Ejercicio Nº1

Mecánica Newtoniana (1122)
Examen 9/12/2019

$$\vec{F} = +\frac{K}{r^2}\cos(2\varphi)\,\vec{e}_r$$

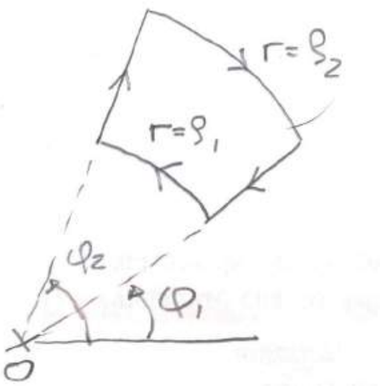
parte a: $\vec{L}_o = m\vec{r}\wedge\vec{v}$

$$\dot{\vec{L}}_o = m\underbrace{\dot{\vec{r}}}_{\vec{v}}\wedge\vec{v} + m\vec{r}\wedge\underbrace{\dot{\vec{v}}}_{\vec{a}} = \underbrace{\vec{r}}_{r\vec{e}_r}\wedge\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{L}_o = cte$$

parte b:

$z=0$

$$W = \oint \vec{F}\cdot d\vec{r}$$



En los tramos $r=\rho$ cte $\vec{r}=\rho\vec{e}_r$

$d\vec{r} = \rho\, d\vec{e}_r$ y $d\vec{e}_r \perp \vec{e}_r \Rightarrow$ la fuerza no trabaja.

En los tramos φ y z cte $\vec{r} = \rho\vec{e}_\rho$

c/ $\vec{e}_\rho$ cte $\Rightarrow d\vec{r} = d\rho\,\vec{e}_\rho$

$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = +\frac{K}{\rho^2}\cos(2\varphi)\,d\rho$$

$$\Rightarrow W = +\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{K}{\rho^2}\cos(2\varphi_2)\,d\rho + \int_{\rho_2}^{\rho_1}\frac{K}{\rho^2}\cos(2\varphi_1)\,d\rho =$$

$$= -K\cos(2\varphi_2)\left(\frac{1}{\rho_2}-\frac{1}{\rho_1}\right) - K\cos(2\varphi_1)\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right) \Rightarrow$$

$$W = -K\left[\cos(2\varphi_1)-\cos(2\varphi_2)\right]\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)$$

$\rho_1 \neq \rho_2$ y $\varphi_1 \neq \varphi_2 \Rightarrow$ salvo en casos particulares $W \neq 0$

$\Rightarrow$ la fuerza es NO conservativa.

parte c: $m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow m\vec{a}\cdot\vec{e}_r = -\frac{K}{r^2}\,\text{sen}(2\varphi)$

$\vec{L}_O(0) = a\vec{e}_\rho \wedge (v_o\vec{e}_\varphi) = a v_o \vec{k} \Rightarrow$ como la velocidad debe ser perpendicular a $\vec{k}$ en todo instante, la partícula se mueve en el plano $z=0$ y se puede trabajar en coordenadas cilíndricas

$$\vec{a}\cdot\vec{e}_r = \vec{a}\cdot\vec{e}_\rho = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$$

$$\vec{L}_o = r\vec{e}_\rho\wedge(\dot{r}\vec{e}_\rho + r\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi) = r^2\dot{\varphi}\vec{k} \Rightarrow r^2\dot{\varphi} = a v_o$$

$$\dot{\varphi} = \frac{a v_o}{r^2}$$

$$m\left(\ddot{r}-\frac{a^2v_0^2}{r^3}\right)=+\frac{K}{r^2}\cos(2\varphi)$$

$$u(\varphi)=\frac{1}{r} \Rightarrow r=\frac{1}{u} \Rightarrow \dot{r}=-\frac{1}{u^2}u'\dot{\varphi}=-r^2u'\dot{\varphi}=-u'av_0$$

$$\ddot{r}=-av_0u''\dot{\varphi}=-\frac{a^2v_0^2}{r^2}u''=-a^2v_0^2u^2u''$$

$$\Rightarrow -a^2v_0^2\cancel{u^2}u''-a^2v_0^2u^{\cancel{3}}=+\frac{K\cancel{u^2}}{m}\cos(2\varphi)$$

