

Respuestas 2º Parcial de Electromagnetismo

Curso 2001

1- La potencia entregada por la fuente se repartirá en dos partes:

1. Disipada por la resistencia ε^2/R
2. En el campo magnético (principalmente en la región del entrehierro) $\frac{B^2 S \varepsilon}{\mu_0}$

La potencia total es $P = \frac{\varepsilon^2}{R} + \frac{B^2 S \varepsilon}{\mu_0}$

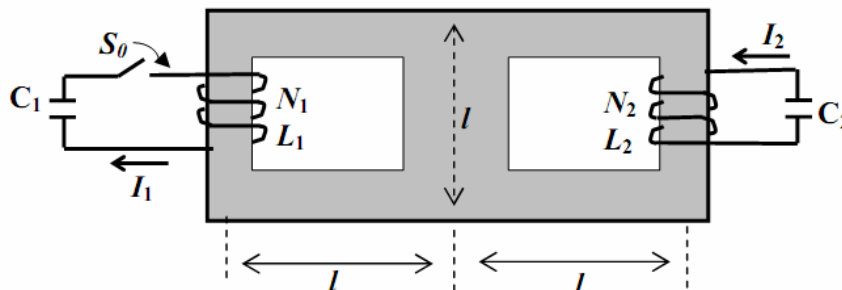
2- La fuerza necesaria para que la barra se mueva con velocidad constante es $\frac{B^2 S}{\mu_0}$

Como

$$B = \frac{N \varepsilon \mu}{R l} \frac{1}{\left(\frac{4}{3} + \frac{2 \mu x}{\mu_0 l}\right)}$$

$$F = \left(\frac{N \varepsilon \mu}{R}\right)^2 \frac{9 S \mu_0}{(4 \mu_0 l + 6 \mu x)^2}$$

3-



Aplicando la ecuación de Ampère a la malla izquierda y la derecha obtenemos los siguientes flujos en cada rama:

$$\Phi_1 = \frac{1}{4\mu} (N_1 I_1 + N_2 I_2)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{3\mu} \left(\frac{7}{8} N_1 I_1 - \frac{1}{8} N_2 I_2 \right)$$

$$\Phi_3 = \frac{1}{3\mu} \left(\frac{7}{8} N_2 I_2 - \frac{1}{8} N_1 I_1 \right)$$

Donde 1 es el flujo en la rama central, 2 en la rama izquierda y 3 en la derecha.

Las inductancias son:

$$L_1 = \frac{7}{24} \frac{\mu S}{l} N_1^2$$

$$L_2 = \frac{7}{24} \frac{\mu S}{l} N_2^2$$

$$L_{12} = \frac{1}{24} \frac{\mu S}{l} N_1 N_2$$

- 4- Si ahora los inductores tienen el mismo número de vueltas, los capacitores son iguales e inicialmente el condensador 1 está cargado y el 2 descargado.

Las corrientes en cada circuito están dadas por:

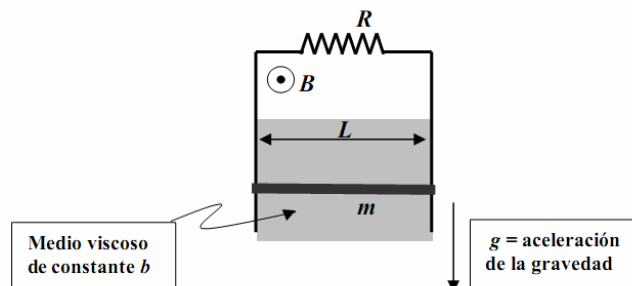
$$\frac{-q_1}{C} - L\ddot{q}_1 + M\ddot{q}_2 = 0$$

$$\frac{-q_2}{C} - L\ddot{q}_2 + M\ddot{q}_1 = 0$$

Tenemos entonces:

$$\frac{q_1}{C} = \frac{N^2}{24\mu l} (-\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2)$$

- 5- Al Ingresar la espira en la región de campo magnético el cambio en el flujo magnético hará que se induzca una fem en la espira. La corriente será en sentido antihorario y



tendrá la magnitud.

$$I = \frac{aB_0 v}{R}$$

La fuerza sobre la espira será: $F = \frac{abB_0^2 v}{R}$ hacia arriba

Aplicando la segunda ley de Newton obtenemos la ecuación diferencial que rige la evolución de la velocidad con el tiempo. Tomando un eje positivo hacia abajo

$$m \frac{dv}{dt} = mg - \frac{L^2 B_0^2}{R} v - bv$$

Esta es una ecuación diferencial de primer orden cuya solución es:

$$v(t) = \frac{mgR}{L^2 B_0^2 + bR} \left(1 - e^{-\left(\frac{L^2 B_0^2}{R} + b\right)t} \right)$$

- 6- Si ahora $b=0$ y $R=0$ la barra se mantendrá en la posición inicial.

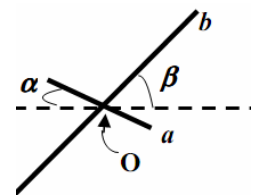
- 7- Para el cálculo de la inductancia mutua del sistema

Calcularemos el flujo magnético en la espira b debido

Al campo generado por la espira a como $a \ll b$ para calcular el flujo se puede considerar el campo generado por la espira a puede como el campo en el centro de la espira.

Entonces la inductancia mutua es:

$$M = \frac{\mu_0 \pi b^2}{2a} |\cos(\alpha + \beta)|$$



8- Sea R_1 el radio interior y R_2 el exterior.

Calculando el flujo magnético por unidad de longitud tenemos:

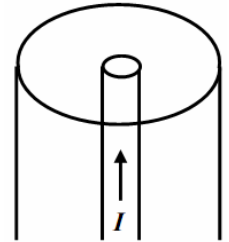
$$\frac{\phi}{L} = \frac{\mu}{2\pi} I \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Como la corriente varía con el tiempo.

$$I(t) = at$$

La fem inducida por unidad de longitud es:

$$\frac{\varepsilon}{L} = \frac{\mu a}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$



9- La capacidad de un capacitor cilíndrico es:

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$LC = \mu\epsilon$$

10- Para este problema consideraremos las impedancias equivalentes en cada rama para posteriormente poder el potencial en A y B e imponer que la diferencia entre ambos sea nula.

La impedancia de la rama izquierda.

$$Z_1 = \frac{(R_1 + R_3) + j\omega CR_1 R_3}{1 + j\omega CR_1}$$

Y la corriente por esta rama es

$$I_1 = \frac{V_0(1 + j\omega CR_1)}{(R_1 + R_3) + j\omega CR_1 R_3}$$

y para la rama derecha.

$$Z_2 = (R_2 + R_x) + j\omega L_x$$

$$I_2 = \frac{V_0}{(R_2 + R_x) + j\omega L_x}$$

Imponiendo que el potencial en A sea igual al potencial en B llegamos a:

$$\frac{V_0 R_1}{(R_1 + R_3) + j\omega CR_1 R_3} = \frac{V_0 R_2}{(R_2 + R_x) + j\omega L_x}$$

Igualando partes reales e imaginarias llegamos a:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$L_x = R_2 R_3 C$$

