Universidad de la República **Cálculo 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Segundo semestre 2012**

Primer parcial
29 de setiembre de 2012

N^o de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 20 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 5 puntos Respuesta incorrecta: -1 puntos No responde: 0 punto

Ejercicio 1.
La ecuación $z^4 = -4$:

(A) Tiene cuatro raíces en $\mathbb{C}$, todas tienen parte real e imaginaria distinta de cero.

(B) Tiene cuatro raíces en $\mathbb{C}$, dos de ellas con parte real cero y dos de ellas con parte imaginaria cero.

(C) Tiene al menos una raíz con módulo $2\sqrt{2}$.

(D) Tiene cuatro raíces en $\mathbb{C}$ y una de ellas tiene argumento π .

(E) Tiene dos raíces en $\mathbb{C}$ y son conjugadas.

Ejercicio 2.
Considere el conjunto $A = \{3^{-p} + 5^{-q} : \ p, q \in \mathbb{N}, \ p, q \geq 1\} \subset \mathbb{R}$.
Se consideran las siguientes afirmaciones:

(I) A está acotado, tiene supremo e ínfimo pero no tiene máximo ni mínimo.

(II) A no está acotado inferiormente, tiene supremo y máximo pero no tiene ínfimo ni mínimo.

(III) A está acotado, tiene supremo e ínfimo, y tiene máximo pero no tiene mínimo.

(IV) El ínfimo del conjunto $-A = \{-a \in \mathbb{R} : a \in A\}$ es $-8/15$.

Entonces:

(A) Solo la opción (III) es verdadera.

(B) Solo las opciones (III) y (IV) son verdaderas.

(C) Solo las opciones (I) y (IV) son verdaderas.

(D) Solo la opción (II) es verdadera.

(E) Solo la opción (I) es verdadera.

Ejercicio 3.
Se consideran las funciones f, f_1, f_2, f_3, f_4 y f_5 bosquejadas en la Figura 1. Entonces la derivada primera de f es:

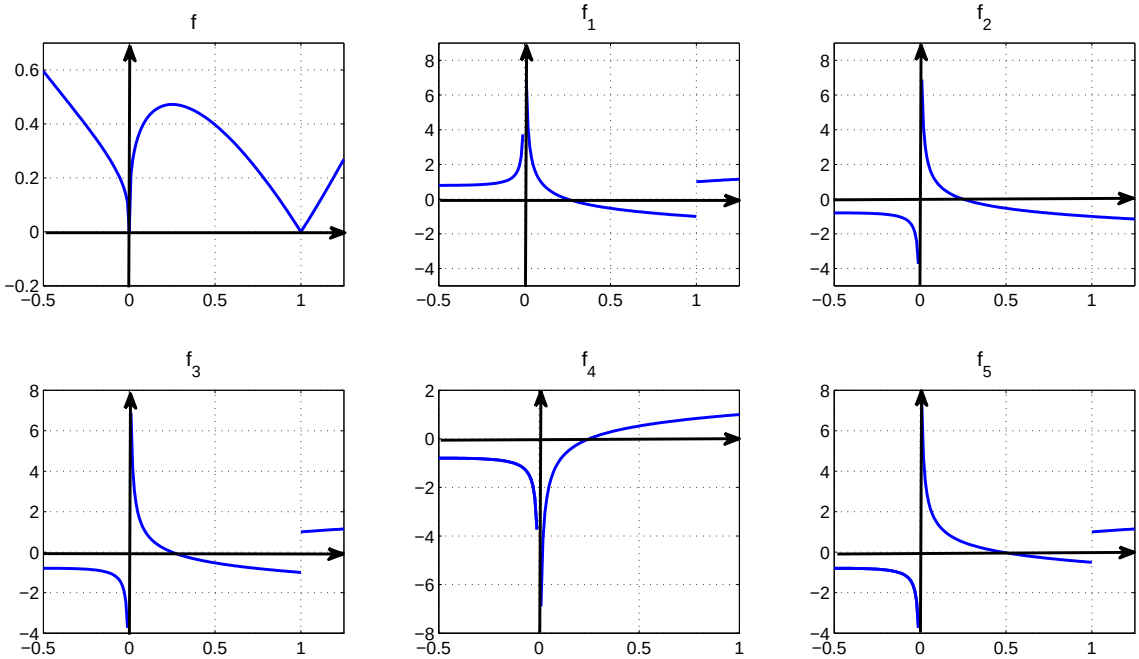

Figura 1:

(A) f_1. (B) f_2. (C) f_3. (D) f_5. (E) f_4.

Ejercicio 4.
Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 1$ para todo $x \neq 1$ y $f(1) = 0$. Sea $B^*(1, \delta) = \{x : 0 < |x - 1| < \delta\}$. Se realizan las siguientes afirmaciones:

(I) Existe $\varepsilon > 0$ tal que para todo $\delta > 0$ existen $x_1, x_2 \in B^*(1, \delta)$ con $|f(x_1) - f(x_2)| > \varepsilon$.

(II) Dado $\varepsilon > 0$ cualquiera existe $\delta > 0$ tal que si $x \in B^*(1, \delta)$ entonces $|f(x) - 1| < \varepsilon$.

(III) Cualquiera sea $\varepsilon > 0$, no es posible hallar $\delta > 0$ tal que si $|x - x'| < \delta$ entonces $|f(x) - f(x')| < \varepsilon$.

(IV) Para todo $a \in \mathbb{R}$ existe $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$.

Entonces:

(A) Solamente la afirmación (I) es verdadera.

(B) Solamente la afirmación (II) es verdadera.

(C) Solamente las afirmaciones (I) y (III) son verdaderas.

(D) Solamente la afirmación (IV) es verdadera.

(E) Solamente las afirmaciones (IV) y (II) son verdaderas.

Universidad de la República **Cálculo 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Segundo semestre 2012**

PRIMER PARCIAL
29 DE SETIEMBRE DE 2012

N^o de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Desarrollo (Total: 20 puntos)

Ejercicio 1.
(8 puntos)
Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y la sucesión $a_n = f(n)$ tal que existe $\lim_{n\to+\infty} a_n = l$.

1. ¿Es cierto que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = l$? Demuestre o proporcione un contraejemplo.
2. Se supone además que f es monótona (creciente o decreciente). ¿Es cierto que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = l$? Demuestre o proporcione un contraejemplo.

Ejercicio 2.
(12 puntos)
Sea $f : D(\subset \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$.

1. Defina derivada de f en a.
2. *a*) Demuestre que si f es derivable en a entonces f es continua en a.
   b) ¿Es cierto el recíproco? Demuestre o proporcione un contraejemplo.
3. Sea $f : D(\subset \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - 3x - 2\log x$.
   a) Halle el dominio de f y estudie continuidad y derivabilidad. Justifique.
   b) (i) Halle el máximo intervalo que contenga a $x = 1$ donde se pueda definir la inversa de f. Justifique.
   (ii) Sea g esa inversa. Calcule $g'(f(1))$. Justifique.