$$\boxed{u''+u=-\frac{K}{ma^2v_0^2}\cos(2\varphi)}$$

parte d: $u''=u_h+u_p$

$$u_h=A\cos\varphi+B\operatorname{sen}\varphi$$
$$u_p=C\cos(2\varphi)$$
$$u_p'=-2C\operatorname{sen}(2\varphi)$$
$$u_p''=-4C\cos(2\varphi)$$

$$\Rightarrow -4C+C=-\frac{K}{ma^2v_0^2} \Rightarrow 3C=\frac{K}{ma^2v_0^2} \Rightarrow C=\frac{K}{3a^2v_0^2m}$$

$$u=A\cos\varphi+B\operatorname{sen}\varphi+\frac{K}{3a^2v_0^2m}\cos(2\varphi)$$

$$u(0)=\frac{1}{a}\ \left(\text{Porque } \varphi(0)=0\right) \Rightarrow A+\frac{K}{3a^2v_0^2m}=\frac{1}{a}$$

$$\dot{r}(0)=0 \Rightarrow u'(0)=0 \Rightarrow u'=-A\operatorname{sen}\varphi+B\cos\varphi-\frac{2K\operatorname{sen}(2\varphi)}{3a^2v_0^2m}$$

$$u'(0)=B=0$$

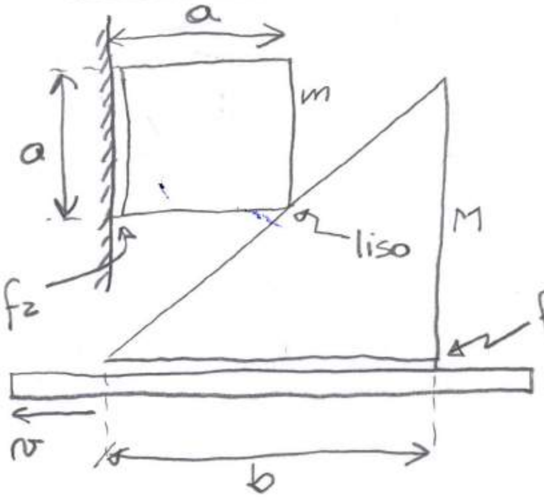
Luego $u(45^\circ)=\frac{1}{r}\rightarrow 0$ porque $r\rightarrow\infty$

$$\Rightarrow u(45^\circ)=A\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A=0 \Rightarrow \frac{K}{3a^{\cancel{2}}v_0^2m}=\frac{1}{\cancel{a}}$$

$$\boxed{v_0=\sqrt{\frac{K}{3am}}}$$

Ejercicio N° 2

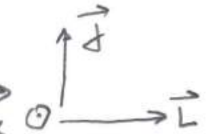
Mecánica Newtoniana (1122)
Examen 9/12/2019

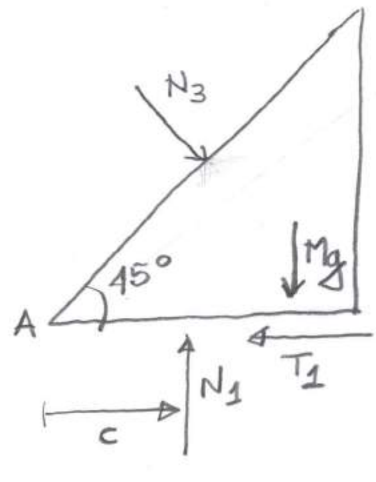


$b = 2a$

$M = 2m$

parte a:





$T_1 = f_1 N_1$

La placa triangular se mueve hacia la derecha relativa a la plataforma (por estar en reposo) $\Rightarrow$ la fuerza T_1 es positiva hacia la izquierda.

