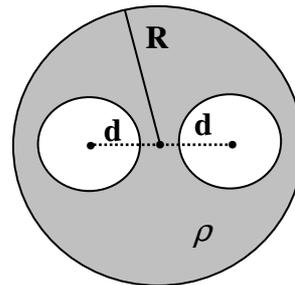


Electromagnetismo Curso 2009 Primer Parcial

Pregunta 1. Una esfera de radio R , de permitividad ϵ_0 , uniformemente cargada con densidad volumétrica de carga ρ (constante), tiene en su interior dos cavidades esféricas iguales (radio a) cuyos centros se hallan simétricamente dispuestos a distancias d del centro de la esfera cargada (ver figura). El campo eléctrico en el centro de las cavidades esféricas vale:

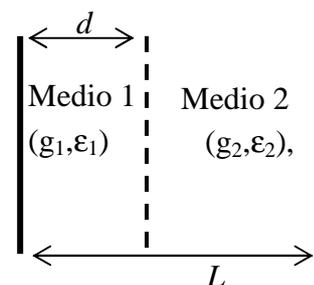
- a) $\rho(R^3 - 2a^3)/(6\epsilon_0 d^2)$
- b) $(\rho/3\epsilon_0)(d - a^3/4d^2)$
- c) $\rho(R^3 - a^3)/(6\epsilon_0 d^2)$
- d) $(\rho/3\epsilon_0)(d^3 - a^3)/4d^2$
- e) $\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a} - \frac{1}{2d} \right)^2$



Pregunta 2. Considere dos placas planas (paralelas) conductoras de área A , que están separadas una distancia L . El espacio entre las placas está lleno por dos sustancias cuyas conductividades y permitividades son (g_1, ϵ_1) y (g_2, ϵ_2) , como se muestra en la figura. Suponga que el sistema está aislado y que inicialmente hay carga libre $+Q$ y $-Q$ sobre las placas conductoras izquierda y derecha, respectivamente. Inicialmente la interfase entre los dieléctricos no posee carga libre.

El calor de Joule disipado en el proceso hasta alcanzarse la condición de equilibrio es:
(Nota: suponga que el campo es siempre ortogonal a las placas.)

- a) $(Q^2 / 2A)(dg_1 / \epsilon_1 + (L-d)g_2 / \epsilon_2)$
- b) $(Q^2 / 2A)[d / \epsilon_1 + (L-d) / \epsilon_2]$
- c) $(Q^2 / 2A)(dg_1 + (L-d)g_2)/(g_1 g_2)$
- d) $(Q^2 d / 2A)(g_1 g_2 / \epsilon_1 \epsilon_2)$
- e) $(Q^2 / 2A)(d\epsilon_1 / g_1 + (L-d)\epsilon_2 / g_2)$



Pregunta 3. En el problema anterior, la condición para que en ningún momento se acumule carga libre en la interfase entre los medios 1 y 2 es:

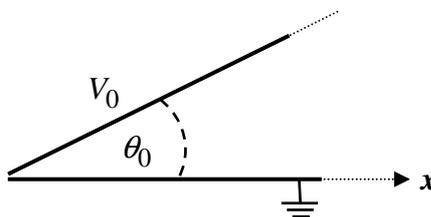
- a) $d(\epsilon_1 / g_1) = (L-d)(\epsilon_2 / g_2)$
- b) $d(\epsilon_2 / g_2) = (L-d)(\epsilon_1 / g_1)$
- c) $(L-d)/d = \sqrt{\epsilon_1 g_2 / g_1 \epsilon_2}$
- d) $\epsilon_2 / \epsilon_1 = g_1 / g_2$
- e) $\epsilon_2 / \epsilon_1 = g_2 / g_1$

Pregunta 4. En el mismo sistema que los problemas anteriores, suponga ahora que la placa conductora izquierda se mantiene a un potencial V_1 y la placa derecha a un potencial V_2 (con $V_1 > V_2$). El módulo de la densidad de corriente (J) entre las placas en estado estacionario, vale:

