Primer Parcial de Cálculo 1
Curso 2012

5 de mayo de 2012.

No. Parcial	Apellido y nombre	Cédula de Identidad

El parcial es sin material y no se puede usar calculadora. La duración es de 3 horas. Puntaje: El ejercicio 1. vale 6 puntos, en el ejercicio 3 el primer inciso vale 6 puntos y el segundo 4, en los ejercicios 2 y 4 cada inciso vale 4 puntos. No se restan puntos.

Ejercicio 1.
El conjunto de todos los números z del plano complejo que satisfacen $|z + i + 1| = 2$ es:

Ejercicio 2.
a) Si f es una función que satisface $|f(x)| \leq |x|$ para todo $x \in \mathbb{R}$, demostrar que f es continua en cero.
b) Si g es una función continua en cero, $g(0) = 0$ y $|f(x)| \leq |g(x)|$, demostrar que f es continua en cero.
c) Probar que la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^4 \cos \frac{1}{x} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

es continua en $x = 0$.

Ejercicio 3.
a) Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) tal que $f'(x) > 0$, para todo $x \in [a, b]$. Demostrar que f es creciente en el intervalo $[a, b]$.
b) Demostrar que la ecuación $x^2 = x \operatorname{sen} x + \cos x$ tiene exactamente dos raíces reales.

Ejercicio 4.
Consideremos la función: $f(x) = x \cos x - \operatorname{sen} x$.
a) Encontrar el polinomio de Mac Laurin (polinomio de Taylor en $x = 0$) de orden 5 de f.
b) Analizar si f presenta extremo relativo en $x = 0$.
c) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) + \frac{x^3}{3}}{x^5}$$

.