1ª cardinal:

$$N_3 \frac{\sqrt{2}}{2} - T_1 = 0$$

$$N_1 - Mg - N_3 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$N_3 = \sqrt{2}\, T_1 = \sqrt{2}\, f_1 N_1$$

$$N_1 (1 - f_1) = Mg \Rightarrow N_1 = \frac{Mg}{1 - f_1} \geq 0 \Rightarrow \boxed{f_1 \leq 1}$$

$$N_3 \geq 0 \text{ si } T_1 \geq 0$$

Condiciones de no desprendimiento

2ª cardinal:

$$N_1 c - Mg \frac{2b}{3} - N_3 \sqrt{2}\, a = 0 \qquad b = 2a$$

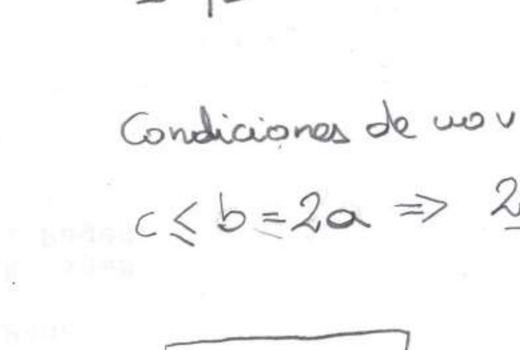
$$\frac{\cancel{Mg}}{1 - f_1} c = \cancel{Mg} \frac{4a}{3} + 2a f_1 \frac{\cancel{Mg}}{1 - f_1} \Rightarrow c = \frac{4a}{3}(1 - f_1) + 2a f_1$$

$$c = \frac{4a}{3} + \frac{2a f_1}{3}$$

Condiciones de no vuelco: $c > 0$ ✓

$$c \leq b = 2a \Rightarrow \frac{2a f_1}{3} \leq \frac{2a}{3} \Rightarrow \boxed{f_1 \leq 1}$$

La condición de no vuelco hacia la derecha es equivalente a la de no desprendimiento.



1ª cardinal

$$N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} N_3 = 0$$

$$T_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} N_3 - mg = 0$$

$$N_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} N_3 = f_1 N_1 = \frac{f_1 Mg}{1 - f_1}$$

$\Rightarrow$ si $f_1 \leq 1 \Rightarrow N_2 \geq 0 \leftarrow$ Condición no desprendimiento de la pared

$$T_2 = mg - \frac{\sqrt{2}\,N_3}{2} = mg - f_1 N_1 = mg - \frac{f_1 Mg}{1-f_1}$$

No deslizamiento: $|T_2| \leq f_2 N_2$

$$-f_2 N_2 \leq T_2 \leq f_2 N_2$$

No deslizamiento hacia arriba ↵ ↑ No deslizamiento hacia abajo

$$M = 2m \Rightarrow T_2 = mg - \frac{2f_1 mg}{1-f_1} = \frac{1-3f_1}{1-f_1} mg$$

$$-f_2 \frac{f_1 2mg}{1-f_1} \leq \frac{1-3f_1}{1-f_1} mg \Rightarrow 2f_1 f_2 \geq 3f_1 - 1$$

$$\boxed{f_2 \geq \frac{3f_1-1}{2f_1}}$$ No deslizamiento hacia arriba

$$\frac{1-3f_1}{1-f_1} mg \leq f_2 \frac{f_1 2mg}{1-f_1} \Rightarrow \boxed{f_2 \geq \frac{1-3f_1}{2f_1}}$$ No deslizamiento hacia abajo

2ª cardinal: $-dN_2 - mg\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}N_3 a = 0$

$$d\frac{f_1 2mg}{1-f_1} = \frac{f_1 2mga}{1-f_1} - mg\frac{a}{2} \Rightarrow d = a - \frac{a}{2}\,\frac{1-f_1}{2f_1} = \frac{5f_1-1}{4f_1}a$$

No vuelco hacia abajo: $d \geq 0 \quad 5f_1 - 1 \geq 0 \Rightarrow \boxed{f_1 \geq \frac{1}{5}}$

" " " arriba: $d \leq a \Rightarrow \frac{5f_1-1}{4f_1}\cancel{a} \leq \cancel{a}$

$$5f_1 - 1 \leq 4f \Rightarrow \boxed{f_1 \leq 1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{5} \leq f_1 \leq 1} \quad \boxed{f_2 \geq \max\left\{\frac{3f_1-1}{2f_1}, \frac{1-3f_1}{2f_1}\right\}}$$

parte b: $f_1 = \frac{1}{2},\ f_2 = 0$

i) $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{2} \leq 1$ ✓ $\quad f_2 \geq \frac{1}{2} \leftarrow$ No se cumple

$f_2 \geq -\frac{1}{2}$ ✓ $\quad \Downarrow$ Hay deslizamiento hacia arriba.