- a) $(V_1 - V_2) \sqrt{\frac{g_1 g_2}{Ld}}$
- b) $\frac{(V_1 - V_2) g_1}{d + (L - d)(g_1 / g_2)}$
- c) $\frac{(V_1 - V_2) g_1 g_2}{g_1 d + (g_2 - g_1) L}$
- d) $\frac{(V_1 - V_2)(g_1^2 / \epsilon_1 + g_2^2 / \epsilon_2)}{[g_1 d / \epsilon_1 + g_2 (L - d) / \epsilon_2]}$
- e) $\frac{(V_1 g_1 / \epsilon_1) - (V_2 g_2 / \epsilon_2)}{d / \epsilon_1 + (L - d) / \epsilon_2}$

Pregunta 5. En la figura se muestra la sección transversal de dos placas planas conductoras infinitas que forman un ángulo θ_0 . Suponga que para $x=0$ las placas se hallan muy próximas pero sin contacto. Una de ellas se encuentra conectada a tierra y la otra a un potencial fijo V_0 . La densidad superficial de carga sobre la placa a potencial cero, vale:

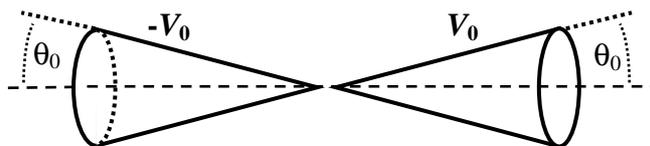
- a) 0
- b) $V_0 / (4\pi\epsilon_0 x)$
- c) $-\epsilon_0 V_0 / (\theta_0 x)$
- d) $-\epsilon_0 V_0 \theta_0 / x^2$
- e) $\epsilon_0 V_0 x / \theta_0$



Pregunta 6. Considere dos conos conductores que poseen el mismo eje y cuyos vértices están enfrentados (sin contacto), como se muestra en la figura. Los conos están a los potenciales V_0 y $-V_0$. El potencial electrostático en la región entre los conos vale:

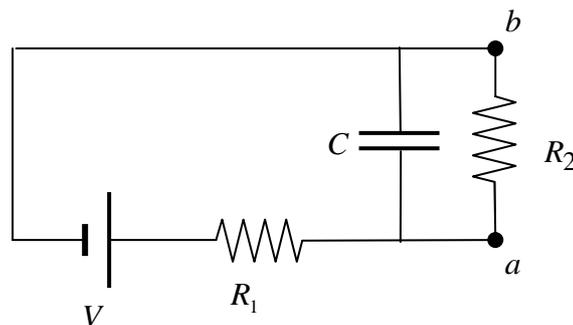
(Nota: El ángulo θ es el ángulo polar de un punto genérico del espacio, medido respecto al eje de los conos.)

- a) $V_0 \exp[i(\theta_0 - \theta)]$
- b) $V_0 \tan(\pi\theta / 4\theta_0)$
- c) $V_0 \ln(\tan \theta / 2) / \ln(\tan \theta_0 / 2)$
- d) $V_0 [\sin(\theta) \cos(\theta)] / [\sin(\theta_0) \cos(\theta_0)]$
- e) $V_0 \cos(\theta) / \cos(\theta_0)$



Pregunta 7. En el instante $t=0$ se enciende la fuente V del circuito de la figura (inicialmente el condensador se encuentra descargado). La resistencia R_2 es tal que si la diferencia de potencial entre los puntos a y b del circuito llega a $|V_b - V_a| = V/2$, entonces *se quema* (instantáneamente) y deja de conducir corriente. Llamemos t' al instante en que esto sucede. La condición bajo la cual R_2 se quema y el valor de t' son:

- a) $R_2 > R_1/2$; $t' = CR_1 \log\left(\frac{R_2}{2R_2 - R_1}\right)$
- b) $R_2 > R_1/2$; $t' = C \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \log\left(\frac{R_2 + 2R_1}{R_2}\right)$
- c) $R_2 > R_1$; $t' = C \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \log\left(\frac{2R_2}{R_2 - R_1}\right)$
- d) $R_2 > R_1/2$; $t' = C \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \log\left(\frac{R_1}{2R_2 - R_1}\right)$
- e) $R_2 > R_1$; $t' = CR_1 \log\left(\frac{2R_2}{R_1 + R_2}\right)$



