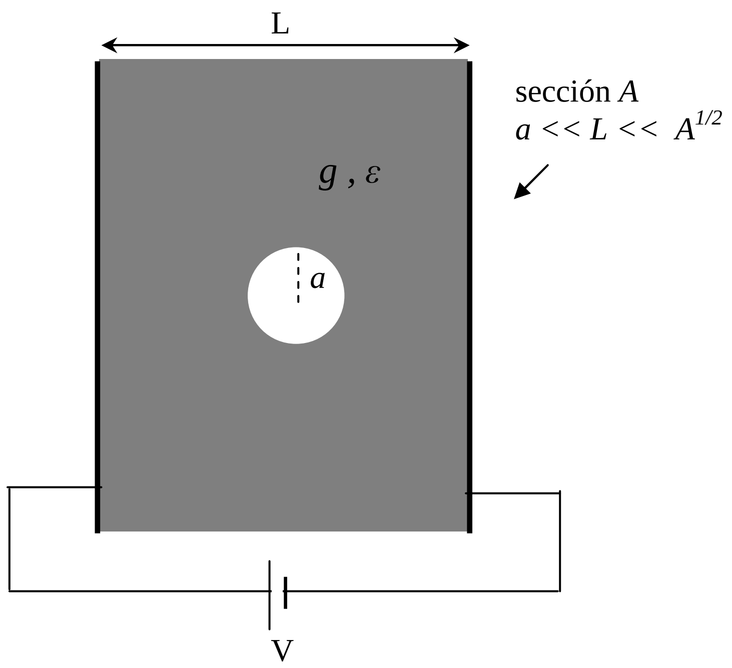
Electromagnetismo
Curso 2008
Examen febrero

Problema 1.
Un medio conductor resistivo uniforme con conductividad g y permitividad ε, está contenido entre dos placas paralelas circulares de área A separadas por una distancia L. Las placas son de un material perfectamente conductor y entre ellas se aplica una diferencia de potencial V.

a) Halle el campo eléctrico dentro del dispositivo despreciando efectos de borde.

Suponga ahora que en el centro del dispositivo se encuentra una cavidad esférica vacía de radio a muy pequeña ($a << L, A^{1/2}$). El sistema se encuentra en <u>estado estacionario</u>.

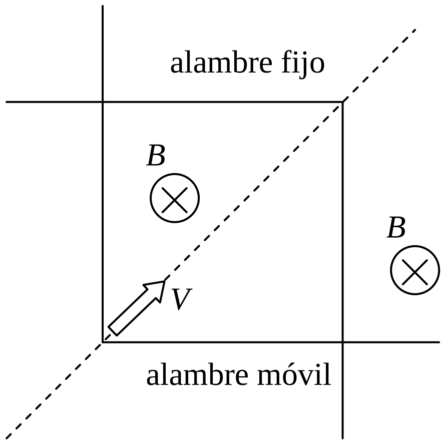
b) ¿Qué condiciones de borde cumple el campo eléctrico en la interfase entre el medio resistivo y la cavidad? *Sugerencia: tenga en cuenta la conservación de la carga.*
c) Halle el campo eléctrico en el interior del dispositivo. Haga un bosquejo de las líneas de corriente en torno a la cavidad.
d) Halle las densidades de carga libre y de polarización en la superficie de la cavidad.



Problema 2.

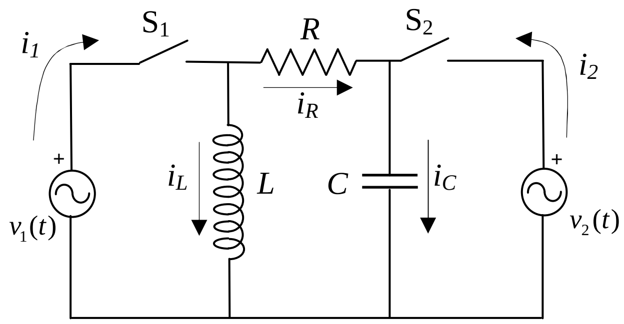
Dos alambres conductores están doblados en ángulo recto y se encuentran en un mismo plano dispuestos como muestra la figura. Uno de los alambres está fijo y el otro se desplaza con velocidad *constante V* a lo largo de la diagonal del cuadrado que definen entre ambos (ver figura). Sea L_0 el largo de la diagonal en $t=0$. Los conductores están en contacto en los puntos de intersección. Los extremos de los conductores están muy lejos y no están conectados a nada. Los conductores tienen una resistencia por unidad de distancia λ y se encuentran en una región de campo magnético uniforme B perpendicular al plano de los conductores.

a) Halle en función del tiempo la corriente en la espira cuadrada formada por los dos alambres.
b) Halle el trabajo total que debe proporcionar el dispositivo externo que mantiene al conductor en movimiento (no representado en la figura) para que los dos alambres dejen de tocarse.



Problema 3.

El circuito de la figura está alimentado por las fuentes: $v_1 = V_0 \cos(\omega t)$ y $v_2 = V_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$. Suponga para las partes (a) y (b) que los interruptores S_1 y S_2 han estado cerrados por un largo tiempo, de modo que el circuito ha alcanzado el estado de régimen.



a) Determine los voltajes complejos V_1(t) y V_2(t) tales que v_1 = Re[V_1(t)] y v_2 = Re[V_2(t)].
b) Halle las expresiones para las corrientes $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_L(t)$, $i_R(t)$, $i_C(t)$ (vea las convenciones de signo en la figura). Especifique amplitud y fase en cada caso.
c) Estando el circuito operando en régimen a frecuencia ω, se abren los interruptores S_1 y S_2 en $t = 0$. Calcule la energía disipada por la resistencia a partir de ese instante.
d) Si se desea que la energía disipada sea máxima ¿Cuándo deben abrirse simultáneamente los interruptores S_1 y S_2?

Fórmulas de apoyo

Solución general de la ecuación de Laplace en coordenadas polares para un sistema con simetría de revolución en torno al eje *z*:

$$\varphi(r,\theta) = A_0 + C_0 r^{-1} + \left(A_1 r + C_1 r^{-2}\right)\cos\theta + \left(A_2 r^2 + C_2 r^{-3}\right)\frac{1}{2}\left(3\cos^2\theta - 1\right) + \cdots$$
$$\cdots + \left(A_n r^n + C_n r^{-1-n}\right)P_n(\cos\theta) + \cdots$$

donde los A_n y C_n son constantes a determinar y $P_n(x)$ es el polinomio de Legendre de grado *n*.

Operadores Diferenciales

	Cartesianas	***Cilíndricas***	***Esféricas***
$grad\,\psi = \nabla\psi$	$\frac{\partial\psi}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{k}$	$\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\psi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$
$div\,A = \nabla\cdot A$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial(sen\theta A_\theta)}{\partial\theta} +$ $+ \frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$
$rot\,A = \nabla\times A$	$\left[\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right]\hat{i} +$ $+\left[\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right]\hat{j} +$ $+\left[\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right]\hat{k}$	$\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right]\hat{\rho} +$ $+\left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right]\hat{\varphi} +$ $+\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial\rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial\varphi}\right]\hat{k}$	$\frac{1}{r\,sen\theta}\left[\frac{\partial(sen\theta\,A_\varphi)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat{r} +$ $+\left[\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{1}{r}\frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r}\right]\hat{\theta} +$ $+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat{\varphi}$
$Lapl\,\psi = \nabla^2\psi =$ $= div\,(grad\,\psi)$	$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right] + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right] + \frac{1}{r^2\,sen\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[sen\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right] +$ $+\frac{1}{r^2\,sen^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$