e imaginarios cumplen la ecuación anterior. No sé como seguir.

2) Tampoco sé como hacer el 1.11.
En este caso casi que no llegué a nada.

Agradezco al que pueda ayudarme.
Saludos



Re: Dudas del práctico 1
de Iglesias Matías - Monday, 22 de March de 2010, 13:27

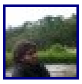
Santiago, en el siguiente link: http://www.megaupload.com/?d=MTMIA9WH , encontrarás las resoluciones de los ejercicios pedidos.

Un par de aclaraciones:

*la resolución del ejercicio 10 que podrás ver fue la que yo propuse, así que cualquier duda que tengas podés preguntarme tranquilo,

*con respecto al ejercicio 11, la resolución que encontrarás es la que propuso Nicolás en el práctico; aún no la pasé en limpio por eso está desprolija, así que cualquier duda que tengas te explico el razonamiento.

Saludos, Matías.



Re: Dudas del práctico 1
de Frevenza Nicolás - Tuesday, 23 de March de 2010, 00:59

Hola, les contesto a ambos.

Matías, creo que tu prueba del ejercicio 10 está bien, aunque es un poco entreverada porque trabajas con los tres puntos (demás por subir la hoja escaneada, con cosas con más dibujitos va a servir pila).

La prueba que les propongo es la siguiente. Supongamos que los puntos están ordenados en la cfa unidad en sentido antihorario y que a = 1. Como el polígono a,b,c está inscripto en la circunferencia unidad (porque todos los complejos tienen módulo 1), si formase un triángulo equilátero ya sabemos cuales tienen que se b y c; estos serían: $b = e^{i2\pi/3} \ y \ c = e^{i4\pi/3}$ que corresponden a=(1,0) rotar a 120 grados en la cfa.

Probemos que b y c son entonces quienes deben ser. Para eso hacemos algo muy similar a lo que hizo Matías pero con cuentas más sencillas (porque elegimos a=1). Nos queda que b+c=-1 y que ambos tienen módulo uno. De la ecuación sacás que las partes imaginarias son opuestas y que Re(c)= -1-Re(b).

Ahora: $1 = |b| = Re(b)^2 + Im(b)^2$ por otro lado utilizando el despeje anterior:

$1 = |c| = Re(c)^2 + Im(c)^2 = [-1 - Re(b)]^2 + Im(b)^2$

Igualando las ecuaciones obtenes Re(b) y luego con |b|=1, encontras su parte imaginaria. A c lo hallas al toque luego de eso.

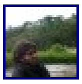
Todo esto si a=1. En general $a = e^{i\theta}$. Ahora bien, podemos rotar el polígono (toda la cfa en realidad) un ángulo $-\theta$ y allí tendremos nuevos puntos a', b', c', todos de módulo uno (porque rotar es una isometría y preserva distancias y ángulos). Si estos forman un triangulo equilátero a,b,c también, puesto que rotar es isometría nuevamente.

Pero a'=1 por definición, ya que rotar -\theta es multiplicar cada punto por $e^{-i\theta}$. Para terminar solo falta ver que a'+b'+c'=0, lo cual es sencillo porque es multiplicar la ecuación a'+b'+c'=0 por $e^{-i\theta}$.

Espero haya salido bien la explicación. Intenté usar el modo matemático para ser más claro, pero no sé bien cómo queda. En un rato contesto el otro ej.

Re: Dudas del práctico 1
de Ibañez Santiago - Tuesday, 23 de March de 2010, 17:43

Gracias a ambos por las respustas.
Ambas fueron de gran utilidad.



Re: Dudas del práctico 1
de Frevenza Nicolás - Tuesday, 23 de March de 2010, 01:22

Supón que tenés Q_1, ..., Q_n los vértices del polígono regular de n lados. No hay problema en suponer que Q_1=(1,0)=1 por el mismo argumento de la rotación del ejercicio anterior. Pensalo y sino pregunta de nuevo.

Ahora bien, 1, Q_2, ..., Q_n verifican ser raíces del polinomio $x^n - 1$. Por definición sabemos que $\lambda_i = dist(1, Q_i) = |1 - Q_i|$.

La idea consiste en mirar el polinomio $\frac{x^n-1}{x-1}$. Sí, es un polinomio aunque la primera impresión no parezca. x-1 es un factor de x^n-1 y por tanto la división es el polinomio $p(x) = (x - Q_2) \times ... \times (x - Q_n)$.

Ahora:

$\prod_{i=2}^{n} \lambda_i = |1 - Q_2| \times ... \times |1 - Q_n| = |p(1)|$

¿Está claro hasta aquí? es simplemente cancelar el factor x-1 y ver que lo que queremos hallar es el polinomio p evaluado en 1 (en módulo).

Para terminar tenemos que calcular la división entera $\frac{x^n-1}{x-1}$. Haciendo la cuenta como en el liceo u observando atentamente se puede ver que $\frac{x^n-1}{x-1} = x^{n-1} + x^{n-2} + ... + x + 1$

(para verificar que esto es efectivamente así se puede "pasar multiplicando" x-1 y ver que se verifica la igualdad).

Entonces evaluar al polinomio p en 1 es extremadamente sencillo y da n, con lo que terminamos la prueba.

Olvidé decirles que quien quiera usar el modo matemático puede hacerlo. Para aprender lo básico hay un pdf en el tema uno de este EVA, sino me preguntan.

Re: Dudas del práctico 1
de Ibañez Santiago - Tuesday, 23 de March de 2010, 17:57

Clarísimo, gracias.