Cálculo 1

Segundo parcial, 1 de Diciembre de 2015
Solución

Múltiple opción

Soluciones

Versión	**Ej1**	**Ej2**	**Ej3**	**Ej4**	**Ej5**	**Ej6**	**Ej7**	**Ej8**
1	B	C	E	B	D	D	B	A
2	A	E	C	E	D	B	C	C
3	A	E	C	D	E	C	B	E
4	D	D	B	C	E	D	A	A

Desarrollo

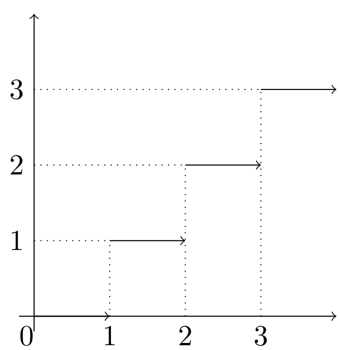
Ejercicio 1.

1. Ver teórico.
2. El c del teorema de valor medio para integrales no es único. Consideremos por ejemplo la función $f(x) = 1\, \forall x \in [a, b]$. Entonces tenemos que:

$$\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^b 1\, dx = b - a$$

Dado que $f(x) = 1\, \forall x \in [a, b]$, tenemos que el teorema de valor medio se cumple tomando cualquier $c \in [a, b]$.

3. Si f no es continua, el teorema de la primera parte no se cumple. Consideremos por ejemplo la función parte entera, cuyo gráfico se muestra a continuación:



Si tomamos el intervalo $[1, 3]$, tenemos que:

$$\int_1^3 f(x)\, dx = 3$$

Por lo tanto, para que se cumpla el teorema de valor medio, debería existir un $c \in [1, 3]$ tal que

$$f(c) = \frac{\int_1^3 f(x)\, dx}{3 - 1} = \frac{3}{2}$$

Sin embargo, si $c \in [1, 2)$ entonces $f(c) = 1$, si $c \in [2, 3)$ entonces $f(c) = 2$ y si $c = 3$ entonces $f(c) = 3$. Por lo tanto, no existe $c \in [1, 3]$ que verifique el teorema de valor medio.

Ejercicio 2.

1. Ver teórico.
2. Ver teórico.
3. Probaremos que la serie es absolutamente convergente y por lo tanto convergente. Dado que b_n está acotada, tenemos que existe un $K > 0$ tal que $|b_n| \leq K \, \forall \, n$. Entonces:

$$0 \leq |a_n b_n| = |a_n||b_n| = a_n|b_n| \leq K a_n$$

donde la segunda igualdad se cumple porque $(a_n)_{n\geq 0}$ es de términos positivos. Ahora, como la serie de a_n converge, la serie de Ka_n también converge, y entonces la serie de $|a_n b_n|$ converge por comparación. Así, la serie es absolutamente convergente, y por lo tanto convergente.