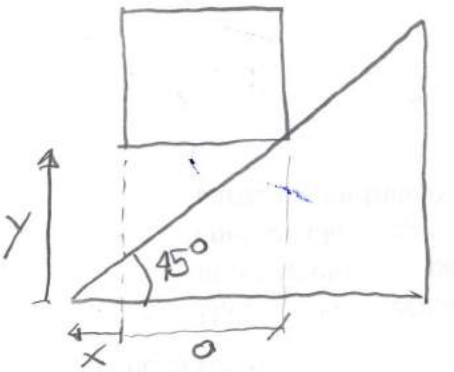
Y como $N_3 \geq 0$ la placa triangular se traslada hacia la izquierda, porque permanece el contacto entre las placas

Mecánica Newtoniana (1122)

Examen 9/12/2019

5/10

ii)



$tg 45° = 1 = \frac{y}{x+a}$

$\Rightarrow y = x + a$ e $\ddot{y} = \ddot{x}$ las aceleraciones de los centros de masa son iguales (hacia arriba la placa cuadrangular, " la izquierda la triangular).

1ª cardinal a $\triangle$: $M\ddot{x} = T_1 - N_3\frac{\sqrt{2}}{2}$. Y sigue valiendo $N_1 = Mg + N_3\frac{\sqrt{2}}{2}$

$T_1 = f_1 N_1$ Porque en un entorno del instante inicial la placa triangular sigue deslizando

$$M\ddot{x} = f_1 N_1 - N_1 + Mg \Rightarrow M\ddot{x} = Mg - \frac{N_1}{2}$$

1ª cardinal a $\square$: $m\ddot{y} = \underbrace{T_2}_{0 \text{ porque contacto es liso}} - mg + N_3\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$m\ddot{y} = -mg + N_1 - Mg = N_1 - 3mg$$

$$4m\ddot{y} = 4mg - N_1 \quad \ddot{x} = \ddot{y},\ M = 2m$$

$$5m\ddot{y} = mg \Rightarrow \boxed{\ddot{x} = \ddot{y} = \frac{g}{5}}$$

Verificación ese es el estado de movimiento (no se pedía)

$$N_1 = 4mg - \frac{4mg}{5} = \frac{16mg}{5} \geq 0$$

$$N_3\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{16mg}{5} - 2mg = \frac{6mg}{5} \geq 0$$

Sigue valiendo: $N_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}N_3 \Rightarrow N_2 \geq 0$

2ª cardinal a $\triangle$ en A: $\dot{\vec{L}}_A = \underbrace{\vec{P} \wedge \dot{A}}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{M}_A^{(ext)}}_{\text{Es el mismo de antes}}$

Como no hay giro:

$$\vec{L}_A = M\underbrace{(\vec{r}_G - \vec{r}_A)}_{\frac{2b}{3}\vec{i} + \frac{b}{3}\vec{j}} \wedge \underbrace{\vec{v}_A}_{-\dot{x}\vec{i}} = +\frac{Mb\dot{x}}{3}\vec{k} = \frac{4ma\dot{x}}{3}\vec{k}$$

$$\Rightarrow \frac{4ma\ddot{x}}{3} = N_1 c - \frac{8mga}{3} - \underbrace{N_3\sqrt{2}\,a}_{\frac{12mg}{5}}$$

$$\frac{16\,mg}{5}c = \frac{4\cancel{m}ag}{15} + \frac{8\cancel{m}ga}{3} + \frac{12\cancel{m}ga}{5} = \frac{4+40+36}{15}mga$$

$$c = \frac{80\,a}{16.3} = \frac{10}{6}a = \frac{5a}{3} \Rightarrow 0 \leq c \leq 2a \quad \text{No hay vuelco}$$

$$2^{a}\text{ cardinal a } \square : \ \dot{\vec{L}}_B = \underbrace{\vec{P}\wedge\dot{\vec{B}}}_{\vec{0}} + \vec{M}_B^{(ext)}$$

$$\vec{L}_B = m(\vec{r}_G - \vec{r}_B)\wedge\vec{v}_B = m\frac{a}{2}(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\wedge\dot{y}\vec{\jmath} = \frac{ma}{2}\dot{y}\,\vec{k}$$

