



Curva no homotópica a un punto.
de [Iglesias Matías](#) - Wednesday, 12 de May de 2010, 14:05

Buenas quisiera saber cuándo una curva no es homotópica a un punto de un conjunto dado.

Por lo que anduve pensando, los ejemplos que se me ocurrieron son cuando el conjunto tiene un agujero. En dichos casos la curva no puede ser homotópica en ese agujero. En realidad, me surgió esta sospecha porque creo que son muy raros los conjuntos donde no se cumpla la teoría de Cauchy global.

Saludos, Matías.



Re: Curva no homotópica a un punto.
de [Frevenza Nicolás](#) - Thursday, 13 de May de 2010, 00:32

el plano menos un punto no es un conjunto raro.

digamos que si sacamos el origen, y tenes una curva cerrada que lo encierra no es homotópica a un punto. Si no lo encierra sí.

Ahora, si tenés una curva que encierra al punto y tiene índice dos, no la podemos deformar a una curva que encierre el punto y tenga índice uno.



Re: Curva no homotópica a un punto.
de [Iglesias Matías](#) - Thursday, 13 de May de 2010, 07:39

Muchas gracias Nicolás.

Sólo tengo una duda más: si tenemos un conjunto omega en el cual existen una cantidad finita de puntos en los que no es holomorfa cierta función, pero dichos puntos pertenecen a omega, entonces:

¿cualquier curva cerrada que encierre al menos uno de esos puntos si es homotópica a esos puntos y por ende vale la teoría de Cauchy global?

Saludos, Matías.



Re: Curva no homotópica a un punto.
de [Veirano Francisco](#) - Thursday, 13 de May de 2010, 14:12

Me parece que no porque la teoría de Cauchy global te pide que f sea holomorfa en todo omega, y en ese caso tenes puntos de omega donde f no es holomorfa. Ahora si sacas los puntos donde f no es holomorfa y tomas una curva que encierre uno de esos puntos, dicha curva no es homotópica a un punto.

Mi pregunta es en la definición de curva homotópica a un punto en omega, ese punto debe pertenecer a omega no? Sino no tiene sentido lo que dije antes.

Saludos, Francisco



Re: Curva no homotópica a un punto.
de [Iglesias Matías](#) - Thursday, 13 de May de 2010, 15:59

Si mal yo, quería haber preguntado el caso que vos mencionaste en que sacamos los puntos donde f no es holomorfa; pero por no pensar bien terminé preguntando cualquiera. Todo aclarado.

Por otro lado, sí, el punto debe pertenecer a ω .

Muchas gracias.

Saludos, Matías.



Re: Curva no homotópica a un punto.
de [Iglesias Matías](#) - Thursday, 13 de May de 2010, 16:05

Por lo tanto en el caso que mencionás:

"digamos que si sacamos el origen, y tenes una curva cerrada que lo encierra no es homotópica a un punto..."

no podemos aplicar ninguno de los teoremas de Cauchy global, ¿verdad?.

La duda me surge porque en los enunciados para la teoría de Cauchy global menciona que la curva tiene que ser homotópica a un punto de ω , y yo lo que entiendo es que con que sea homotópica a algún punto ya alcanza para aplicar el teorema. Pero creo que no es esa la hipótesis del teorema, mejor dicho, creo que no la estoy interpretando bien. Quizás la hipótesis quiera decir que la curva cerrada que encierra dicha región tiene que ser homotópica a todo punto que encierra. ¿Es verdad esta última afirmación?

Desde ya muchas gracias Nicolás por tu tiempo.

Saludos, Matías.



Re: Curva no homotópica a un punto.
de [Veirano Francisco](#) - Thursday, 13 de May de 2010, 16:20

Pero me parece que si es homotópica a un punto que encierra, es homotópica a cualquier punto que encierra, no?.

Saludos, Francisco



Re: Curva no homotópica a un punto.
de [Frevenza Nicolás](#) - Thursday, 13 de May de 2010, 16:45

la hipótesis es que la curva es homotópica a un punto en ω , donde ω es una región en la que f es holomorfa. La curva tiene que ser deformable continuamente a un punto (cualquiera) que esté en la región donde la función es holomorfa.

Más adelante en el curso veremos el teorema de residuos que nos permite calcular integrales sobre curvas cerradas (de cierto tipo que más adelante afinaremos) que encierran singularidades de cierto tipo de la función (no cualquier singularidad).

Eso es lo que comenzaremos a dar en una o dos semanas, y es el tema del práctico 6.