Universidad de la República **Cálculo 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Primer semestre 2011**

Soluciones Primer Parcial
06 de Mayo de 2011

Multiple Opción - Respuestas Rapidas					
Versión	Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Ej 5
1	a	a	a	$S = \{\sqrt{2}e^{i\frac{19\pi}{12}},\ \sqrt{2}e^{i\frac{23\pi}{12}}\}$	Sup=5, $\nexists$ Max, Inf=1, min=1
2	e	e	e	$S = \{\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}},\ \sqrt{2}e^{i\frac{11\pi}{12}}\}$	Sup=8, $\nexists$ Max, Inf=$\frac{5}{2}$, min=$\frac{5}{2}$

6. *a*) Claramente $x_n \geq 0$ para todo n (la raiz cuadrada de un número siempre es positiva). Como

$$x_{n+1} - x_n = \sqrt{2x_n^2+1} - x_n = \sqrt{2x_n^2+1} - x_n \times \frac{\sqrt{2x_n^2+1}+x_n}{\sqrt{2x_n^2+1}+x_n}$$
$$= \frac{2x_n^2+1-x_n^2}{\sqrt{2x_n^2+1}+x_n} = \frac{x_n^2+1}{\sqrt{2x_n^2+1}+x_n} \geq 0\ \forall\, n$$

Por lo tanto x_n es monótona no decreciente.

b) Si x_n converge $\Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} x_n = \lim\limits_{n\to+\infty} x_{n+1} = L \in \mathbb{R}$
Luego:

$$x_{n+1} = \sqrt{2x_n^2+1}$$
$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} x_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} \sqrt{2x_n^2+1}$$
$$\Rightarrow L = \sqrt{2L^2+1}$$
$$\Rightarrow L^2 = 2L^2+1$$
$$\Rightarrow L^2 = -1$$

Absurdo

c) Dado que $x_n \leq x_{n+1}$ y que x_n no converge $\Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} x_n = +\infty$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{2x_n^2+1}}{x_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{2x_n^2}}{x_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{2}|x_n|}{x_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{2}x_n}{x_n} = \sqrt{2}$$

7. *a*) *Ver teórico.*
b) *Ver teórico.*
c) *Ver teórico.*
d) f es continua en 0 si y sólo si $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) = 0$.
Consideremos la sucesión $\{\frac{1}{n}\}_{n\geq 1}$. Como $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$, pero $\lim\limits_{n\to+\infty} f(\frac{1}{n}) = \lim\limits_{n\to+\infty} 1 = 1 \neq 0 = f(0)$, entonces por el contrarecíproco del enunciado anterior se deduce que f no es continua en 0.