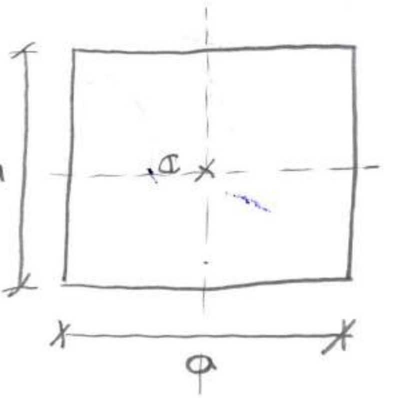
$$\Rightarrow \frac{ma\ddot{y}}{2} = -dN_2 - \frac{mga}{2} + \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}N_3 a}_{\frac{6mga}{5}}$$

$$\underset{\frac{6mg}{5}}{\underset{\parallel}{dN_2}} = -\frac{mga}{10} - \frac{mga}{2} + \frac{6mga}{5} = \frac{12-1-5}{10}mga = \frac{3mga}{5}$$

$$\Rightarrow d = \frac{3\cancel{mg}a}{\cancel{5}}\,\frac{\cancel{5}}{6\cancel{mg}} = \frac{a}{2} \Rightarrow 0 \leq d \leq a$$

Tampoco vuelca la placa cuadrada

Ejercicio N° 3



$$\boxed{I_{\mathbb{C}} = \frac{2Ma^2}{3}}$$

parte a:

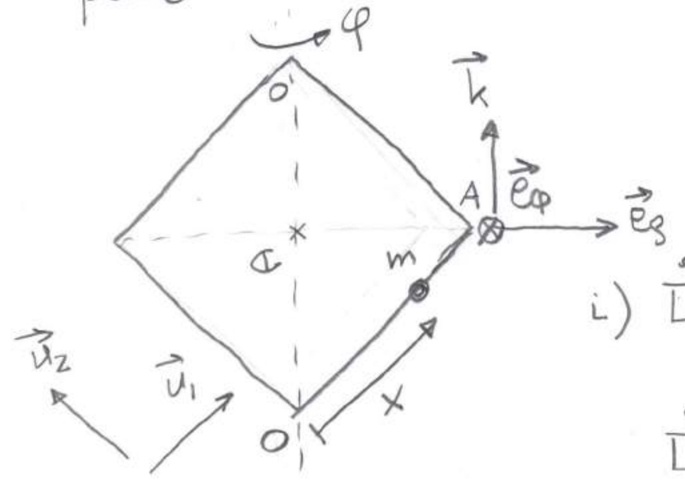
Los momentos de inercia son aditivos y aplico Steiner 2 veces

$$I_{\mathbb{C}} = 2\frac{Ma^2}{12} + 2M\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{Ma^2}{6} + \frac{Ma^2}{2}$$

momento de inercia de una barra en su centro según una dirección perpendicular a la barra.

parte b:

$$4M = 3m \Rightarrow I_{\mathbb{C}} = \frac{ma^2}{2}$$



$\dot\varphi(0) = \omega_0$

$\dot x(0) = 0$

$x(0) = \frac{a}{2}$

$$\vec M_{\mathbb{C}}^{(peso)} + \vec M_{\mathbb{C}}^{(react)} = \vec M_{\mathbb{C}}^{(ext)}$$

i) $\dot{\vec L}_{\mathbb{C}} = \underbrace{\vec P \wedge \dot{\mathbb{C}}}_{0 \text{ punto fijo}} + \vec M_{\mathbb{C}}^{(ext)}$

$\dot{\vec L}_{\mathbb{C}} \cdot \vec k = 0$ porque el peso está dirigido según $\vec k$ y las articulaciones son cilíndricas

$$\vec M_{\mathbb{C}}^{(peso)} \cdot \vec k = \left[(P - \mathbb{C}) \wedge (-mg\vec k)\right] \cdot \vec k = 0$$

El peso de la pieza no hace momento en $\mathbb{C}$

$$\vec M_{\mathbb{C}}^{(react)} = \vec M_O^{(react\,en\,O)} + \vec R^{en\,O} \wedge \underbrace{(\mathbb{C} - O)}_{\sqrt{2}a\vec k} + \vec M_{O'}^{(react.\,en\,O')} + \vec R^{en\,O'} \wedge \underbrace{(\mathbb{C} - O')}_{-\sqrt{2}a\vec k}$$

