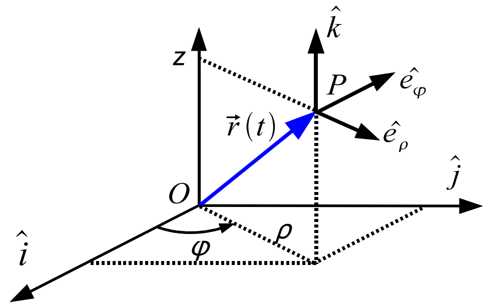
Instituto de Física
Mecánica Newtoniana
Hoja de fórmulas, primera parte.

Sistema de coordenadas

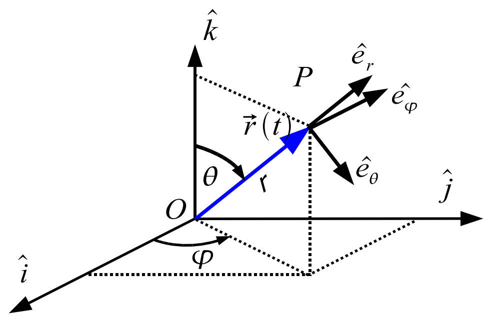
Coordenadas cilíndricas:

$$
\begin{aligned}
\vec{r} &= \rho\,\hat{e}_\rho + z\,\hat{k} \\
\vec{v} &= \dot{\rho}\,\hat{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\hat{e}_\varphi + \dot{z}\hat{k} \\
\vec{a} &= (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\,\hat{e}_\rho + (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi})\,\hat{e}_\varphi + \ddot{z}\,\hat{k}
\end{aligned}
$$



Coordenadas esféricas:

$$
\begin{aligned}
\vec{r} &= r\,\hat{e}_r \\
\vec{v} &= \dot{r}\,\hat{e}_r + r\dot{\theta}\,\hat{e}_\theta + r\dot{\varphi}\sin\theta\,\hat{e}_\varphi \\
\vec{a} &= \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2 sen^2\theta\right)\hat{e_r} \\
&+ \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\varphi}^2 sen\theta cos\theta\right)\hat{e}_\theta \\
&+ \left(r\ddot{\varphi} sen\theta + 2\dot{r}\dot{\varphi} sen\theta + 2r\dot{\theta}\dot{\varphi} cos\theta\right)\hat{e_\varphi}
\end{aligned}
$$



Coordenadas curvilíneas intrínsecas:

Triedro de Frenet:

$$\hat{t} = \frac{d\vec{r}}{ds} \qquad \hat{n} = \mathcal{R}\frac{d\hat{t}}{ds} \ \text{(con } \mathcal{R} \text{ radio de curvatura)} \qquad \hat{b} = \hat{t} \times \hat{n}$$

$$\vec{v} = \dot{s}\hat{t} \qquad\qquad \vec{a} = \ddot{s}\hat{t} + \frac{\dot{s}^2}{\mathcal{R}}\hat{n}$$

Movimiento Relativo:

Fórmula de cambio de la derivada de un vector:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d'\vec{A}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{A}$$

$\frac{d'}{dt}$ derivada temporal en el sistema movil S'

$\vec{\omega}$ velocidad angular de S' respecto al sistema S.

Teorema de Roverbal: $\vec{v} = \vec{v'} + \vec{v}_T$ donde:

$\vec{v}\,(\vec{v'})$ velocidad absoluta (relativa) de P;
$\vec{v}_T = \vec{v}_{o'} + \vec{\omega} \times \vec{r'}$ velocidad de transporte de P;
$\vec{v}_{o'}$ velocidad absoluta de O', $\vec{r'} = P - O'$

Teorema de Coriolis: $\vec{a} = \vec{a'} + \vec{a}_T + \vec{a}_C$ donde:

$\vec{a}\,(\vec{a'})$ aceleración absoluta (relativa) de P;
$\vec{a}_T = \vec{a}_{o'} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'})$ aceleración de transporte de P;
$\vec{a}_{o'}$ aceleración absoluta de O', $\vec{r'} = P - O'$
$\vec{a}_C = 2\,\vec{\omega} \times \vec{v'}$ aceleración de Coriolis

Movimiento Central:

Primer preintegral: $r^2\dot{\theta} = \frac{\ell}{m}$

Fórmulas de Binet:

$$v^2 = \frac{\ell^2}{m^2}\left[u^2 + u'^2\right] \qquad a_r = -\frac{\ell^2 u^2}{m^2}\left[u + u''\right] \qquad u(\theta) = \frac{1}{r}$$

Leyes de Kepler:

1. $r = \frac{p}{1+\varepsilon\cos\theta}$.

   Para la trayectoria elíptica:

   - $a = \frac{p}{1-\varepsilon^2}$ semieje mayor
   - $b = \frac{p}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$ semieje menor

2. Velocidad areolar: $\dfrac{dA}{dt} = \dfrac{\ell}{2m} = cte$

3. $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3$ período del movimiento.