Pregunta 8. Un condensador está formado por dos semicilindros coaxiales conductores, de longitud L y radios R_1 y R_2 , rígidamente unidos entre sí y que puede girar sin rozamiento en torno a su eje. Los semicilindros son colocados entre dos fluidos de permitividades ϵ_1 y ϵ_2 ($\epsilon_2 > \epsilon_1$), de modo que su eje queda en la interfase entre éstos. Se aplica una diferencia de potencial V_0 entre los cilindros. Un resorte de torsión en el eje ejerce un torque restitutivo de valor $\tau = -k\theta$ (el ángulo θ está medido como se muestra en la figura; cuando $\theta=0$ el condensador está totalmente inmerso en el fluido de permitividad ϵ_1). Hallar el ángulo de equilibrio θ_0 de esta configuración (desprecie la gravedad).

- a) $\theta_0 = \frac{LV_0^2(\epsilon_2 - \epsilon_1)}{2k \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$
- b) $\theta_0 = \frac{LV_0^2(\epsilon_2 - \epsilon_1)}{2kLn^2\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$
- c) $\theta_0 = \frac{LV_0^2(\epsilon_2 - \epsilon_1)(R_1 R_2)^2 \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2k(R_2 - R_1)^2}$
- d) $\theta_0 = \frac{\pi LV_0^2(\epsilon_2 - \epsilon_1)(R_1 R_2)}{k(R_2 - R_1)}$
- e) $\theta_0 = \frac{LV_0^2(\epsilon_2 - \epsilon_1)R_1 R_2}{2k(R_2 - R_1)}$

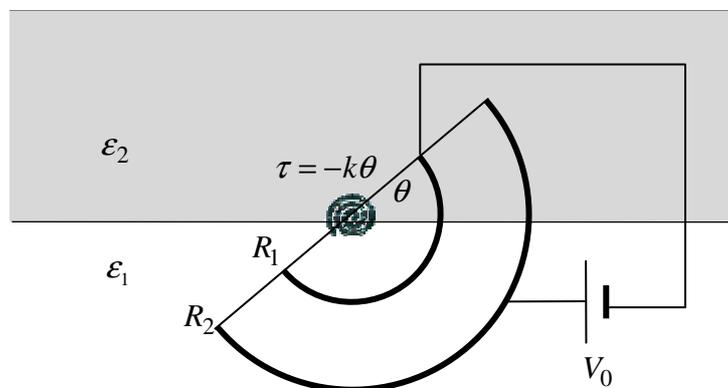


TABLA DE OPERADORES DIFERENCIALES

	<u>Cartesianas</u>	<u>Cilíndricas</u>	<u>Esféricas</u>
$\nabla \psi$	$\frac{\partial \psi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{k}$	$\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \hat{\phi} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial \psi}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \hat{\phi}$
$\nabla \cdot A$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$
$\nabla \wedge A$	$\left[\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] \hat{i} +$ $+ \left[\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \hat{j} +$ $+ \left[\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right] \hat{k}$	$\left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right] \hat{\rho} +$ $+ \left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right] \hat{\phi} +$ $+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right] \hat{k}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial(\sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right] \hat{r} +$ $+ \left[\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} \right] \hat{\theta} +$ $+ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \hat{\phi}$
$\nabla^2 \psi$	$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2}$

CALIFICACIÓN DEL PARCIAL:

- Cada respuesta correcta tendrá un puntaje de **+5** puntos, y cada respuesta errónea tendrá **-1.25** puntos.
- Luego de publicada la corrección por escáner de los parciales, se abrirá una lista de los estudiantes que optan por la corrección en forma manual, para lo cual deberán haber entregado el desarrollo de los problemas junto con la hoja de escáner al culminar el parcial (el plazo para anotarse será anunciado en las clases, cartelera y en la página del curso).
- Para aquellos estudiantes que opten por la corrección manual no se aplicarán los puntajes mencionados previamente; se descarta la corrección por escáner y la única calificación válida del parcial es la que resulta de la corrección manual.