INSTITUTO DE FÍSICA
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA NEWTONIANA (1122)
Curso 2019

<u>Examen</u>: 9 de Diciembre de 2019

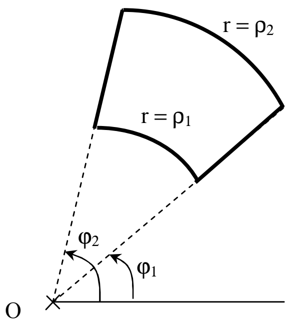
Ejercicio Nº 1:

Una partícula de masa m está sometida a una única fuerza radial no isotrópica de la forma $\vec{F} = \frac{K}{r^2}\cos(2\varphi)\vec{e}_r$ en coordenadas esféricas, donde K es una constante. Inicialmente la partícula se encuentra en el plano ecuatorial ($\theta = \pi/2$), con $\varphi = 0$, a una distancia a del origen de coordenadas O con velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}(0) = v_0\,\vec{e}_\varphi$.

a) Demuestre que se conserva el momento angular respecto al origen O.

b) ¿Es esta fuerza conservativa?

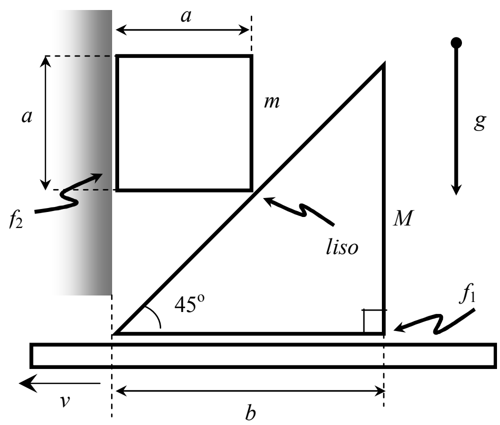
<u>SUGERENCIA</u>: Calcule el trabajo realizado por la fuerza en la curva cerrada de la figura. Es decir una curva ubicada en el plano ecuatorial formada por dos tramos de radio r diferentes y constantes y dos rectas de ángulo φ diferentes y constantes.



c) Encuentre la ecuación diferencial que satisface $u(\varphi) = \frac{1}{r}$ y permite hallar la trayectoria de la partícula.

d) Halle cuál debe ser v_0 para que la partícula se aleje infinitamente de O en φ = 45º.

Ejercicio Nº 2:



Una placa triangular isósceles rectangular homogénea, de masa M, tiene uno de sus catetos, de largo b, apoyado sobre una plataforma horizontal, siendo el contacto rugoso con coeficiente de rozamiento dinámico f_1. La plataforma se mueve con velocidad v horizontal en dirección a una pared vertical fija que se encuentra exactamente encima del extremo no rectángulo de ese cateto. Otra placa cuadrada homogénea, de masa m y lado a, se encuentra apoyada sobre la pared (contacto distribuido) y un punto de la hipotenusa de la placa rectangular. El contacto entre las placas es liso, y el entre la placa cuadrada y la pared es rugoso con coeficiente de rozamiento (estático y dinámico) f_2. Todo el sistema se encuentra en un mismo plano vertical. Se verifica que $b = 2a$ y $M = 2m$. Inicialmente las placas están en reposo.

a) Encuentre las condiciones que deben verificar f_1 y f_2 para que las placas permanezcan en equilibrio.

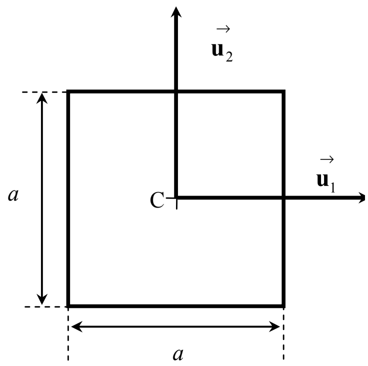
NOTA: Recuerde que la altura del centro de masa de un triángulo se encuentra a un tercio de la altura total del triángulo.

b) Si ahora $f_1 = \frac{1}{2}$ y $f_2 = 0$ (contacto de la placa cuadrada con la pared liso):

i) Establezca cómo se romperá el equilibrio.

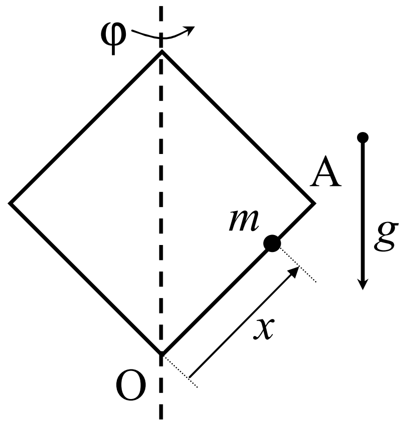
ii) Suponiendo que este movimiento se mantiene, halle la aceleración de los centros de masa de las placas, en un entorno del instante inicial.

Ejercicio Nº 3:



Con cuatro barras homogéneas idénticas se construye una pieza de forma cuadrangular, en que cada barra es el lado de un cuadrado. Las barras tienen largo *a* y masa *M*.

a) Calcule los momentos de inercia de la pieza respecto a las rectas que pasan por el centro C de la placa y son paralelas a los lados ($C\vec{\mathbf{u}}_1$ y $C\vec{\mathbf{u}}_2$ en la figura).



b) La pieza anterior gira libremente (articulaciones cilíndricas lisas) en torno a un eje vertical que coincide con una diagonal del cuadrado. A lo largo de uno de sus lados inferiores OA se mueve sin rozamiento una masa puntual *m*. El vértice inferior O (ubicado sobre el eje) es fijo. La masa total de la pieza $4M = 3m$. Inicialmente la pieza se mueve con velocidad angular $\dot{\varphi}(0) = \omega_0$ y la masa *m* está en reposo relativo a la pieza y ubicada en el punto medio del lado OA.

i. Halle las preintegrales de movimiento que se obtienen de las leyes de conservación del sistema.

ii. Suponiendo la masa sube a partir del instante inicial, encuentre la condición para que la masa *m* no llegue al extremo A.