$\vec M_O^{(react\,en\,O)} \cdot \vec k = \vec M_{O'}^{(react\,en\,O')} \cdot \vec k = 0$ ← articulaciones cilíndricas

$\Rightarrow \vec M_{\mathbb{C}}^{(react)} \cdot \vec k = 0$

$\Rightarrow \vec L_{\mathbb{C}} \cdot \vec k = cte \qquad \vec L_{\mathbb{C}} = \mathbb{I}_{\mathbb{C}}^{\square}\vec\omega + m\left(\vec r^{(m)} - \vec r_{\mathbb{C}}\right) \wedge \vec v_m$

$$\vec\omega = \dot\varphi \vec k = \dot\varphi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec u_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec u_2\right)$$

$$\Rightarrow \mathbb{I}_{\mathbb{C}}^{\square}\vec\omega = \dot\varphi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbb{I}_{\mathbb{C}}^{\square}\vec u_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbb{I}_{\mathbb{C}}^{\square}\vec u_2\right) = \dot\varphi I_{\mathbb{C}} \overbrace{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat u_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat u_2\right)}^{\vec k}$$

$\vec k$ obviamente es eje principal (porque es eje de simetría), con el mismo momento hallado en la parte a

$$\vec{L}_{\mathbb{C}}\cdot\vec{k} = \dot{\varphi} I_{\mathbb{C}} + \Big[m \big(\underbrace{\vec{r}^{(m)} - \vec{r}_{\mathbb{C}}}_{\vec{r}^{(m)} - \vec{r}_0 + \underbrace{\vec{r}_0 - \vec{r}_{\mathbb{C}}}_{-\sqrt{2}\,a\vec{k}}}\big) \wedge \vec{v}_m\Big]\cdot\vec{k}$$

$$\vec{r}^{(m)} - \vec{r}_0 = x\,\vec{u}_1 \qquad \vec{u}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_\rho + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}$$

$$\vec{v}_m = \underbrace{\vec{v}_R}_{\dot{x}\vec{u}_1} + \vec{v}_T$$

$$\vec{v}_T = \underbrace{\vec{v}_0}_{\vec{0}} + \vec{\omega}\wedge\left(\vec{r}^{(m)} - \vec{r}_0\right) = \dot{\varphi}\vec{k}\wedge x\vec{u}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{\varphi} x\, \underbrace{\vec{k}\wedge\vec{e}_\rho}_{\vec{e}_\varphi}$$

$$\Rightarrow \vec{L}_{\mathbb{C}}\cdot\vec{k} = \dot{\varphi} I_{\mathbb{C}} + \underbrace{\left[m x\vec{u}_1 \wedge\left(\dot{x}\vec{u}_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{\varphi} x\,\vec{e}_\varphi\right)\right]\cdot\vec{k}}_{m x^2\frac{\sqrt{2}}{2}\dot{\varphi}\vec{u}_z\cdot\vec{k} = \frac{m x^2}{2}\dot{\varphi}}$$

$$\dot{\varphi}\left(\frac{ma^2}{2} + \frac{mx^2}{2}\right) = \omega_0\left(\frac{ma^2}{2} + \frac{m}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2\right) = \frac{5ma^2\omega_0}{8}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{5\cancel{m}a^2\omega_0}{4(\cancel{m}a^2 + \cancel{m}x^2)} \Rightarrow \boxed{\dot{\varphi} = \frac{5a^2\omega_0}{4(a^2+x^2)}}$$

El sistema es conservativo: $T + U = E = \text{cte}$

$$T = \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\mathbb{I}_{\mathbb{C}}\vec{\omega} + \frac{m\vec{v}^2}{2} = \underbrace{\frac{\dot{\varphi}^2 I_{\mathbb{C}}}{2} + \frac{m}{2}\frac{\dot{\varphi}^2}{2}x^2}_{\dot{\varphi}^2\frac{m(a^2+x^2)}{4}} + \frac{m\dot{x}^2}{2}$$

$$U = mgx\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + \underbrace{\dot{\varphi}^2\frac{m(a^2+x^2)}{4}}_{\frac{25a^4\omega_0^2 m}{64(a^2+x^2)}} + mgx\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{m\omega_0^2 5a^2}{16} + \frac{mga\sqrt{2}}{4}$$

$$\boxed{m\dot{x}^2 + \frac{25a^4\omega_0^2 m}{32(a^2+x^2)} + mgx\sqrt{2} = \frac{m\omega_0^2 5a^2}{8} + mga\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

ii) Si bien no se pide, estudiamos qué debe pasar para que la masa suba:

$$2\cancel{m}\cancel{\dot{x}}\ddot{x} - \frac{25a^4\omega_0^2\cancel{m}}{32(a^2+x^2)^2}2x\cancel{\dot{x}} + \cancel{m}g\cancel{\dot{x}}\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = \frac{25a^4\omega_0^2 x}{32(a^2+x^2)^2} - g\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\ddot{x}(0) = \frac{\cancel{25}a^{\cancel{4}}\omega_0^2 a}{32.\frac{\cancel{25}a^4}{16}2} - g\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\omega_0^2 a}{4} - g\frac{\sqrt{2}}{2} > 0$$

$$\boxed{\omega_0^2 > \frac{2\sqrt{2}g}{a}}$$

Verificación (directamente calculando ec. de movimiento de la masa):

$$m\vec{a} = -mg\vec{k} + \vec{R}_i \Rightarrow m\vec{a}.\vec{u}_1 = -mg\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_R + \vec{a}_T + \vec{a}_C \qquad \vec{a}_C.\vec{u}_1 = 0$$

$$\underset{\ddot{x}\vec{u}_1}{\vec{a}_R} \qquad \vec{a}_T = \underset{\vec{0}}{\vec{a}_0} + \dot{\vec{\omega}}\wedge(\vec{r}^{(m)}-\vec{r}_0) + \vec{\omega}\wedge[\vec{\omega}\wedge(\vec{r}^{(m)}-\vec{r}_0)]$$

$$\vec{\omega} = \dot{\varphi}\vec{k}$$

$$\vec{r}^{(m)} - \vec{r}_0 = x\vec{u}_1 \Rightarrow [\dot{\vec{\omega}}\wedge(\vec{r}^{(m)}-\vec{r}_0)].\vec{u}_1 = 0$$

$$\vec{\omega}\wedge[\vec{\omega}\wedge(\vec{r}^{(m)}-\vec{r}_0)] = \dot{\varphi}\vec{k}\wedge\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\dot{\varphi}x\vec{e}_\varphi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{\varphi}^2 x(-\vec{e}_\rho)$$

$$\Rightarrow \cancel{m}\left(\ddot{x} - \frac{x\dot{\varphi}^2}{2}\right) = -\cancel{m}g\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \ddot{x} = \frac{x\dot{\varphi}^2 - g\sqrt{2}}{2}$$

$$\ddot{x}(0) = \left(\frac{a}{2}\omega_0^2 - g\sqrt{2}\right)\frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \omega_0^2 > \frac{2\sqrt{2}g}{a} \checkmark$$

Si $\ddot{x}(0) > 0 \Rightarrow \dot{x}$, que inicialmente es nula, debe crecer y hacerse >0. Para que no llegue a A debe haber un punto de retroceso $\Rightarrow \dot{x}^2(0) = 0$ antes de A. O sea que cambia de signo y $\dot{x}^2(0) < 0$ en A $(x=a)$

$$m\dot{x}_A^2 + \frac{25a^4\omega_0^2 m}{64a^2} + mga\sqrt{2} = \frac{5m\omega_0^2 a^2}{8} + mga\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$m\dot{x}_A^2 = \frac{5}{8}m\omega_0^2 a^2\underbrace{\left(1 - \frac{5}{8}\right)}_{3/8} - mga\frac{\sqrt{2}}{2} < 0$$

Mecánica Newtoniana (1122)
Examen 9/12/2019

10/10

$$\frac{15}{64}\cancel{m}\omega_0^2 a^{\cancel{2}} < \cancel{m}g\cancel{a}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{\omega_0^2 < \frac{32\sqrt{2}}{15}\frac{g}{a}}$$

Es apenas mayor que el caso límite para que la masa suba